محاضرات اقتصاديات الانتاج

المرحلة الثالثة

المحاضرة الاولى (1)

استاذ المادة
د. ماجد عبد حمزة الداودي

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

المحاضرة (1)

اقتصاديات الانتاج Production Econcmics

التعريف القديم للانتاج : هو عبارة عن خلق المنفعة وزيادتها في الشيء مثل خلق سلعة

المنفعة: وهي عبارة عن قدرة السلعة والخدمات على اشباع الحاجات البشرية والرغبات البشرية المتنامية .

التعريف الحديث للانتاج :هو عملية خلق سلعة وخدمات تشترى وتباع من قبل افراد المجتمع وتضم ما يلي :-

1-المدخلات 2-المخرجات

1-المدخلات: وهي عناصر الانتاج الداخلة في العملية الانتاجية (ثابتة ومتغيرة).

2-المخرجات:وهي النتاج من العملية الانتاجية التي اشتركت في تكوينها عناصر الانتاج.

*هناك انواع مختلفة من المدخلات منها:-

(العمل/ الارض/رأس المال/المواد الخام) ولغرض فهم عملية الانتاج والعلاقات الانتاجية سوف نفترض بعض الافتراضات الاساسية:-

1-نفترض وجود عنصر انتاج متغير واحد هو مثلا (العمل) ويتحدد بنسب مختلفة مع عنصر انتاج اخر ثابت مثلا (الارض).

2-تصنف عناصر الانتاج الى:-

A- <u>عناصر انتاج ثابتة:</u>وهي عناصر الانتاج التي لاتتغير بتغير حجم الانتاج والذي لا يمكن زيادته بصورة سريعة او مباشرة عندما تشير ظروف السوق الى طلب متزايد على الانتاج الدي يستخدم ذلك العنصر في انتاجه أي لايمكن التوسيع في حالة زيادة الطلب على انتاج مثل الارض.

ملاحظة: في الحقيقة لا يوجد عنصر انتاج ثابت بصورة مطلقة مهما اخدت الفترة الزمنية بنظر الاعتبار لكن يوجد بعض العناصر متميزة بكلفتها العالية اذا حدث أي تغير في كميتها المعروضة لذلك لسهولة التحليل يفترض بانها عنصر انتاج ثابت.

B-<u>عناصر الانتاج المتغيرة:</u> وهو دلك العنصر الدي يمكن تغير الكمية المطلوبة منه فورياً وبصورة مباشرة وسريعة وحسب الطلب على الانتاج الدي يدخل في ذلك العنصر في انتاجه ومن عناصر الانتاج المتغيرة هي (العمل /المواد الخام المختلفة).

3- التقسيم الزمني الى:-

أ-<u>المدى القصير Short-run:-</u> هي تلك الفترة الزمنية التي يكون فيها على الاقل عنصر انتاج واحد ثابت لذلك فأن تغير كمية الانتاج خلال المدى القصيرة يعتمد على تغير عناصر الانتاج المتغيرة فقط.

ب- <u>المدى الطويل Long-run:-</u> هي تلك الفترة الزمنية التي يكون فيها جميع عناصر الانتاج متغيرة لذلك فأن الزيادة في كمية المنتجة من أي سلعة تكون من خلال زيادة أي عنصر من عناصر الانتاج.

4-النسب الثابتة والنسب المتغيرة

أ-النسب المتغيرة:- يمكن توضيحها كالاتي:-

1-هي ان كمية الانتاج تتغير بتغير العنصر المتغير مع بقاء عنصر الانتاج الثابت دون تغير وهذا ما يكون عليه في المدى القصير والتي تكون فيها نسب عناصر الانتاج المتغيرة فيها متغيرة.

2- يمكن انتاج نفس الكمية من الناتج عن طريق مزج كميات مختلفة من عناصر الانتاج وهذا يعني أن جميع عناصر الانتاج متغيرة في الاجل الطويل، اما في حالة وجود عنصر انتاج ثابت مع العناصر المتغير فتكون في الاجل القصير.

ب- النسب الثابتة :يعني دلك وجود نسبة معينة ثابته لعناصر الانتاج التي يمكن ان تستخدم في الانتاج لانتاج سلعة معينة وهذا يعني أن زيادة الانتاج او تقلصه ناتج عن زيادة او نقص عناصر الانتاج بنفس المقدار، وتكون عادة في دوال الانتاج الخطية .

المبادئ الاولية في اقتصاديات الأنتاج

اقتصاديات الانتاج الزراعي (النباتي والحيواني) هو عبارة عن تطبيق مبادئ الاختيار على استعمال عناصر الانتاج (الارض /العمل /رأس المال /الادارة) في الزراعة بالطريقة التي تعظم الانتاج او تقلل التكاليف او كليهما بما يحقق معظمة الاشباع ، ويقوم هذا الفرع بدراسة جميع النواحي المتعلقة باستعمال الموارد وكيفية الوصول الى معدلات الانتاج الزراعي التي

تحقق الرفاهية الاقتصادية، كما يقوم هدا الفرع بتحليل المبادئ والعلاقات التي تجعل من الممكن اختيار ووضع الخطة المزرعية .

اهداف اقتصاديات الانتاج

1- تقدير ووصف الشروط الواجب توفيرها للحصول على افضل استخدام للموارد الاقتصادية الزراعية .
2- تحديد مدى الانحراف عن الاستخدام الامثل للموارد الاقتصادية الزراعية مقارنة بالعمليات الانتاجية الزراعية الجارية .
3- التعرف على الوسائل والطرق التي يمكن من خلالها الوصول الى الاستعمال الامثل للموارد الاقتصادية الزراعية .
4- التعرف على العلاقات التحليلية للقوى التي تحدد النظم الانتاجية واستخدام عناصر الانتاج الزراعي .

جوانب استخدام اقتصاديات الانتاج

1-التخطيط:- يمكن ان يساهم في تحديد الكميات المثلى من الموارد الانتاجية على سبيل المثال عند استخدام بعض المبادئ الاقتصادية لاختيار عناصر الانتاج يمكن التوصل او تحديد كمية عناصر الانتاج التي يحتاجها المنتج لانتاج كميه معينة من محصول ما .

2-التنبؤات المستقبلية:- يمكن للمنتج ان يستخدم المعطيات او المعلومات التي حصل عليها في السابق فيما يخص كميات الانتاج من المحاصيل المختلفة للتنبؤ عن الانتاج المتوقع في المستقبل .

3-تقدير الانتاج:- يمكن تقدير كميات الانتاج المتوقعة عن طريق وسائل المختلفة منها دوال الانتاج عندما يتم التعرف على كميات مستلزمات الانتاج التي استخدمت في العملية الانتاجية.

الاهداف المشار اليها سابقاً تحقق الاتي :-

1-التعظيم Maximization|

A- الانتاج Prouctd
B- العوائدReturn
C- الارباحProfit

2-التدنية Minimization

A- الانتاج في حاله الاحتكار
B- التكاليف
C- الخسائر

وسائل تحقيق الاهداف :-

1- **آليه السوق:**سواء لعناصر الانتاج او للناتج، أي انه يحصل على تعظيم الارباح وتدنية الخسائر من خلال تركيب السوق.
2- **طبيعه الانتاج:**بعض المنتجين يحققون اهدافهم من خلال احتكار انتاج سلعة ما ذات مواصفات معنيه ويستطيع ان يفرض السعر الذي يحقق له اعلى الارباح .
3- **اختيار المدخلات المخرجات:** يستطيع المنتج ترشيد التكاليف من خلال اختيارها كميات واسعار مناسبه من المدخلات ، وكذلك يمكن ان يختار النواتج التي لها مواصفات معينه .
4- **اختيار التقنيات المناسبة:** يمكن للمنتج ان يحقق اهداف من خلال استخدام التكنلوجيا الحديثة التي توفر الوقت والجهد ولكن على العكس من ذالك في بعض الدول كلصين وبنغلادش حيث انها تستغني عن بعض الآلات لوفره الايدي العاملة فيها .
5- **التنبؤ بالمستقبل:** يحقق المنتج اهدافه من خلال معرفه طبيعة الاسعار للموارد ولانتاج في المستقبل أي التنبؤ بلظروف المحيطة بالانتاج الزراعي.

عناصر الانتاج الزراعي

تقسم عناصر الانتاج الى (الارض-العمل-راس المال - الاداره) وقد تناول الاقتصاديون المختصون هذا التقسيم بالنقد وذالك لعدم وجود تجانس بصوره كامله داخل كل عامل، كما ان التقسيم بين بعض عوامل الانتاج يعد غير واضح، فالتمييز بين الارض وراس المال لا يقوم على اسس اقتصاديه متينه بالاضافة الى ان التميز بين العمل ولادارة يعد صعباً في بعض

العمليات الانتاجية . وبالرغم من ذلك فان هذا التقسيم لايزال سائداً في كتابات العديد من الاقتصادين، **كما يميل بعض الكتاب الى تقسيم عوامل الانتاج الى :**

1. **موارد طبيعية:** تشمل الارض والمصادر النباتية والحيوانية والمياه و المتغيرات المناخية.
2. **موارد رأسمالية :** تشمل السلع المنتجة كالمعدات والمباني .
3. **موارد بشرية :** تضم الجهود البشرية كالتنظيم والعمل .

ففي اقتصاد متخلف تعد الارض ذات اهمية نسبية عالية لاعتماد الزراعة عليها ، بينما في المجتمعات المتقدمة يعد العمل الماهر وراس المال ذات اهمية نسبية اكبر، وهكذا بالرغم من اهمية عناصر الانتاج كافة في العملية الزراعية، الا ان اهميتها تتباين في ضوء مرحلة التنمية الاقتصادية الزراعية لذلك القطر.

اولا : الارض Land :-

هي كل الظواهر الطبيعية التي تتعامل مع المحاصيل الزراعية من خلال التربة. وتشمل سطح الارض وتمتاز به من استعمالات مختلفة وكذلك ما يحتويه جوف الارض من موارد معدنية ومياه ،فضلاً عن مايغلف الارض من اجواء متميزة ودرجات متفاوتة من الحرارة و الرطوبة التي تؤدي مجتمعة الى الميزة النسبية في انتاج محاصيل معينة دون اخرى.

وللارض خصائص معينة منها :

1. هبة من الله سبحانه وتعالى وليس من صنع الانسان .
2. مستديمة أي لها صفة الدوام حيث يمكن الحفاظ على قوامها الطبيعي .
3. محدودة في كميتها وثابتة في موقعها ، بالرغم من امكانية زيادة الارض الزراعية الا انها لاتشكل الا نسبة ضئيلة من اجمالي المساحة الزراعية في العالم .
4. عرض الاراضي غير مرن لصعوبة نقلها من مكان الى اخر .

ثانيا : العمل Labour :-

هو الجهد المبذول اختيارياً من قبل الفرد في تحقيق منفعة ، او انه الجهد المبذول لاشباع حاجات الفرد والمجتمع ، ونظراً لاهمية هذا العنصر في العملية الانتاجية فقد ذهب بعض

الاقتصاديين الى ان قيمة السلعة تتحدد بما انفق فيها من عمل، ويوكد اخرون الى ان قيم مبادلة أي سلع يتوقف على كمية العمل اللازم لانتاجها .

وللعمل خصائص متعددة منها:-

1. ان يكون الجهد المبذول يستهدف تحقيق منفعة .
2. يتسم بأنخفاض مرونة انتقاله مقارنة برأس المال.
3. يميل عرض العمل الى ان يكون مستقلا عن الطلب عليه فأذا زاد الطلب على العمل فجأة فأن المعروض منه لايمكن ان يزيد بالسرعة نفسها والعكس صحيح .

*تتطلب الزراعة الحديثة تقسميا للعمل يتحقق معه كفاءة انتاجية عالية، وغالباً ما يرتبط تقسيم العمل المزرعي بحجم المزرعة وطبيعتها، وكلما كبر حجم المزرعة اصبح تقسيم العمل اكثر ضرورة. كذلك فان هناك علاقة طردية بين حجم المزرعة وحجم السوق من ناحية وتقسيم العمل من ناحية اخرى. ومن مزايا تقسيم العمل المزرعي في مقدمتها زيادة الانتاج وخفض التكاليف.

ويقاس العمل في مجال دوال الانتاج الزراعي بصورة وحدات متساوية ونظراً لتباين قوة العمل المستخدم من قبل الرجل مقارنة بالمرأة العاملة او الاولاد العاملين في القطاع الزراعي فقد اعتبر عمل الرجل في اليوم الواحد وحدة واحدة ،بينما عمل المرأة حوالي 0.8 وحدة عمل والاولاد من (0.4 - 0.6) وحدة عمل في ضوء اعمارهم وذلك وفقا لشريحة محددة من المهارة في العمل المزرعي.

ثالثا : راس المال Capital :-

يعد من العناصر الانتاجية ذات الاهمية النسبية العالية في الزراعة الحديثة وتعريفه العام بانه ((الثروة التي تستخدم في انتاج ثروة اخرى)) يعد اكثر عمومية، ويقصد به في مجال دراستنا مجموع الالات والادوات ومستلزمات الانتاج الاخرى الثابتة التي تستخدم في مجال الانتاج الزراعي.

خصائص رأس المال :-

1. في الدول النامية يتسم في الندرة مقارنة في عناصر الانتاج الاخرى

2. يعد تكوين راس المال في الزراعة مسألة مرتبطة في التقدم في مجال الانتاج الزراعي ووسائله.
3. يتحدد حجم الاستثمارات في القطاع الزراعي في ضوء خطط تنمية القومية والتي غالبا ما يحتسب معامل رأس المال لهذا الغرض ، ويتفق الاقتصاديين على ان هذا المعامل يجب ان يزيد في الاقتضاديات النامية من (4 : 1) .

المصادر

1-Soltani, G.R. 1976 , cost-size Relationship And Traditional Farmers , Economic Behaviour , S.J. Agr. Eco.

2-Taru V. B. & other , 2010, Economics of Broiler Production in Meme Division of Cameroon , Kamla-Raj, J Agri Sci, 1

3–الرويس ،خالد. 2009. اقتصاديات الإنتاج الزراعي. جامعة الملك سعود. كلية علوم الأغذية والزراعة. قسم الاقتصاد الزراعي. قصر. 428.

4- سلفادور ، دمينيك. 1983. ملخصات شوم . نظرية اقتصاديات الوحدة. ترجمة سعد الشيال. دار ما كجر وهيل.

محاضرات اقتصاديات الانتاج

المرحلة الثالثة

المحاضرة الثانية (2)

استاذ المادة

د. ماجد عبد حمزة الداودي

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

المحاضرة (2)

اقتصاديات الانتاج

Production Econcmics

دالة الانتاج Production function

الانتاج في حالة واحد Production with one variable input

*الوحدة التكتيكية: Technical unit تعني وحدة ثابتة من الانتاج يحسب في ضوئها حجم الايرادات المتأنية منها Revenues والتكاليف المتربة عليها Costs الا انه غالباً ما تحسب ضمن المشروع الواحد.

*الوحدة الاقتصادية: Economic unit : تعني مجموعة الموارد التي يمكن حساب ايراد اقتصادي لها فالمزرعة تكون وحدة اقتصادية وتضم عدة مشاريع وللمشاريع وحدات تكتيكية متميزة.

وبالتالي فان الامر يقتضي التعرف على تحليل الوحدات التكتيكية ثم ربط هذا التحليل بالوحدات الاقتصادية.

*دالة الانتاج: هي عبارة عن العلاقة التي تربط بين الموارد الاقتصادية المستخدمة في العملية الانتاجية والنتاج الذي يحصل عليه من هذه العملية ،حيث يستلزم اتباع أي سلعة اقتصادية استخدام العديد من عناصر الانتاج.

كما تعرف دالة الانتاج ايضا على انها تلك العلاقة التي يمكن بواسطتها الحصول على اقصى كمية من الناتج بواسطة مجموعة معينة من المدخلات ومستوى معين من التكنلوجيا خلال فترة زمنية معينة.

ويشير اصطلاح دالة الانتاج الى العلاقة الفنية بين كمية الموارد الداخلة في الانتاج وبين ما تنتجه المنشاة من سلع وخدمات في مدة زمنية معينة بغض النظر عن اسعار المورد .

* ان الهدف الاساسي من دراسة دوال الانتاج هو من خلالها يمكن فهم طبيعة العلاقات الموردیه- النتاج بوضح Factor Product Relationship وبذلك يمكن اعطاء بعض المؤشرات التي تكون مفيدة عن طبيعة هذه العلاقات التي قد تواجه الانتاج .

يمكن التعبير عن دالة الانتاج من خلال :-

*صيغ دالية (رياضية)

يمكن التعبير عن دالة الانتاج من خلال وجود متغير واحد من خلال الصيغة التالية:-

y=f(x)

حيث

Y: الناتج ، x: المورد

y=2x

y=√X

وكل قيمة من y تعتمد على قيمة X مثلا عندما X=3 فان y=6 في المعادلة الاولى و 0.73 في المعاداة الثانية

وشكل هذه المعادلة اول اكتشافها كان بالشكل:

y=ax

حيث ا

a : قيمة ثابتة.

وتطور هذا الشكل ليعالج الضعف فيه والذي يفترض ان تكون قيمة y مساوية للصفر اذا كانت قيمة x أو a تساوي صفر واصبحت الصيغة كما يأتي:

Y=c+bx

حيث

b ميل الدالة (المعامل الحدي للعنصر)

في هذه الدالة او الصيغة اذا ساوت قيمة b أو X للصفر يعني الانتاج بدلالة المعامل الثابت c .

وقد اضافة بعض المختصين شكلاً رياضياً اخر

$Y=M-ARx$

M=القيمة القصوى المتأتية من اضافة عنصر متغير X .

A=قيمة ثابتة ، R=معامل الانتاجية الحدية للعنصر المتغير .

وتطور الشكل الرياضي لدالة الانتاج حتى اصبح لكل محصول دالة انتاج خاصة به اعتمادا على طبيعة المدخلات.

2-جدول حسابي Table

يمكن التعبير عن دالة الانتاج بشكل جدول اذا يوضح العلاقة بين المورد X الذي يعبر عن الوحدات المستخدمة من مورد معين ليكن السماد النيتروجيني والناتج Y يعبر عن انتاج الذرة والجدول يوضح عن اضافة 40 وحدة من السماد فان انتاج الذرة يصبح 75 ومن ثم يزداد بزيادات متناقصة مع زيادات متتالية من السماد النيتروجيني

Y = 50 /75 /105 /115 /123 /128

X= 0 /40 /80 /120 /160 /200

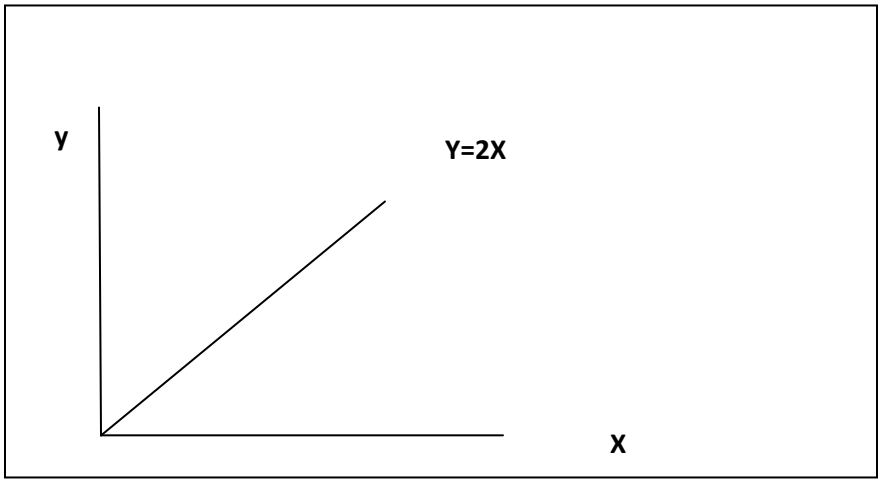
3ـــشكل بياني Graph

يمكن التعبير عن دالة الانتاج بشكل بياني حيث يوضح المحور الافقي وحدات العنصر X ويمثل المحور العمودي Y ناتج الذرة المقابل لكل وحدة من وحدات العنصر X

وتحدد صيغة الدالة الانتاجية Nature of Production Function شكل العلاقة الموجودة بين المورد المتغير والانتاج ويمكن التعبير عن هذه العلاقة بين اما في صورة دالة انتاجية ثابتة او متناقصة او متزايدة.

*** الانتاجية الثابتة constant Production**

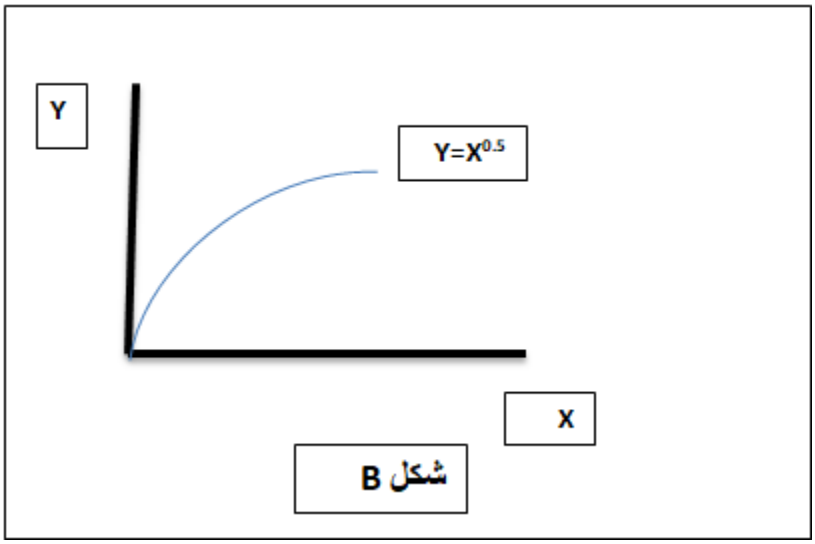
يمكن الحصول على الانتاجية الثابتة في حالة اذا ادت الزيادات المتتالية من المورد الانتاجي الى حصول زيادات متساوية في الانتاج وعندئذ تسمى العلاقة بين العنصر والناتج بأنها علاقة خطية Linear ويمكن رسمها بالشكل الاتي:



شكل (A)

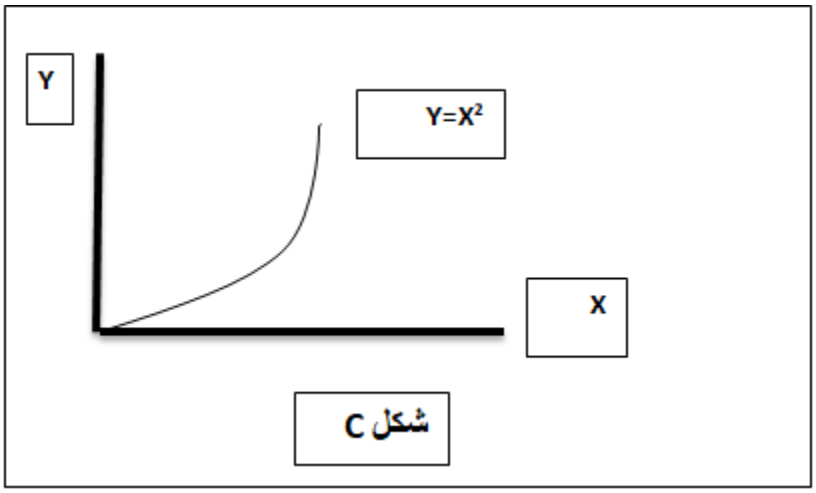
الانتاجية المتناقصة Decreasing production

تتحقق الانتاجية المتناقصة للموارد الانتاجي المتغير في حالة ما اذا ادت الزيارات المتتالية من هذا الموارد الانتاجي الى حصول على زيارات متناقصة من الناتج , ويكون الشكل ليس خطأ مستقيما كنتيجة لزيادات الموارد تأخذ على شكل مستقيم مقعر تجاه ناحية نقطة الأصل أو المحور الأفقي .



الانتاجية المتزايدة Increasing production

تتحقق هذه الانتاجية عندما تؤدي الزيادة في X الى زيادات متزايدة من الناتج ويكون شكلها محدب تجاة المحور الافقي .



وبالرجوع الى الاشكال الثلاثة السابقة نرى ان الشكل A يوضع علاقة ثابية بين X و Y فعند الدالة Y=2X يعني أن كل وحدة من X تنتج 2 وحدة Y ، وعند Y=bX ايضاً اذا كانت b قيمة موجبة ثابتة فأن قانون الغله المتناقصة لايعمل .

الشكل (B) يظهر مفعول قانون الغلة المتناقصة حيث كل وحدة من X نؤدي عند اضافتها الى زيادات متناقضة في Y .

$Y=\sqrt{X}$

ويمكن كتابتها

$Y = x^{0.5}$

$Y = ax^b$

حيث a , b قيم موجبة وb تكون اقل من الواحد واكبر من الصفر

$$0 < b < 1$$

وعليه تعطي زيادات في الانتاج Y لكنها زيادات متناقصة .

اما الشكل C العلاقة تكون $Y=X^2$ يعني عند اضافة X يؤدي الى زيادات متزايدة في Y وهنا ايضاً لا يظهر قانون الغلة ويمكن ان تكتب ايضاً $Y=ax^b$ لكن b تكون اكبر من الواحد.

س/ اي نمط من الانماط التي ثم ذكرها يسور في الانتاج الزراعي .

س/ متى تتحول العلاقة من الشكل C الى الشكل A .

اذا اعطينا الدوال التالية

$Y=3x$

$Y=6x-0.10x^2$

هل قانون الغلة المتناقصة معلق .

خصائص دالة الانتاج :

1- انها داله وحيدة القيمة ومتصلة ولها مشتقات اولى وثانية متصلة أيضا مايعني قابلية التقسيم والتجزئة لعناصر الانتاج والسلعة المنتجة .
2- قيمة المدخلات والمخرجات لاتكون سالبة .
3- الدالة متجانسة ودرجة التجانس تعتمد على العلاقة بين الزيادة في عناصر الانتاج والزيادة المتحققة في الانتاج نفسة .
4- تفترض دالة الانتاج تحقق الكفاءة الفنية في الانتاج .
5- للدالة بعد زمني وان المخرجات والمدخلات ماهي الا تدفقات خلال الزمن .

فروض دالة الانتاج :

هناك ثلاث فروض اساسية لاية دالة انتاج هي :-

1- التأكد التام Perfect certuinty

ان عملية التأكد من كمية الانتاج المتوقعة في الزراعة امراً مشكوكاً فيه فاذا استخدم المزارع تولفية الموارد السابقة نفسها فانه قد لايحصل على كمية الانتاج نفسها , ورغم هذا فان ظروف التحليل تقتضي فرضية التأكد التام والمعرفة التامة بكافة الظروف التي تواجة المزارع , أي أنه على دراية بما سيكون عليه الناتج عند اضافة وحدات اكثر من العنصر مثل هذه الفروض هي مايطلق فروض التاكد التام , والتي تفترض ان تصاحب العلمية الانتاجية وذلك حتى يمكن تبسيط وشرح دوال الانتاج .

2- مستوى التقنية Level of Technology

أن عملية الانتاج توضح الطريقة التي تتم بها مزج عناصر الانتاج ويوجد العديد من طرق مزج عناصر الانتاج للحصول على الناتج . وبهدف التحليل فانه يفترض ان المنتج يستخدم أكفأ طريقة Most efficient متاحة لدية للحصول على الناتج أي أنه يحصل على أعلى ناتج من الموارد المتاحة لدية ، أن طريقة الانتاج او مزج الموارد وعادة مايطلق عليها مستوى التقنية .

3- طول الفترة الزمنية :

يفترض ان الناتج المتحصل علية من توليف مواد معينة هو ناتج يتم الحصول علية في فترة زمنية معينة , فإذا طالت الفترة الزمنية عن نظيرتها السابقة سوف يتخلف ومن هذا المنطق فأنه يمكن تقسم موارد الانتاج الى ثابتة ومتغيرة .

أهمية دالة الانتاج :

1- ان دالة الانتاج وتطبيقاتها ذات فائدة بالغة في توضيح العلاقة الفعلية بين الانتاج وعناصره وتوضيح اهمية كل عنصر الامر الذي يساعد على تقدير المؤشرات الاقتصادية والاحصائية ورسم الخطط اللازمة للنهوض بواقع المنشأت .
2- يستفاد من تحليل دوال الانتاج في عملية التنبؤ بمستلزمات التحقيق المستهدفة من الانتاج كما يمكن التنبؤ بتأثير نمو الانتاج في حال معرفة عناصر الانتاج الداخلة او التي سوف يستخدم في العلمية الانتاجية مستيقلاً .
3- تعد دالة الانتاج من اهم الاساليب التحليلية لاهميتها في مجال التنمية الرأسية او يمكن عن طريق تحديد معدل زيادة الناتج عند قدر معين من الموارد .

المصادر

1–عبد الغني ، محبوب عادل. 1998. أصول الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق. الطبعة الاولى. شركة الاعتدال. بغداد. العراق.

2–الجو مرد ، أثير عبد الجبار. 1988. مقدمة في الرياضيات الاقتصادية. مديرية دار الكتب للطباعة . جامعة الموصل.

3–النجفي ، سالم توفيق. 1985. اقتصاديات الإنتاج الزراعي. جامعة الموصل .

4-Ghebremariam , W.K., G. Fortmann and IVN Sahlai . 2006. A production function analysis of commercial dairy farms in the high lands of Eritrea using ridge regression. A grekou , vol. 45 , No. 2. .

5-Salois , J. Matthew , G. Livauis and C.B. Moss. 2006. Estimation of production functions using Average Data. Southern Agricultural Economics Association Annual Meetings. Orlando , Florida.

المحاضرة الثالثة (3)

المشتقات الاقتصادية لدالة الانتاج

أستاذ المادة

د. ماجد عبد حمزة الداودي

المشتقات الاقتصادية لدالة الانتاج

لدالة الانتاج بعض المشتقات الاقتصادية التي يمكن للاقتصادي الاستفادة منها في مجال اتخاذ القرارات لزيادة الموارد الطاقة للعملية الانتاجية او التقليل منها .

1- الناتج المتوسط Average product (AP) :

هو نسبة المخرجات الى المدخلات اي حاصل قسمة الناتج الكلي على وحدات المورد المتغير X

$$= \frac{f(X)}{X}$$

$$AP=\frac{Y}{X}$$

ولتحقيق اكبر قيمة لمتوسط الانتاج يتحقق من خلال المشتقة الاولى لمتوسط الانتاج

$$\frac{\partial AP}{\partial x} = \frac{x_1 f(x_1) - f(x_1)}{x_1^2} = 0$$

وتستخدم الناتج المتوسط عموماً لقياس مدى كفاءة efficient الموارد المتغير المستخدم في العملية الانتاجية اذ تزداد كفاءة الموارد في بداية العملية الانتاجية وينعكس ذلك على تزايد منحنى الناتج المتوسط بمعدل اسرع الى نقطة معينة ثم يستمر الناتج المتوسط في الارتفاع ولكن بمعدل اقل مشيراً الى أن كفاءة المورد وأن كانت مازالت مرتفعة فأنها ليست كسابقاتها حتى يصل الناتج المتوسط الى اقصاه قم تبدأ كفاءة الموارد المتغيرة في التناقص مما ينعكس على منحنى الناتج المتوسط .

2- الناتج الحدي (MP) Marginal production :

يعرف بأنه الزيادة في الناتج الكلي الراجعة الى زيادة في كمية المورد المتغير بوحدة واحدة . اي ان:-

$$MP = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\partial TP}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial f(x/y)}{\partial x}$$

فاذا كانت لدينا الدلة الاتية:-

TP=2X

فأن

$$MP = \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2$$

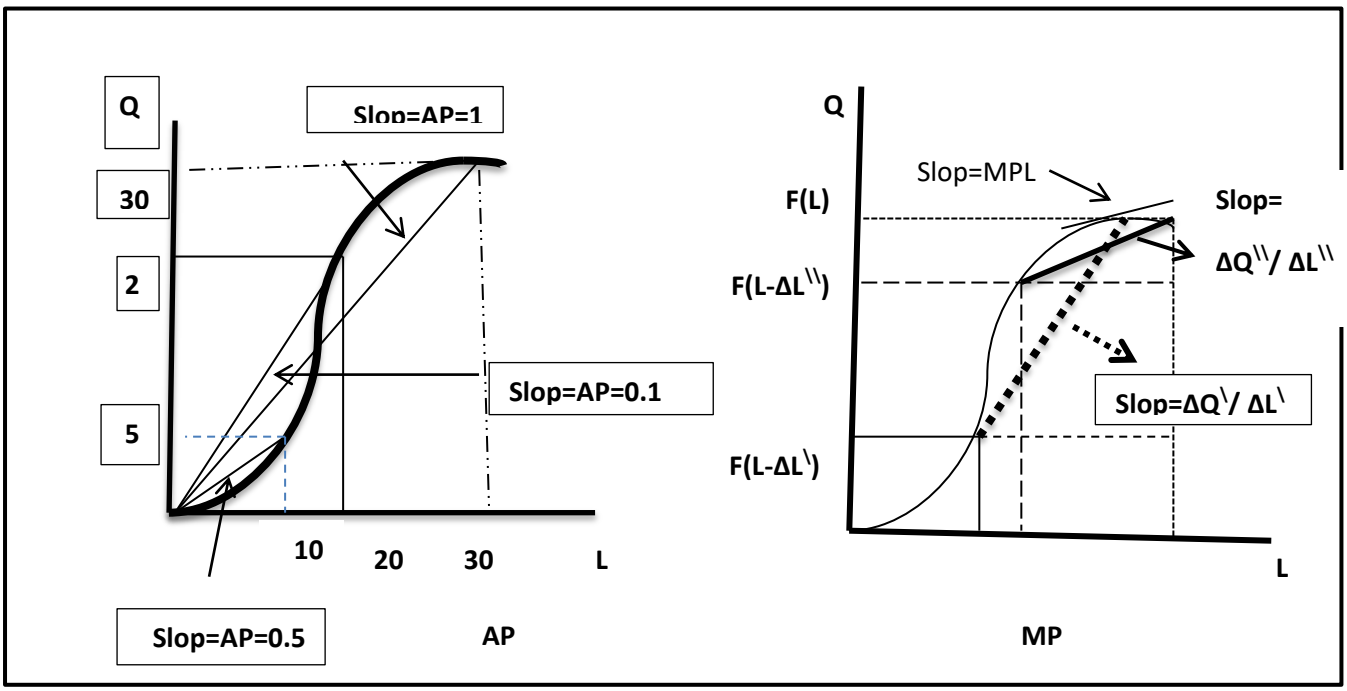
$$AP = \frac{y}{x} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\therefore MP = AP$$

*الجدول التالي يبين كيفية ايجاد كل من AP ,MP

X	Y	AP	MP
0	0	-	-
1	33	33	33
2	74	37	41
3	111	37	37
4	132	33	21

*ويمكن توضيح AP , MP من خلال المنحنى التالي :



التعظيم والتدنية Maximization & Minimization

في حالة الدوال ذات المتغير الواحد Y=f(X)

يوجد شرطان للحصول على قيمة التعظيم والتدنية :

1- **الشرط الاساسي Necessary Condition** وفيه يجب ان تكون المشتقة الاولى عند تلك القيمة (الحدية) Stationary تساوي صفر.

$$\frac{\partial y}{\partial x} = f(^{/}X) = 0$$

2- **الشرط الكافي Sufficient Condition** وفيه يجب ان تكون المشتقة الثانية .

أ- سالبة اذا كانت قيمة Y هي الكبرى

$$\frac{\partial y}{\partial x}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)$$

$$=\frac{d^2y}{dx^2} = f^{//}(X)<0$$

ب- موجبة اذا كانت قيمة Y هي الصغرى $f^{//}(X)> 0$

- واذا كانت المشتقة الاولى ثابتة والثانية تساوي صفر يعني ان الدالة في نقطة انقلاب .
- المشتقة الثانية لدالة الانتاج هي بمثابة المشتقة الاولى لدالة الانتاج الحدي والقيمة الموجبة لهذه المشتقة تعني ان الناتج الحدي في تزايد والعكس صحيح المشتقة الثانية لدالة الانتاج $\frac{d^2y}{dx^2}$ هي عبارة عن انحناء او تحدب او تقعر باتجاة نقطة الاصل وهي مشتقة الثانية لدالة الانتاج .
- اذا كانت المشتقة الثالثة موجبة تعني ان الناتج الحدي متزايد بمعدل متزايد او يتناقص بمعدل متناقص.

اما اذا كانت سالبة فان الناتج الحدي يتزايد بزيادات متناقصة او يتناقص بمعدل متزايد .

اذا كانت صفر فان الناتج الحدي MP ذو ميل ثابت وغير منحني .

مرونة الانتاج Elasticity of Production

تستخدم مرونة الانتاج لتقدير درجة استجابة الناتج الكلي y للتغيرفي المورد المتغير اي هو عبارة عن التغير النسبي في المتغير التابع y مقسوماً على التغير النسبي في المتغيير X

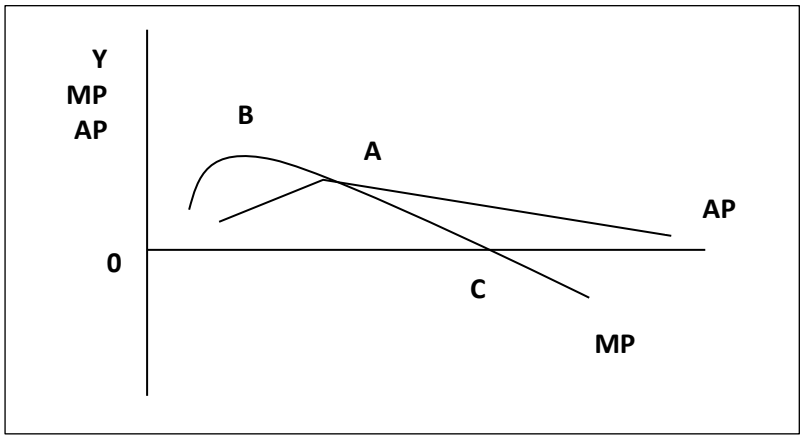
$$EP = \frac{\Delta y/y}{\Delta x/x} \text{ or } \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta X}{X}} \text{ or } \frac{\Delta y}{y} * \frac{x}{\Delta X} \text{ or } \frac{\Delta y}{\Delta x} * \frac{X}{y}$$

ان الوحدة الاخيرة المضافة من العنصر X تؤدي الى زيادة في الانتاج اكبر من متوسط الانتاج لاي وحدة من العنصر والعكس صحيح .

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = MP \qquad \frac{X}{Y} = \frac{1}{AP}$$

$$EP = \frac{MP}{AP}$$

$$E = \frac{\Delta y}{\Delta x}.\frac{X}{Y} = MP.\frac{1}{AP} = \frac{MP}{AP}$$



1- اذا كان $AP < MP$ فان $1 < E$ نقطة B
2- اذا كان $AP = MP$ فان $1 = E$ نقطة A
3- اذا كان $AP < MP$ فان $0 < \mathrm{E} < 1$ المنطقة المحمورة بين A,C
4- اذا كان $MP = 0$ فان $\mathrm{E} = 0$ نقطة C (تعظيم الناتج $\mathrm{MP}=0$)
5- اذا كان $\mathrm{MP} < 0$ فأن E سالبة.

ماهي مرونة الانتاج كيف

$$Y = a \quad x$$

$$Y = ax^{0.5}$$

$$AP = ax^{-0.5}$$

$$MP = \frac{\Delta y}{\Delta x} = 0.5ax^{-0.5}$$

$$EP = \frac{MP}{AP} = \frac{0.5ax^{-0.5}}{ax^{-0.5}} = 0.5$$

$$Y = ax^{b} \rightrightarrows P = b$$

او

$$EP = \frac{MP}{AP} = \frac{abx^{b-1}}{ax^{b-1}} = b$$

س/ افرض ان دالة الانتاج هي :

$$y = 0.4x + 0.08x^2 - 0.003x^3$$

قيمة جد EP, AP, MP عندما $x = 21$

المصادر

1-Ronald , D.K. 1981. Farm Management . McGraw-Hill book co. Tokyo

2-Sampath , R.K. 1979. Nature and measurement of efficiency. Indian Journal of Agricultural Economics. Vol. XXXIV, No.2.

-عطية ، عبد القادر محمد. 2000. الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق. الجزء الثاني. الطبعة الثانية. كلية التجارة. جامعة الإسكندرية.

6-الجو مرد ، أثير عبد الجبار. 1988. مقدمة في الرياضيات الاقتصادية. مديرية دار الكتب للطباعة . جامعة الموصل. ص 129.

المحاضرة الرابعة (4)

نظرية الانتاج

أستاذ المادة

د. ماجد عبد حمزة

الداودي

نظرية الانتاج Production Theory

تكلمنا في المحاضرة السابقة عن دالة الانتاج والشروط الواجب توفرها في دالة الانتاج .

من خصائص المنتجات الزراعية بشكل عام هو أن الدالة الانتاجية لها تخضع لقانون الغلة المتناقصة وهو القانون الذي يشير الى ان العلاقة بين كمية الانتاج الانتاج وكمية العنصر الانتاجي تمر بثلاث مراحل هي :-

1-المرحلة الاولى: مرحلة تزايد الغلة increasing :-ونقصد بالغلة هنا معدل الانتاج **Avarge Production (AP)**

$$\boldsymbol{AP = \frac{TP}{X}} = \frac{\text{كمية الانتاج}}{\text{كمية عنصر الانتاج}}$$

اذ يكون معدل الانتاج **Avarge Production** في هذ المرحلة في حالة تزايد ويصل الى نهايته العظمى في نهاية تلك المرحلة.

أما الناتج الحدي Marginal Production فهو يمثل التغير الذي يحصل في الانتاج نتيجة تغير كمية العنصر الانتاجي وحدة واحدة ويحسب وفق الصيغة الاتية:

$$MP = \frac{dQ}{dx} \text{ أو } = \Delta Q/\Delta X = \frac{\text{التغير بالانتاج}}{\text{التغير في العنصر الانتاجي}}$$

ففي بداية هذه المرحلة يكون في حالة تزايد

ففي بداية هذه المرحلة يكون في حالة تزايد ويكون اعلى من معدل الإنتاج ويصل الى نهايته العظمى ضمن هذه المرحله ثم يأخذ بالتناقص ويتساوى في نهاية هذه المرحلة مع معدل الانتاج، اما الناتج الكلي Total Product فيكون بالطبع متزايد في هذه المرحلة.

2- **المرحلة الثانية: مرحلة تناقص الغلة Decreasing** :

في هذه المرحلة يكون معدل الإنتاج في حالة تناقص وكذلك الناتج الحدي الا ان معدل الانتاج أعلى من الناتج الحدي MP في هذه المرحلة .و يصل الناتج الحدي في نهايه المرحله الى الصفر اما الناتج الكلي سيبقى متزايد في هذه المرحلة ويصل نهايته العظمى في نهاية المرحله الثانية.

تسمى مرحلة الانتاج الثانية المرحلة الاقتصاديه او المرحلة الرشيدة للانتاج وذلك لان الكفاءه الفنية للانتاج تحقق في بداية تلك المرحله عندما يكون معدل الانتاج AP في اعلى نقطه له.

أما الكفاءة الاقتصادية او التي تسمى بالكفاءة السعرية فتتحقق خلال هذه المرحلة عندما قيمة الناتج الحدي Valu Marginal Product تتساوى مع سعر وحدة العنصر الإنتاجي ونعني بالكفاءة الاقتصادية هنا بأن المنتج سيحقق أعظم ربح ممكن عندما ينطوي عمله علي أعلي ربح او أقل خساره ممكنه عندما يكون عمله مصحوباً بمساواة قيمه الناتج الحدي مع سعر وحدة عنصر الانتاج .

3-**المرحله الثالثة stage III :** مرحلة التناقص المطلق في الانتاج في هذه المرحله يكون الناتج الحدي سالباً و الناتج الكلي TP في حاله تناقص وبالطبع لا يمكن للمنتج ان يصل الى هذه المرحله ويعد عمله فيها عمل غير رشيد او غير اقتصادي.

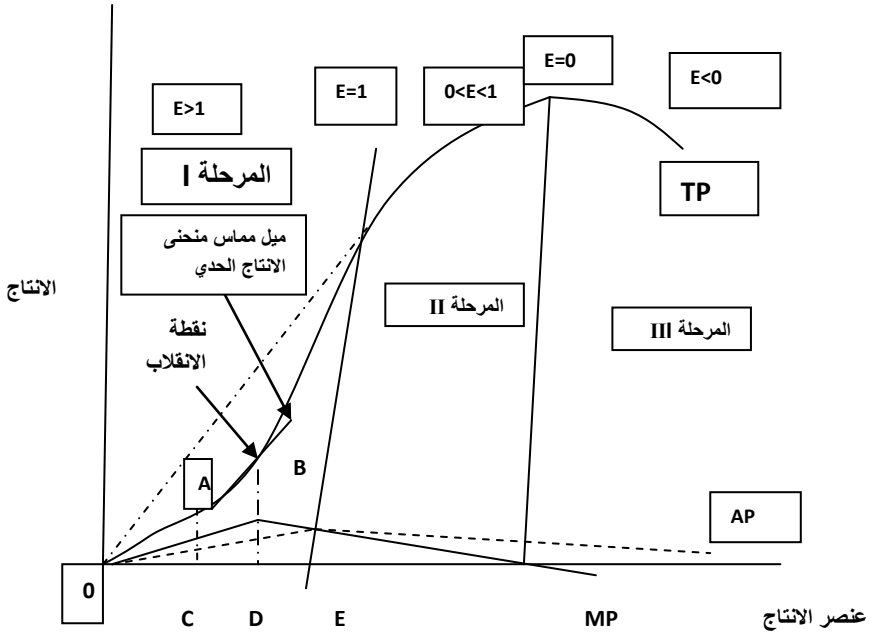
مثال اذا كانت داله الانتاج التاليه:

قطعه ارض مساحتها (10) دونم ويتم تشغيل عمال كما في الجدول ادناه والمبين ازاء اعدادهم الانتاج من المتحصل عليه.

عدد العمال	كمية الانتاج (طن)	**AP**	MP	
1	10	10	-	المرحلة الاولى
2	24	12	14	stage I
3	39	13	15	
4	52	13	13	
5	60	12	8	المرحلة الثانية
6	60	11	6	stage II
7	70	10	4	
8	72	9	2	المرحلة الثانية
9	70	8	2-	stage III المرحلة الثالثة

بيانياً يمثل ميل المستقيم الذي يخرج من نقطه الاصل (0) ويمس منحنى الناتج الكلي (TP) يحدد اعلى نقطه لمعدل الإنتاج .

اما ميل المماس يمثل الناتج الحدي. و عند نقطه الانقلاب Inflection Point يكون الناتج الحدي اعلى ما يمكن.



سؤال/ بيانياً لماذا يتساوى الناتج الحدي مع معدل انتاج في أعلى له ؟

يتساوى معدل الانتاج AP مع الناتج الحدي MP عندما يكون معدل الانتاج AP في نهايته العظمى.

عندما يكون معدل انتاج في نهايته العظمى فان المشتقه الاولى لمعدل الانتاج تساوي الصفر.

$$AP=\frac{Q}{X}$$

$$\frac{dAP}{dx}=\frac{\frac{dQ}{dX}*X-\frac{dX}{dx}*Q}{x^2}=0$$

$$\frac{dQ}{dx}*\frac{\cancel{X}}{X^{\cancel{2}}}-\frac{\cancel{dX}}{\cancel{dx}}*\frac{Q}{X^2}=0$$

$$\frac{dQ}{dx}*\frac{1}{x}-\frac{Q}{x}*\frac{1}{x}=0$$

$$\frac{1}{x}\left(\frac{dQ}{dx}-\frac{Q}{x}\right)=0$$

$$\frac{dQ}{dx} - \frac{Q}{x} = 0$$

MP-AP=0 $\Longrightarrow$ MP=AP

اذن متوسط الانتاج يتساوي مع الناتج الحدي عندما يكون متوسط الانتاج في نهايته العظمى.

اما الشكل الرياضي لاداره الانتاج عامل واحد التي تتحقق فيها مراحل الانتاج الثلاثه ما هي يجب ان تاخذ الشكل العام الاتي:

$Q=b_0+b_1X+b_2X^2+b_3X^3$

مرونة الانتاج/ Elasticity of Production

هي التغير النسبي في الانتاج مقسوماً على التغير النسبي في العنصر الانتاجي ولاثبات ان مرونة الانتاج تساوي ناتجه الحدي MP على معدل الإنتاجAP :-

$$E= \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta X}{X}}$$

أذ أن : Q=الانتاج

X=كمية عنصر الانتاج

$$E=\frac{\Delta Q}{Q} * \frac{X}{\Delta x}$$

$$E=\frac{\Delta Q}{\Delta x} * \frac{X}{Q}$$

$$=MP*\frac{1}{AP}$$

$$E=\frac{MP}{AP}$$

لذلك فان مرونة الانتاج لاي عنصر أنتاجي ستكون في المرحله الاولى اكبر من الواحد الصحيح ، وفي نهايتها تكون مساوية للواحد الصحيح ، اما في المرحله الثانية فتكون المرونة أقل من الواحد واكبر من الصفر وفي نهاية المرحلة تصل الى الصفر، اما المرحله الثالثة تكون المرونة الانتاجية سالبة.

مثال/

داله الانتاج الاتية

$$\mathbf{Q=5X+0.2X^2-0.05X^3}$$

المطلوب/ تحديد كمية X التي تعظم الانتاج، وكميه X التي تتحقق الكفاءه الفنية، وكميه X تتحقق الكفاءه الاقتصاديه (السعرية)، اذا علمت أن سعر وحدة الإنتاج (50) وسعر العنصر الانتاجي (10) .

الحل/

1- كميه X التى تعظم الانتاج تتحقق بمساواة الناتج الحدى الى الصفر.

$MP=dQ/dx=5+0.4X-0.15x^2$

تحل هذه المعادلة بطريقة الدستور فنحصل على كميه X التي تعظم الإنتاج

$X=\frac{b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

2- كميه X التي تحقق الكفاءة الفنية: تتحقق الكفاءه الفنيه عندما يكون معدل الانتاج AP في اعلى نقطه له وذلك بمساواه المشتقه الاولى لدالة معدل انتاج AP مع الصفر والحل لقيمه X تتحدد لنا كميه X التي تتحقق الكفاءه الفنية.

$AP=5+0.2X-0.05X^2$

$$\frac{dAP}{dx}=0.2-0.1X=0$$

$X=2$

أذن الكفاءه الفنيه تتحقق باستخدام (2) وحده من العصر الانتاجي X .

اما الكفاءة الاقتصادية تتحقق بمساواة قيمة الناتج الحدي VMP مع سعر وحدة العنصر الانتاجي والحل لقيمه X .

$VMP=MP*P_Q$

$=(5+0.4X-0.15X^2)(50)$

$=250+20X-7.5X^2$

مساواة VMP مع P_X

$250+20X-7.5X^2=10$

$240+20X-7.5X^2=0$

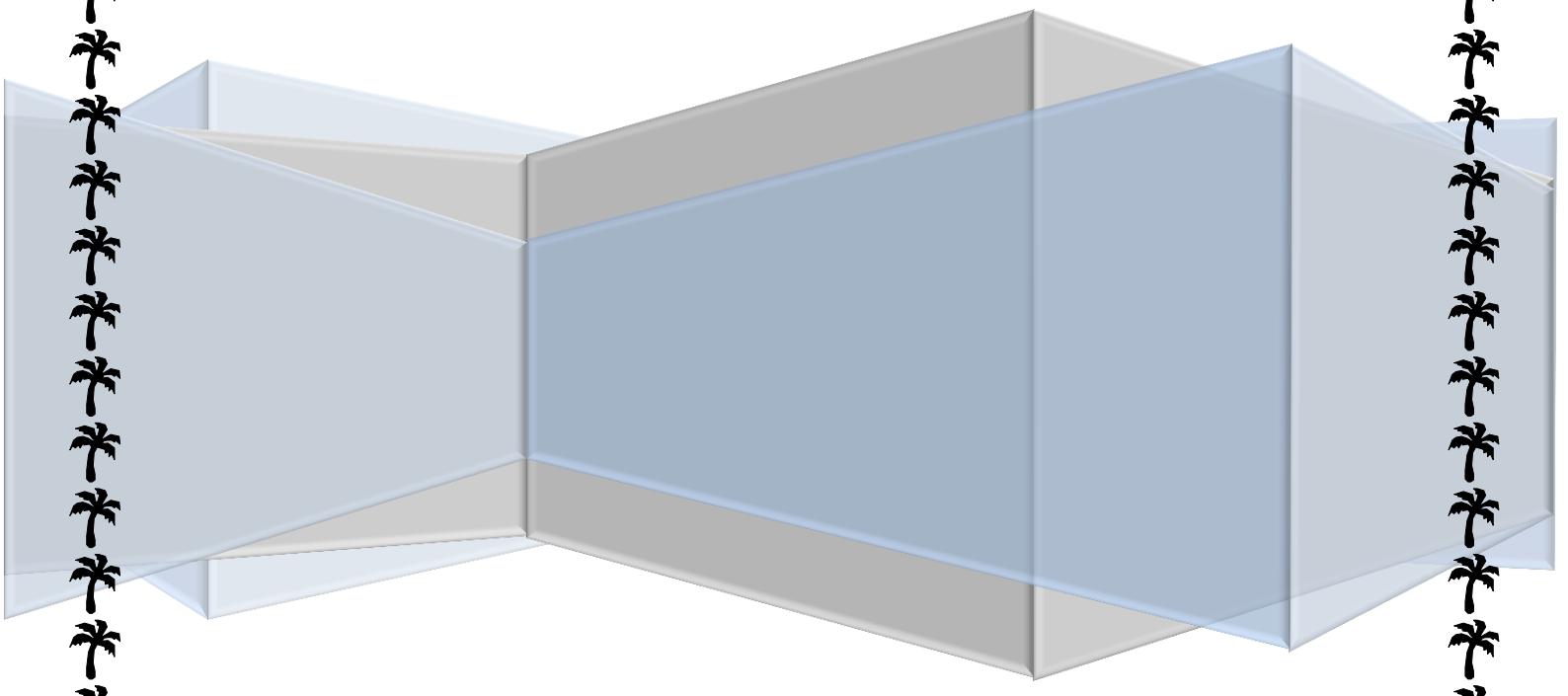
تحل هذه المعادلة بطريقة الدستور لاستخراج كمية X التي تحقق الكفاءة الاقتصادية
X=7.15

المحاضرة السادسة (6) ج1

إيرادات المؤسسة الانتاجية

أستاذ المادة

د. ماجد عبد حمزة الداودي



إيرادات المؤسسة الإنتاجية

ان الايراد المتحقق المنشأة الانتاجية ومادام بيع الانتاج يتغير من خلال السعر الثابت فإنه ايضاً يكون دالة لمستوى الإنتاج.

$\pi=TR-TC$

$\pi=P_Y*Q-Q(q)-b$

b= الكلفة الثابتة

P_Y= سعر الناتج

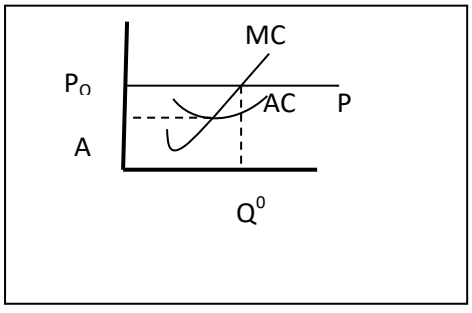
$\frac{\partial \pi}{\partial Q}=P_Y-Q^{\backslash}(q)=0$

$P_Y=MC$

وهذا يعني أن المنتج يساوي الكلفة الحدية مع سعر وحدة الناتج لتحقيق اكبر ربح ممكن ويستطيع التوسع في الإنتاج لزيادته إذا كان ما يضاف الى الإيراد من سعر وحده الناتج يزيد عن ما يضاف الى الكلفة.

إن مستوى الكلفة الثابتة لا يؤثر على القرارات المثالية في الأجل القصير لأنها تتلاشى عند أخذ المشتقات .

ان الكمية المثلى من الإنتاج تكون عند وهي نقطة تقاطع MC=P



س/ إذا كانت دالة التكاليف التالية:-

$C=0.04Q^3-0.9Q^2+10Q+5$

استخرج حجم الأرباح المتحققة أو أقل خساره ممكنة اذا علمت ان سعر وحدة الناتج $4= .

$MC=P$

$MC=dTC/dQ=0.12Q^2-1.8Q+10=4$

$0.12Q^2-1.8Q+6=0$

$Q=10$

نعوض في دالة الربح

$\pi=PY-C$

$=(10)(4)-0.04(10)3+0.9(10)2-10(10)-5$

$\pi=-15$

هذا يعني ان AC يكون اعلى من خط السعر عند أي مستوى من الإنتاج أي أن المنتج خسر كل التكاليف الثابتة التي هي 5 وجزء من الكلفة في المتغيرة وبهذه الحالة من المنتج لا يستطيع ان يستمر في العملية الإنتاجية.

حجم الإنتاج المعظم للربح

يمكن ايجاد حجم الإنتاج المعظم للربح من خلال مساواة الكلفة في الحدية مع سعر الناتج.

$MC=P$

س/ قدرت دالة تكاليف إنتاج الذرة في محافظة بابل للموسم الزراعي 2013 واتخذت الشكل التالي:-

$TC=354.81+256.91Q-7.1Q^2+0.07Q^3$

جد حجم الناتج Q المعظم اذا كان سعر طن الذرة 440 ألف دينار.

ج/

يتحقق تعظيم الربح عند

$MC=P$

$MC=dTC/dQ=256.91-14.2Q+022Q^2$

$256.91-14.2Q+0.22Q^2=440$

$256.91-14.2Q+0.22Q^2-440=0$

بعد ترتيب المعادلة

$0.22Q^2-14.2Q-183.09=0$

من خلال الدستور

$Q=73.29$ طن

المصادر

1-Soltani, G.R. 1976 , cost-size Relationship And Traditional Farmers , Economic Behaviour , S.J. Agr. Eco.

2-Taru V. B. & other , 2010, Economics of Broiler Production in Meme Division of Cameroon , Kamla-Raj, J Agri Sci, 1

3–الرويس ،خالد. 2009. اقتصاديات الإنتاج الزراعي. جامعة الملك سعود. كلية علوم الأغذية والزراعة. قسم الاقتصاد الزراعي. قصر. 428.

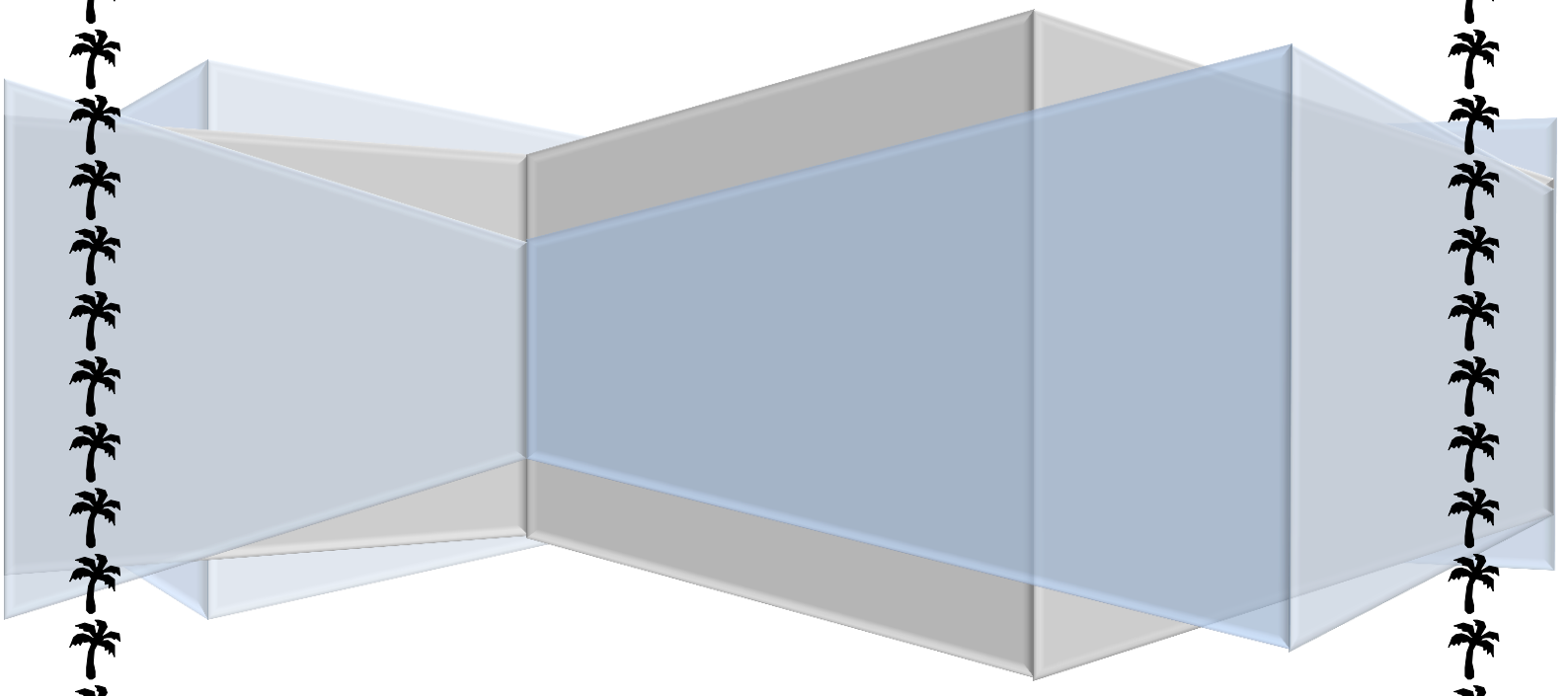
4- سلفادور ، دمينيك. 1983. ملخصات شوم . نظرية اقتصاديات الوحدة. ترجمة سعد الشيال. دار ما كجر وهيل.

المحاضرة السادسة (6) ج2

دالة العرض

أستاذ المادة

د. ماجد عبد حمزة الداودي



دالة العرض Supply function

في فترة الاجل القصير لا تتوافر إمكانية التغيير في الانتاج كما لاتتوافر ايضاً امكانية التغيير في جميع الموارد الانتاج ولكن يبقى حجم الأنتاج ثابتاً، بينما في فترة الأجل الطويل تصبح جميع الموارد متغيرة.

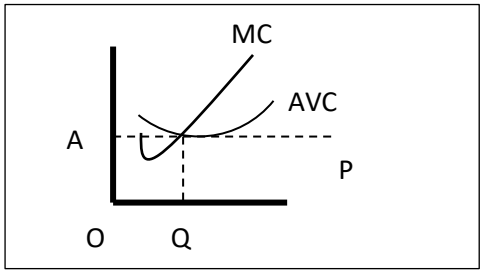
أن دالة العرض في أسواق المنافسة الحرة التامة تمثل كمية الإنتاج التي يمكن إنتاجها كدالة لسعر السوق ، والتي يمكن تحقيقها من خلال المشتقة الاولى لدالة تعظيم الربح والمتمثل بذلك الجزء الصاعد منحنى الكلفة الحدية المتطابق مع السعر الذي يقيس الكمية المعروضة من السلعة عند ذلك السعر.

وان منحنى عرض السلعة في فترة الأجل القصير هو ذلك الجزء من منحنى الكلفة الحدية في تلك الفترة والذي يقع فوق منحنى AVC . وبذلك ستكون الكمية المعروضة صفر عند ذلك الحد الذي يكون أدنى من أوطأ نقطة على منحنى AVC.

كما في الشكل التالي:-

* اوطأ من OA يكون العرض= صفر

* يبدأ العرض عندما MC= AVC



أن دالة عرض المنشأة نحصل عليها من المشتقة الاولى لدالة تعظيم الربح عندما MC=P .

Si =Si (Pi)

Si= دالة عرض المنشأة : دالة لسعر تلك السلعة عندما يكون

$p \geq$ min. AVC

Si=0 if P<min. AVC

وان دالة العرض الكلية للسلعة Q تتحقق من خلال مجموع دوال العرض الفردية التي تمثل العرض الكلي :

$\sum_i^n Si(P) = S(Pi)$

وان مجموع العرض هو حاصل الجمع الأفقي لمنحنيات العرض الفردية.

أما المشتقة الثانية لتعظيم الربح يتطلب أرتفاع منحنى MC وأن الكمية المعروضة تزداد عند ارتفاع السعر فوق الحد الادنى من AVC .

س/ جد دالة العرض أذا اعطيت دالة التكاليف التالية:-

$Ci=0.1Q^3-2Q^2+15Q+10$

لتحديد أوطأ نقطة على AVC يتطلب أخذ المشتقة الاولى لمتوسط الكلفة المتغيرة.

$AVC=0.1Q^2-2Q+15$

$$\frac{dAVC}{dQ} = 0.2Q - 2 = 0$$

$0.2Q=2 \Longrightarrow Q=10$

بعد التعويض في AVC

$AVC=0.1(10)^2-2(10)+15$

أدنى نقطة يصل اليها AVC

=5

Si=0 if P<5

$MC=P$

$0.3Q^2-4Q+15=P$

$0.3Q^2-4Q+15-P=0$

$Si=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4(0.3)(15-P)}}{2(0.3)}$

اذا كان $5\leq P$

س2/ في منطقة الراشدية قدرت دالة تكاليف أنتاج القمح وكانت ما يلي:-

$TC=113.69+410.32Y-11.37Y^2+0.464Y^3$

جد دالة العرض ، وأدنى سعر يقبل به المزارع .

ج/ يمكن الحصول على دالة العرض لانتاج القمح في منطقة الراشدية من خلال مساواة دالة التكاليف الحدية مع السعر المزرعي كما في المعادلة الاتية:-

$MC=P$

$410.32-22.74Y+1.392Y^2=P$

$1.392Y^2-22.74Y+(410.32-P)=0$

وبتحليل المعادلة بالدستور يتضح أن دالة العرض هي:-

$$Y=\frac{22.74\pm\sqrt{517.1-5.568(410.3-P)}}{2.784}$$

اذا كان $340.66\leq P$

ويكون Y=0 اذا 340.66>P

340.66 هو يمثل أدنى سعر يقبل به المزارع لعرض أنتاجه وهو يمثل ادنى نقطة على منحنى AVC . أي أن المنتج يبيع طالما السعر أكبر من أو يساوي أدنى نقطة لمتوسط التكاليف المتغيرة .

$$AVC=\frac{VC}{Y}=41032-11.37Y+0.464Y^2$$

$$\frac{dAVC}{dY}=-11.37+0.928Y=0$$

$$Y=\frac{11.37}{0.928}=12.25$$ طن

تعوض هذه القيمة في معادلة AVC

$$AVC=410.32-11.3(12.25)+0.464(12.25)^2$$

AVC=340.6 ID يمثل أدنى نقطة أو السعر

*وهويمثل أقل سعر يمكن أن يبيع به المنتج أو يستمر في أنتاج القمح وفقاً للنظرية الاقتصادية.

ويمكن أيضاً أيجاد مرونة العرض السعرية The Price Elasticity of Supply بأجراء التفاضل الاول للكمية المعروضة (دالة العرض) كما يلي:-

$$\frac{dY}{dP}=\frac{0.423}{P^{0.5}}$$

وبأستخدام قانون مرونة العرض تكون مرونة العرض = 0.637 عند الحد الادنى للسعر 340.66.

*هذا يعني أنه عندما تزداد الاسعار المزرعية عند الحد الادنى لها بنسبة 10% فأن الكمية المعروضة تزداد بنسبة 6.37% .

**تعد دالة العرض من اهم العلاقات الاقتصادية التي يمكن أشتقاقها من علاقة التكاليف الانتاجية أذ توضح أستجابة الكمية المنتجة من المحصول التي يمكن الوحدة الانتاجية أن تبيعها.

HOMEWORK // عينة من مزارعي محصول فستق الحقل في محافظة ديالى تم تقدير دالة تكاليف أنتاجهم وأخذت الشكل التالي:-

$$TC=1601.49+661.44Q-23.92Q^2+0.299Q^3$$

المطلوب//

1-جد حجم الناتج المعظم للربح.

2-جد الحد الادنى للسعر الذي يقبله مزارعو فستق الحقل.

3-قدر دالة العرض ومرونة العرض.

4-مرونة التكاليف.

المصادر

1–عبد الغني ، محبوب عادل. 1998. أصول الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق. الطبعة الاولى. شركة الاعتدال. بغداد. العراق.

2–الجو مرد ، أثير عبد الجبار. 1988. مقدمة في الرياضيات الاقتصادية. مديرية دار الكتب للطباعة . جامعة الموصل.

3–النجفي ، سالم توفيق. 1985. اقتصاديات الإنتاج الزراعي. جامعة الموصل .

4-Ghebremariam , W.K., G. Fortmann and IVN Sahlai . 2006. A production function analysis of commercial dairy farms in the high lands of Eritrea using ridge regression. A grekou , vol. 45 , No. 2. .

المحاضرة السابعة (7)

موقف المنتج من العملية الانتاجية

أستاذ المادةد. ماجد عبد حمزة الداودي

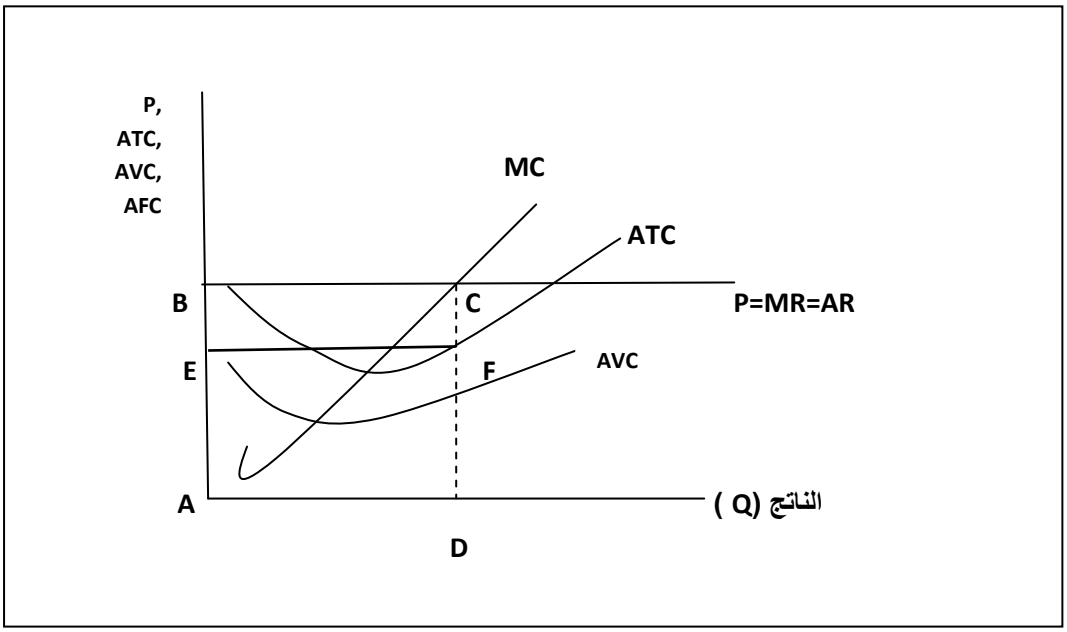
موقف المنتج من العملية الانتاجية

يعتمد تحديد موقف المنتج من العملية الانتاجية وفقاً لمبدأ الايرادات والتكاليف على الفترة الزمنية.

ففي **فترة الاجل اقصير** قد يحقق المزارع بعض الارباح وهذه الارباح يطلق عليها الارباح الاقتصادية Economic Profit وهذا يحصل عندما تزيد الايرادات الكلية Total Revenue (TR) عن التكاليف الكلية Total Cost (TC)

π=TR-TC

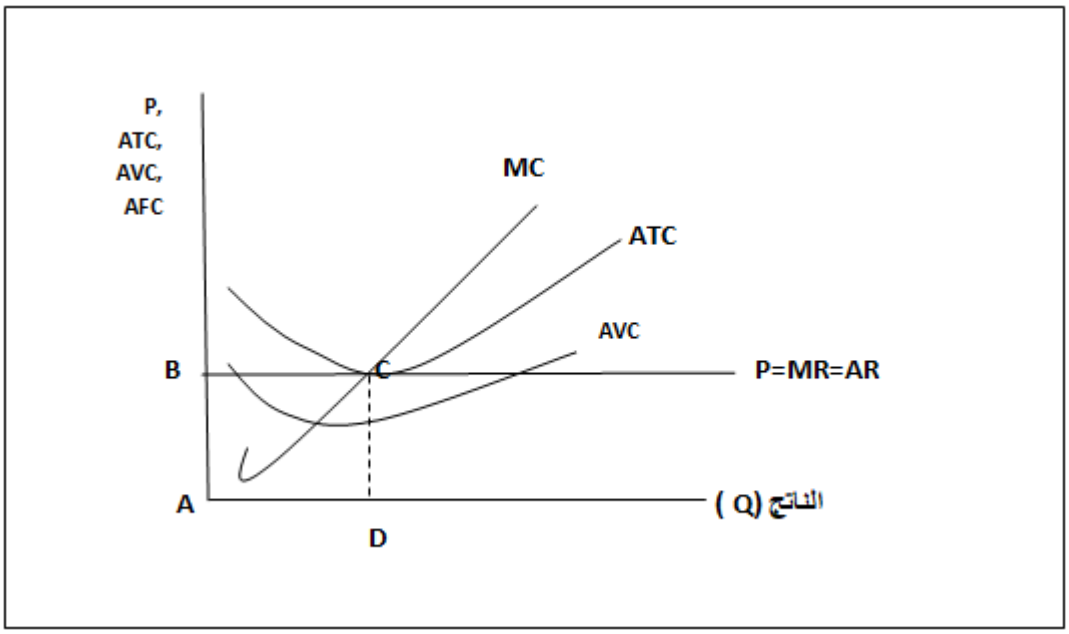
كما في الشكل (1) وهذه الارباح قد تنتج في الظروف غير الطبيعية في المجال الزراعي.



شكل (1)

يتعين أحسن مستوى للأنتاج في نقطة (D) وهي نقطة تقاطع الايراد الحدي مع الكلفة الحدية ، ونقطة (D) تعطي الكمية المثلى من الناتج ، وأن المستطيل (ABCD) يمثل الايراد الكلي ، أما المستطيل (AEFD) يعطي مجموع الكلفة الكلية وأن الربح الاقتصادي يتحدد بالفرق بين المستطيلين وهو (EBCF) وتتلاشى الارباح الاقتصادية في فترة الاجل الطويل وتتحول تلك الارباح الى ارباح اعتيادية

Normal Profit حيث أن مجموع الايرادات الكلية يساوي مجموع الكلفة الكلية كما في الشكل (2).



شكل (2)

يمثل المستطيل (ABCD) يمثل الكلفة الكلية TC وبنفس الوقت يمثل الايراد الكلي TR ففي هذه الحالة TR=TC ، في هذه الحالة المزارع يحقق عوائد عناصر الانتاج في العملية الانتاجية ومن ضمنها عوائد الادارة المزرعية وعمل افراد العائلة والفائدة على رأس المال اضافة الى مجموع التكاليف الاخرى سواء كانت ثابتة أم متغيرة.

أما إذا كان الايراد الكلي أقل من التكاليف الكلية فأن الدخل الصافية أو الربح الكلي يكون سالباً وأن المزارع في هذه الحالة يعمل بخسارة ، وهذه الخسارة تقسم الى ثلاثة أنواع هي:-

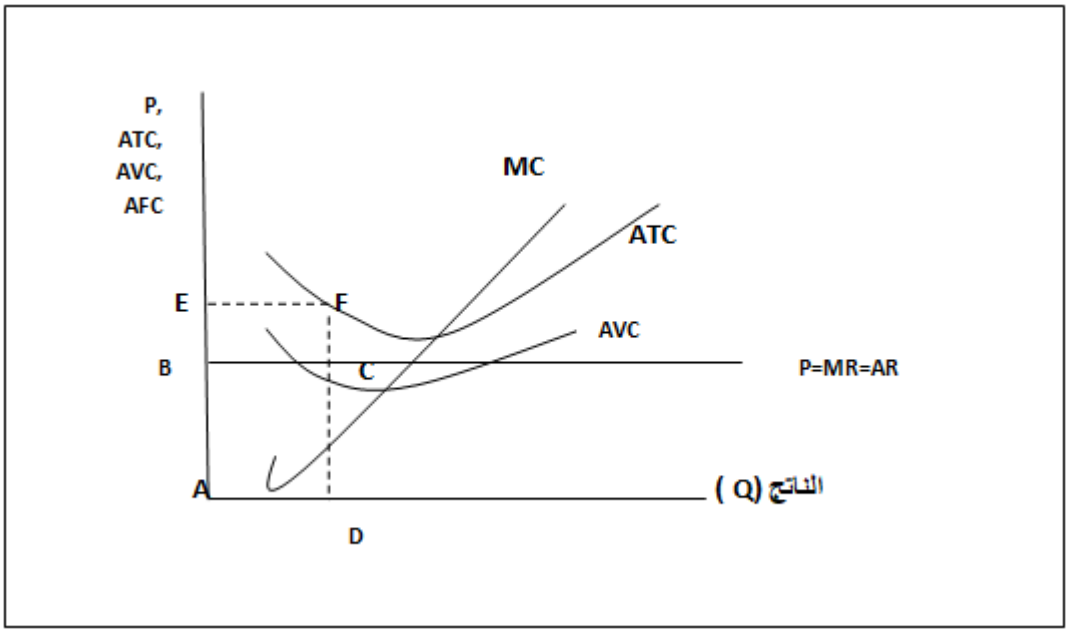
أ-خسارة جزء من الكلفة الانتاجية الثابتة.

ب-خسارة جميع الكلفة الانتاجية الثابتة.

ج- خسارة جميع الكلفة الانتاجية الثابتة مع جزء من الكلفة الانتاجية المتغيرة.

أ-خسارة جزء من الكلفة الانتاجية الثابتة

الشكل التالي يوضح ذلك:



شكل (3)

يمثل المستطيل (AEFD) مجموع الكلفة الكلية ، وأن (AE) يمثل متوسط الكلفة لانتاج وحدة واحدة من السلعة ، ويمثل (AD) عدد الوحدات المنتجة من السلعة ،وحاصل ضرب (AE) في (AD) يعطي مجموع الكلفة الكلية ، وبما أن نقطة D تمثل أحسن مستوى للأنتاج وهي نقطة تقاطع الايراد الحدي أو السعر مع منحنى الكلفة الحدية .

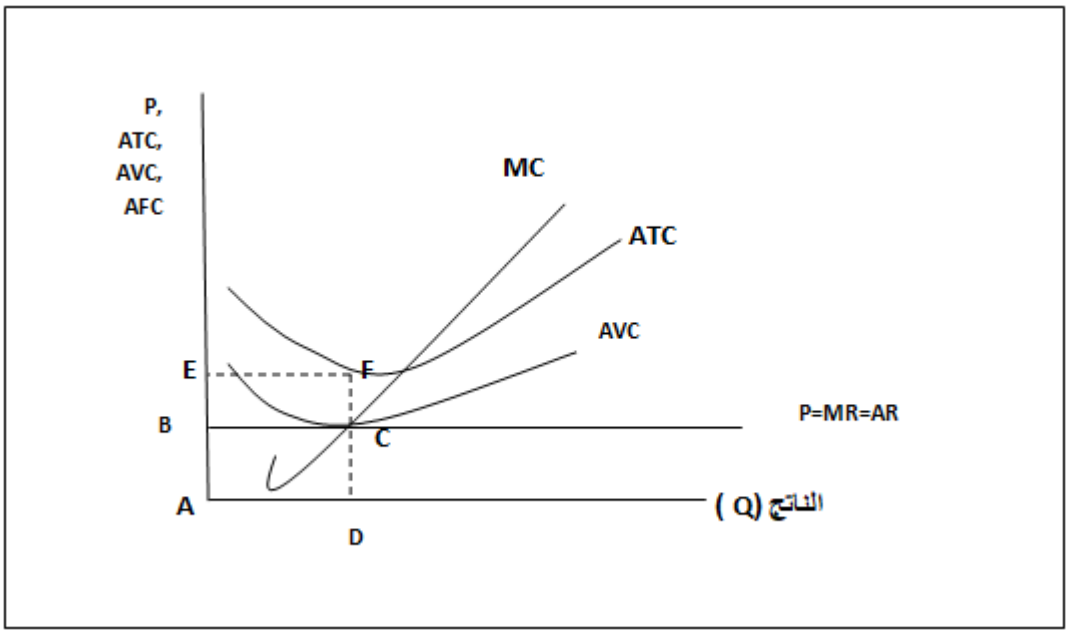
ويمثل المستطيل (ABCD) الايراد الكلي ، ويعبر المستطيل (AEFD) عن الكلفة الانتاجية الكلية ،الفرق بين المستطيلين هو المستطيل (BEFC) الذي يمثل خسارة جزء من التكاليف الثابتة،ففي هذه الحالة يستطيع المنتج أن يستمر في العملية الانتاجية في فترة الاجل القصير ومحاولة معالجة هذه الخسارة عن طريق أعادة مزج عناصر الانتاج وتقليل الكلفة الى الحد الادنى ورفع مستوى الانتاج أو أرتفاع أسعار الناتج أو تقليل تكاليف التسويق.

أما في فترة الاجل الطويل أذا استمرت الخسارة فيتطلب من مدير المزرعة التوقف عن العملية الانتاجية لأنها تؤدي الى تآكل رأس مال المزرعة .

ب-خسارة كل الكلفة الانتاجية الثابتة

الشكل التالي يوضح ذلك ، أذ تمثل نقطة D أفضل مستوى للأنتاج في نقطة وهي نقطة تقاطع MC مع خط P أو MR ، ويمثل المستطيل (ABCD) الايراد الكلي المتأتي من حاصل ضرب سعر الوحدة المنتجة AB في الكمية المنتجة AD ، في حين يمثل المستطيل (AEFD) التكاليف الكلية الناتجة من حاصل ضرب متوسط كلفة الوحدة الواحدة من السلعة المنتجة في عدد الوحدات المنتجة AD ، والفرق بين المستطيلين يمثل المستطيل (BEFC) وهو يمثل خسارة جميع الكلفة الثابتة .

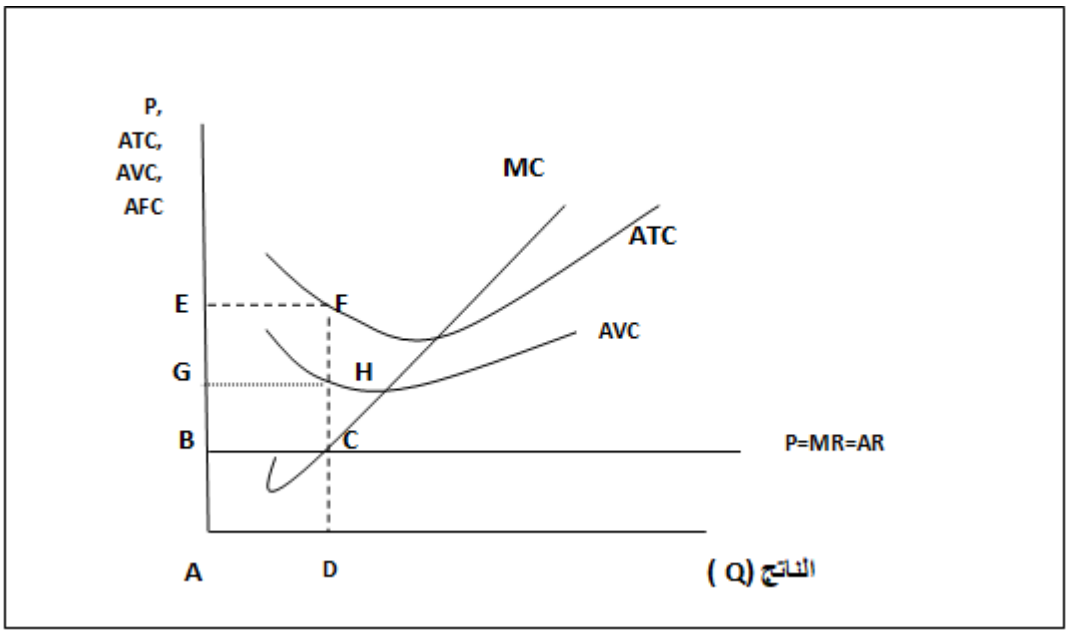
وبما أن هذه الخسارة محسوبة على الموجودات المزرعية الثابتة وأن المزارع يغطي التكاليف الانتاج المتغيرة المعروفة خلال السنة فأن المزارع مخير بين الاستمرار بالأنتاج أو التوقف والافضل أن يستمر في العملية الانتاجية في فترة الاجل القصير على أمل تحسن موقفه الانتاجي من خلال أعادة النظر في تخطيطه ومعرفة أسباب الخسارة من أجل معالجتها وإيجاد الحلول المناسبة لها بالأضافة الى المحافظة على الزبائن الذي يتعامل معهم ، أما إذا أستمرت هذه الخسارة في المدى الطويل فعليه أن يتوقف عن العملية الأنتاجية.



شكل (4)

ج-خسارة كل الكلفة الانتاجية الثابتة بالأضافة الى جزء من الكلفة الأنتاجية المتغيرة

الشكل الأتي يوضح هذا النوع من الخسارة



شكل (5)

يمثل المستطيل (ABCD) الايراد الكلي في حين تتمثل الكلفة الكلية بالشكل (AEFD) وأن الخسارة التي يتعرض إليها المزارع في هذه الحالة متمثلة بالشكل (BEFC) وهذه تمثل خسارة كل الكلفة الثابتة (GEFH) التي هي عبارة عن مضروب GE في AD وخسارة جزء من التكاليف المتغيرة (BGHC) التي عبارة عن حاصل ضرب BG في AD ، وعلية على المنتج أن يتوقف فوراً عن الانتاج في فترة الاجل القصير إذا كان هدفه تحقيق الربح ، أما بالأمد الطويل فأن على المنتج التوقف عن العملية الأنتاجية في حالة حصول أي نوع من أنواع الخسارة المذكورة لأن ذلك يؤدي الى تآكل رأس المال بالنسبة للمنتج.

المصادر

1–عبد الغني ، محبوب عادل. 1998. أصول الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق. الطبعة الاولى. شركة الاعتدال. بغداد. العراق.

2–الجو مرد ، أثير عبد الجبار. 1988. مقدمة في الرياضيات الاقتصادية. مديرية دار الكتب للطباعة . جامعة الموصل.

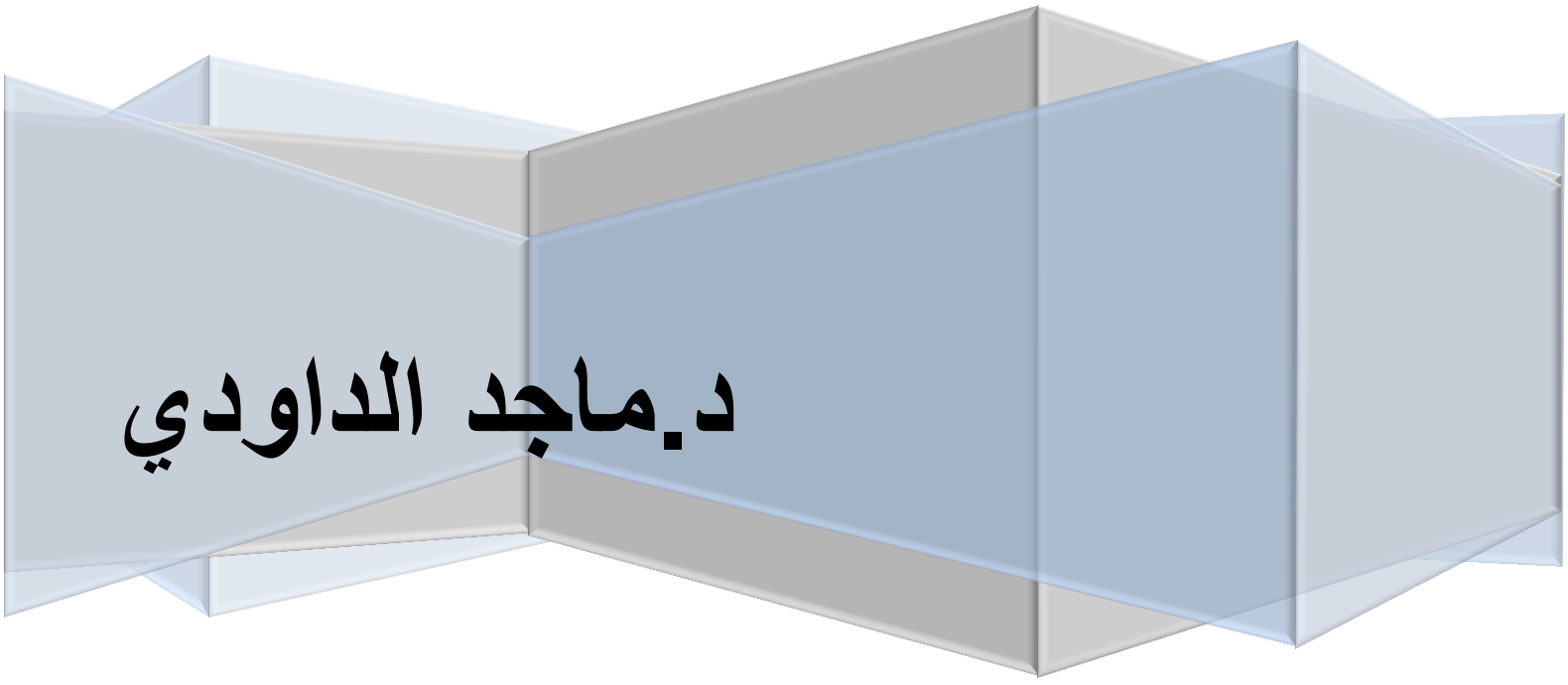
3–النجفي ، سالم توفيق. 1985. اقتصاديات الإنتاج الزراعي. جامعة الموصل .

4-Ghebremariam , W.K., G. Fortmann and IVN Sahlai . 2006. A production function analysis of commercial dairy farms in the high lands of Eritrea using ridge regression. A grekou , vol. 45 , No. 2. .

5-Salois , J. Matthew , G. Livauis and C.B. Moss. 2006. Estimation of production functions using Average Data. Southern Agricultural Economics Association Annual Meetings. Orlando , Florida.

المحاضرة 8 (تكاليف الاجل الطويل)

المرحلة الثالثة



د.ماجد الداودي

دالة التكاليف الاجل الطويل

Long Run Cost Function

يتحقق السلوك الامثل للمنتج والذي يحقق الكفاءة الاقتصادية بتحديد حجم الناتج الذي يحقق احسن مستوى من الدخل الصافي. ففي الاجل القصير يختلف حجم الناتج الذي يحقق ادنى مستوى من متوسط التكاليف (لكن لا يحقق الكفاءة الاقتصادية) عن حجم الناتج الذي يحقق احسن مستوى من الدخل الصافي (الذي يحقق الكفاءة الاقتصادية) اذ غالباً ما يكون حجم الناتج الذي يحقق ادنى مستوى من متوسط التكاليف اقل من حجم الناتج المحقق للكفاءة الاقتصادية.

اما في الاجل الطويل فيتوافق حجم الناتج المحقق للكفاءة الاقتصادية مع حجم الناتج المحقق لأدنى متوسط كلفة وبذلك لا يختلف في الاجل الطويل هذان الحجمان من الناتج كما هو الحال في الأجل القصير، وغالباً ما يحدث الخلط في هذه الحالة عند بعض الاقتصاديين.اما دالة التكاليف فيتم اشتقاقها بصورة مباشرة من خلال العلاقة بين كمية الانتاج والتكاليف المرافقة لها او بصورة غير مباشرة كما هو واضح في الصيغ العامة الاتية:

دالة الانتاج $Q= f (X_1, X_2)$

معادلة الكلفة $C = r_1X_1 + r_2 X_2 +b$

معادلة الممر التوسعي $O = g (x_1, x_2)$

اذ ان: (x_1, x_2) **تمثل المدخلات**

Q يمثل الانتاج الكلي

C **يمثل الكلفة الكلية**

(r_1, r_2) **تمثل اسعار الموارد**

b **تمثل التكاليف الثابتة**

يختزل هذا النظام من المعادلات الى معادلة واحدة مفردة يعبر فيها عن التكاليف كدالة لمستوى الانتاج واسعار عناصر الانتاج وتكاليف العناصر الثابتة كما في المعادلة الاتية:

$$\mathbf{C = Ø\ (q, r_1, r_2) + b}$$

وبافتراض ثبات الاسعار فان دالة التكاليف الكلية تصبح كالاتي:-

$$\mathbf{C = Ø\ (q) + b}$$

وبما انه تم استخدام دالة الكلفة التكعيبية لسهولة التحليل الا ان ذلك لم يكن كافياً لاعتمادها في الدراسة دون خضوعها للاختبارات النظرية المختلفة.

اما دوال متوسطات الكلفة والكلفة الحدية فهما من الدرجة الثانية اذ تتناقص اولاً ثم تبدأ بالزيادة عند زيادة الانتاج وهي الاخرى تعتمد على درجة التجانس لدالة الانتاج او درجة تحقق الوفورات.

اما التكاليف الثابتة فانها لا تؤثر في قرارات المنتج فيما يتعلق بالامثلية، لانها تدفع بغض النظر عن مستوى الانتاج وتظهر كحد ثابت في دالة الربح.

$$\mathbf{\Pi = p.\ Q - ø\ (q) - b}$$

وعليه فان الشرط الاول (MC = p)والشرط الثاني $\frac{\partial MC}{\partial q} > 0$ ()في تعظيم الربح يعبر عنه من خلال الكلفة الحدية (**MC**). وان المستوى التوازني للانتاج لا يتأثر بحجم التكاليف الثابتة بل بالتكاليف المتغيرة فقط وهذا التحليل يتم في المدى القصير.

اما في المدى الطويل فان كافة عناصر الانتاج تصبح قابلة للتغير، لهذا فان تغير الانتاج يتأثر بتغير عناصر الانتاج جميعها ومنها حجم الجهاز الانتاجي

(المنشأة) (**Plant size**) والذي سيمثل بالرمز (**A**) وهو يمثل مساحة الارض في هذه الدراسة.

نفرض (**A**) متغير مستمر ويدخل بشكل صريح في دالة الانتاج ومعادلة التكاليف ومعادلة الممر التوسعي بدلاً من (**b**) التكاليف الثابتة، اذ اصبح متغيراً هنا كما موضح في ادناه على التوالي.

دالة الانتاج $Q = f(x_1, x_2, A)$

معادلة التكاليف $C = r_1x_1 + r_2x_2 + V(A)$

دالة الممر التوسعي $O = g(x_1, x_2, A)$

اذ يعبر (A) عن التكاليف الثابتة كدالة متزايدة مع حجم المزرعة في المدى الطويل، بمعنى ان المشتقة الاولى لهذه الدالة موجبة $O < V(A)$ وان شكل منحنى الناتج المتساوي وخط التكاليف المتساوي وشكل الممر التوسعي يعتمد على قيمة A بشكل عام وعموماً يمكن كتابة دالة التكاليف كالاتي:-

$$C = g(q, A) + V(A)$$

أي ان التكاليف هي دالة لمستوى الانتاج (**q**) وحجم المنشأه (**A**).

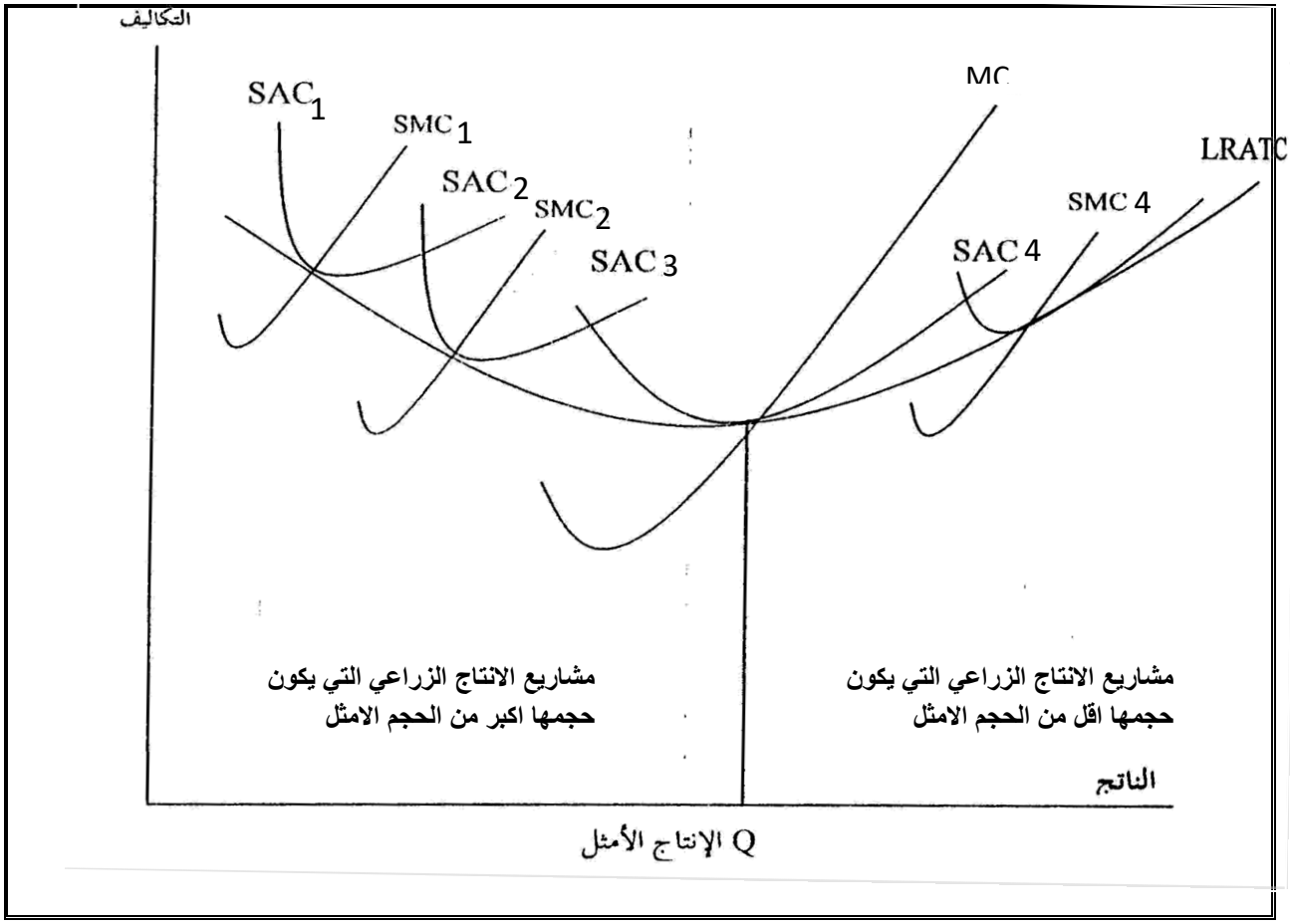
وهذه الدالة تضم مجموعة من منحنيات التكاليف الكلية المتكونة من تخصيص قيم مختلفة للمتغير **A** ولكن بمجرد ان يختار المنتج حجماً معيناً لنشاطه الانتاجي مثل $A = A_O$ فانها تتحول الى دالة قصيرة الاجل.

دالة التكاليف في المدى الطويل هي الدالة التي تعطي التكلفة الدنيا لانتاج الكميات المختلفة من السلعة. ومنحني التكاليف في المدى الطويل هو المحل الهندسي للنقاط الممثلة لمتوسط التكاليف الدنيا لانتاج الكميات المختلفة من السلعة عند احجام مختلفة ،وهو عبارة عن الغلاف لمنحنيات متوسط التكلفة في المدى

القصير الذي يمس كل واحد منها في ادنى نقطة لها الا انه لا يتقاطع مع أي منها كما موضح في الشكل.

ان المنحنى المناسب لاتخاذ القرارات هو منحنى التكلفة للامد القصير لانه ليس من الضروري ان يحتفظ المشروع الزراعي بانتاجه على منحنى تكلفة المدى الطويل لانه عند تحديد الحجم في SAC1 او SAC2 فانه يمكن زيادة الانتاج باستخدام موارد صغيرة اضافية مع الموارد الثابتة التي تمثل حجم المشروع في المدى القصير .

شكل منحنيات متوسط الكلفة الكلية في الأجل القصير والطويل



يمكن للمنتج ان يحقق زيادة في الكفاءة الفنية في فترة الاجل القصير عن طريق التوسع العمودي بما يحقق اهدافه الا انه غالباً ما يهدف الى زيادة الكفاءة من خلال التوسع الافقي والعمودي وهذا يتم في مدة الاجل الطويل وفي هذه المرحلة يكون قادراً على تغيير مدخلات الانتاج الثابتة ومنها حجم منشأته لذا فان فترة الاجل الطويل غالباً ما تسمى بفترة التخطيط **(planning period)**

ان تخطيط الانتاج في مدة الاجل الطويل يتضمن حساب كل امكانيات الانتاج وتقويمهما التي يستطيع المنتج انتاجها عندما تكون لديه المرونة في اعادة مزج كمية المدخلات المتاحة.

ويمكن ان تشتق جميع منحنيات التكاليف في الاجل الطويل من دالة الانتاج ولايوجد هناك اختلاف في المفاهيم والاساليب التحليلية لدوال التكاليف والانتاج في الاجل الطويل والقصير. ولكن بما ان جميع المدخلات اصبحت متغيرة في الاجل الطويل فان قانون الغلة المتناقصة لايعمل بعد حين.ومن الناحية التطبيقية قد لا يأخذ منحني متوسط الكلفة للمدى الطويل الشكل التقليدي للمنتجين حرف U.

حيث من الممكن ان تكون هناك اشكال متعدده توضح انواع مختلفة من اقتصاديات او لا اقتصاديات الحجم.

فاذا ما كان منحني متوسط الكلفة للمدى الطويل خطاً مستقيماً فان ذلك يدل على ان كل حجوم المزرعة بامكانها ان تنتج الناتج بمتوسط الكلفة نفسه. وهذه الحالة يطلق عليها ثبات عائد الحجم **Constant returns to size** أي انعدام الوفورات واللاوفورات في هذه الحالة. كما ان هناك حالات يزداد فيها منحني متوسط التكلفة للمدى الطويل بازدياد حجم الناتج أي ما يسمى بتناقص عائد الحجم **Decreasing returns to size** مشيراً بذلك الى لااقتصاديات الحجم عند كل مستوى من الناتج، والعكس فقد تكون هناك حالات تتناقص فيها الكلفة عند كل مستوى من الناتج أي ما يطلق عليها بتزايد عائد الحجم **Increasing returns to size**. ويكون على شكل منحني يتناقص اولاً ثم يثبت لمدى واسعاً من الانتاج واخيراً يتزايد وهذا الشكل يمثل الحالات الثلاث المشار اليها سابقاً.ومن الحالات الشائعة ثبات متوسط الكلفة لمدى واسع من مستويات الانتاج، وفي هذه الحالة فان اقتصاديات الحجم تتحقق فقط عندما تكون المزرعة صغيرة جداً، ولا اقتصاديات الحجم تحصل فقط عند مستويات انتاج كبيرة جداً، ويشير بعض الاقتصاديين الى ان منحنى متوسط الكلفة للاجل الطويل قد يأخذ شكل حرف (**L**) اذا ما تم توسيع حجم الناتج بشكل اكبر، ونظراً لاعتمادنا الصيغة التكعيبية لدالة التكاليف في تحليلنا النظري فانه من المحتمل ان تأخذ التكاليف المتوسطة شكل حرف (**U**) الا ان ذلك خاضع للتغير وفقاً لطبيعة العلاقة موضوع الدراسة.

ومن اجل تحديد منطقة الوفورات واللاوفورات تحديداً دقيقاً يُشتقّ معامل الدالة (R) ومرونة دالة الكلفة الكلية (E) كمؤشرات لذلك .

اقتصاديات الحجم

تتضمن دراسة علاقة حجم الانتاج بالتكاليف الكلية وذلك بتقدير دالة التكاليف الكلية ومنها يشتق منحنى متوسط الكلفة الكلية لتوضيح اقتصاديات الحجم.

ويمكن اشتقاق دالة الكلفة الكلية للاجل الطويل باعتماد دوال الكلفة بالاجل القصير بالصيغة العامة الاتية:-

$$LRTC = b_1Q - b_2Q^2 + b_3Q^3 - b_4QA + b_5A^2 + Ui \text{ --------(1)}$$

$$Q, A > 0$$

اذ ان:

TC تمثل التكاليف الكلية (الف دينار)، Q تمثل كمية الانتاج الكلي لكل مزرعة (طن)، A تمثل المساحة او حجم المزرعة (دونم).

biتمثل معاملات الانحدار

Ui تمثل المتغير العشوائي

وبكتابة المعادلة (1) بشكلها الضمني (implicit form) اذ ان TC دالة ضمنية لـ A, Q نحصل على:-

$$V=LRTC - b_1Q + b_2Q^2 - b_3Q^3 + b_4QA - b_5A^2 - Ui = 0 \text{ ----------(2)}$$

وبأخذ المشتقة الأولى للدالة الضمنية بدلالة المساحة (A) ومساواتها بالصفر نحصل على :

$$\frac{\partial v}{\partial A} = \mathbf{b_4Q - 2b_5A = 0} \text{ ----------(3)}$$

$$\mathbf{A =} \quad \frac{b_4}{2b_5} \quad \mathbf{Q} \text{ ----------(4)}$$

اذ تم الحصول على A بدلالة Q:

وبتعويض قيمة A في الدالة الاصلية (1) نحصل على دالة كلفة الاجل الطويل:

$$\mathbf{LRTC = b_1Q - b_2Q^2 + b_3Q^3 - b_4Q\left(\frac{b_4}{2b_5}Q\right) + b_5\left(\frac{b_4Q}{2b_5}\right)^2 + Ui}$$

$$= b_1Q - b_2Q^2 + b_3Q^3 - \frac{b^2{}_4Q^2}{2b_5} + \frac{b_5b^2{}_4Q^2}{4b^2{}_5}$$

$$= b_1Q - b_2Q^2 + b_3Q^3 - \frac{b^2{}_4Q^2}{2b_5} + \frac{b^2{}_4Q^2}{4b_5}$$

$$= b_1Q - b_2Q^2 + b_3Q^3 - \left(\frac{1}{2}\right)\frac{b^2{}_4Q^2}{b_5} + \left(\frac{1}{4}\right)\frac{b^2{}_4Q^2}{b_5}$$

$$= b_1Q - b_2Q^2 + b_3Q^3 - \frac{1}{4}\frac{b^2{}_4}{b_5}Q^2$$

$$=b_1Q + b_2Q^2 - (\frac{1}{4})\ \frac{b^2{}_4}{b_5}\ )\ Q^2 + b_3Q^3$$

وبجمع حدود Q^2 ينتج:

$$=b_1Q - (b_2 - \frac{1}{4}\frac{b^2{}_4}{b_5}\ )\ Q^2 + b_3Q^3$$

فتكون الصيغة النهائية لدالة التكاليف الكلية في الاجل الطويل بالصورة الاتية:-

دالة الكلفة الكلية في الاجل الطويل $\mathbf{LRTC = b_1Q - b_2Q^2 + b_3Q^3}$

EX.

لديك دالة الكلفة لمحصول القطن:

$$\mathbf{SRTC = 477.402Q - 6.095Q^2 + 12.566Q^3 - 158.984AQ + 72.070A^2}$$

اشتق دالة الاجل الطويل من الدالة اعلاه.

ولإشتقاق دالة الكلفة الكلية المقدّرة للأجل الطويل بدلالةالانتاج نتبع الخطوات الأتية:

– تحويل الدالة الى دالة ضمنية بشكل :

$$V = SRTC - 477.402Q + 6.095Q^2 - 12.566Q^3 + 158.984AQ - 72.070A^2 = 0$$

– أخذ المشتقة الأولى للدالة الضمنية بدلالة المساحة (A) ومساواتها بالصفر:

$$dv / dA = 158.984Q - 144.14A = 0$$

$$A = 158.984Q / 144.14$$

$$A = 1.10Q \text{ ----------(2)}$$

– وعند تعويض قيمة (A) بما يساويها في الدالة الاصلية نحصل على دالة الكلفة في الاجل الطويل المدى وكما يأتي :–

$$LRTC = 477.402Q - 6.095Q^2 + 12.566Q^3 - 158.984Q(1.10Q) + 72.070(1.10Q)^2$$

$$= 477.402Q - 6.095Q^2 + 12.566Q^3 - 174.882Q^2 + 87.204Q^2$$

وبجمع حدود Q^2 نحصل على دالة الكلفة الكلية في الاجل الطويل .

$$LRTC = 477.402Q - 93.773Q^2 + 12.566Q^3 \quad \text{.....(3)}$$

حجم الانتاج الامثل والمساحة المثلى:

لاجل حساب اقتصاديات الحجم في انتاج محصول القطن لابد اولاً من ايجاد معادلة متوسط الكلفة الكلية للاجل الطويل **LRATC** إذ إن جميع تكاليف الانتاج

تعتبر تكاليف متغيرة في الاجل الطويل، فقد تم اشتقاق معادلة متوسط الكلفة من معادلة الكلفة الكلية بقسمتها على الناتج (**Q**):

$$LRATC = \frac{LRTC}{Q} = 477.402 - 93.773Q + 12.566Q^2$$

ولتحديد الحجم الامثل للانتاج الذي يدني التكاليف فلا بد من تطبيق الشرط الضروري لتدنية التكاليف وذلك بأخذ المشتقة الجزئية لها نسبة الى Q ومساواتها بالصفر فنحصل على:

$$d(LRATC)/dQ = -93.773 + 25.132Q = 0$$

$$Q = 93.773/25.132 = 3.734 \text{ طن زهر} \qquad \text{(الحجم الامثل للانتاج)}$$

كمية الانتاج الامثل وهي تلك الكمية التي يتحقق عندها اخفض متوسط كلفة بعيدة المدى وفي الوقت نفسه يتحقق احسن دخل صافي ممكن (ربح اعتيادي) .

وبتعويض قيمة **Q** في المعادلة (2) نحصل على:

$$A = 1.10(Q) = 1.10(3.734) = 4.104 \text{ دونم}$$

وهي المساحة المثلى التي يمكن زراعتها من قبل مزارعي محصول القطن للوصول على الحجم الامثل للانتاج الذي يدني متوسط الكلفة بعيدة المدى ويحقق احسن دخل صافي للمدى الطويل (ربح اعتيادي).

المصادر

1–عبد الغني ، محبوب عادل. أصول الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق. الطبعة الاولى. شركة الاعتدال. بغداد. العراق.

2–الجو مرد ، أثير عبد الجبار. مقدمة في الرياضيات الاقتصادية. مديرية دار الكتب للطباعة . جامعة الموصل.

3–النجفي ، سالم توفيق. اقتصاديات الإنتاج الزراعي. جامعة الموصل .

4-Ghebremariam , W.K., G. Fortmann and IVN Sahlai . 2006. A production function analysis of commercial dairy farms in the high lands of Eritrea using ridge regression. A grekou , vol. 45 , No. 2. .

5-Salois , J. Matthew , G. Livauis and C.B. Moss. 2006. Estimation of production functions using Average Data. Southern Agricultural Economics Association Annual Meetings. Orlando , Florida.

أمثلة رياضية

إذا علمت أن دالة أنتاج دجاج اللحم بالنسبة للعلف تأخذ الشكل الأتي:

Q= كمية الإنتاج اللحم . X= الكمية المستخدمة من العلف.

$Q=0.5X+0.11X^2 -0.02X^3$

المطلوب 1-حساب كمية العلف التي تحقق أعظم ربح للمنتج , إذا علمت بأن سعر كيلو غرام اللحم (1500) دينار , وسعر كيلو غرام العلف (600) دينار.

2-تحديد كمية العلف التي تحقق اكبر أنتاج للمنتج.

الحل

يتحقق أعظم ربح عندما تتساوى قيمة النتاج الحدي (VMP) مع سعر المورد الإنتاجي (P_X)

$VMP= P_X$

حيث ان قيمة الناتج الحدي (VMP) هي عبارة عن حاصل ضرب الناتج الحدي (MP) مضروباً في سعر وحدة الإنتاج (P_Q)

$MP*P_Q= P_X$

نستخرج الناتج الحدي باشتقاق الدالة

$MP=dQ/dX=0.5+0.22X-0.06X^2$

$VMP=MP*P_Q=(0.5+0.22X-0.06X^2)*1500$

$=750+330X-90X^2$

$VMP= P_X$

$750+330X-90X^2=600$

$90X^2-330X-150=0$ تحل بالدستور

$X= \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-(-330)\pm\sqrt{108900-4(90)(-150)}}{2(90)}$

$= \frac{330\pm\sqrt{108900+54000}}{180} = = \frac{330\pm\sqrt{162900}}{180}$

$=\frac{330+403.6}{180}$

$X=4.07\ kg$ علف

اذن يستخدم 4.07 كغم علف في الوجبة , إذا عوضنا 4.07 في الدالة ممكن ان نعرف كمية الانتاج.

اي إذا عوضنا 4.07 في الدالة الأساسية لمعرفة وزن الطير ونضرب في سعر الإنتاج نستخرج قيمة الإنتاج واذا طرحنا منها حاصل ضرب كمية العلف في سعر كغم العلف (الكلفة) نحصل على الربح .

عندما يتساوى سعر كغم العلف مع قيمة كغم اللحم نتوقف لان بعد ذلك نقوم بإضافة علف أكثر من قيمة اللحم التي يعطيها الطير.

2- أعلى أنتاج يتحقق عندما $MP=0$.

$0.5+0.22X-0.06X^2=0$

$0.06X^2-0.22X-0.5=0$

$X=-b\pm\sqrt{b^2-4ac}\ /2a$

$=0.22\pm\sqrt{0.0484+0.12}\ /0.12=0.22\pm\sqrt{0.1684}\ /0.12=0.22+0.410/0.12$

$=5.25$ كغم

مبدأ الإحلال والاستبدال

عندما تكون لدينا عدة عناصر أنتاج تسهم في أنتاج منتج معين فأننا نطمح إلى تحقيق مستوى معين من الإنتاج في ظل ميزانية محددة من التكاليف , هذه الميزانية يتم توزيعها لشراء كميات من عناصر الإنتاج لغرض استخدامها لذلك المنتج وعندما تكون الميزانية مفتوحة ولا توجد قيود عليها فعلينا أن نشتري من كل عنصر من عناصر الإنتاج إلى المستوى الذي يجعل قيمة ناتجه الحدي مساوية إلى سعر.

$VMP_{X1}= P_{X1}$

$VMP_{X1}/ P_{X1}=1$ بعبارة أخرى

لكن في الغالب وهو الحالة العمومية لا يستطيع مدير المزرعة بلوغ هذا المستوى لكل عناصر الإنتاج بسبب القيود الموضوعة على ميزانية تكاليفه (رأس المال المتوفر لدية) لشراء عناصر الإنتاج.

في مثل الحالة يقع على مدير المزرعة أن يصل إلى نسبة متساوية لكل عناصر الإنتاج بين ناتجها الحدي وسعرها، بمعنى:

$VMP_{X1}/ P_{X1}= VMP_{X2}/ P_{X2}= VMP_{X3}/ P_{X3=}\ldots\ldots= VMP_{Xn}/ P_{Xn}$

بما ان $MP*P_Q=VMP_X$ اذن P_Q عامل مشترك فيكون:-

$MP_{X1}/ P_{X1}= MP_{X2}/ P_{X2}= MP_{X3}/ P_{X3=}\ldots\ldots= MP_{Xn}/ P_{Xn}$

للمنتج هدفان أما أعظم أنتاج في ظل ميزانية تكاليف محددة وهو السائد أو أدنى كلفة في ظل أنتاج محدد.

لتحديد اعظم أنتاج ممكن في ظل ميزانية تكاليف محددة.

مثال

إذا علمت بان دالة أنتاج الحليب الشهري لحضيرة ابقار تحتوي على (25) بقرة حلوب كانت كالاتي:-

$Q=6X_1^{0.2} X_2^{0.7}$

Q=كمية أنتاج الحليب الشهري

X_1=كمية العلف الأخضر المستخدم شهرياً (بالكغم)

X_2=كمية العلف المركز المستخدم شهرياً (بالكغم)

X_1=كمية العلف الأخضر المستخدم شهرياً (بالكغم)

P_{X1}=سعر كغم العلف الأخضر= (10) دينار

P_{X2}= سعر كغم العلف المركز= (200) دينار

المتوفر لدى المربي للانفاق على هذه الحضيرة (600) الف دينار , علماً ان سعر كغم الحليب (100) دينار.

ما هي كمية العلف الاخضر والمركز التي توصي المربي بأستخدامها لتحقيق أعظم أنتاج ممكن من الحليب؟

الحل

لتحديد مستويات عناصر الإنتاج التي ستحقق أعظم مستوى أنتاج للمربي في ظل قيد ميزانية التكاليف نحددها بمساواة

$MP_{X1}/ P_{X1}= MP_{X2}/ P_{X2}$

وبأستخدام ميزانية التكاليف

$P_{X1}*X_1+ P_{X2}*X_2=600000$

من دالة الإنتاج نحسب MP_{X2} & MP_{X1}

$MP_{X1}=dQ/ dX_1=1.2\ X^{-0.8}{}_1 * X^{0.7}{}_2$

$MP_{X2}=dQ/ dX_2=4.2\ X^{0.2}{}_1 * X^{-0.3}{}_2$

نطبق العلاقة

$MP_{X1}/ P_{X1}= MP_{X2}/ P_{X2}$

$MP_{X1}/ MP_{X2} = P_{X1} / P_{X2}$

$1.2\ X^{-0.8}{}_1 * X^{0.7}{}_2 / 4.2\ X^{0.2}{}_1 * X^{-0.3}{}_2 = 10/200$

$1.2X_2/4.2X_1=10/200$

$240X_2=42X_1$

$X_1=240X_2/42$

$X_1=5.7X_2$ نعوض هذا في معادلة ميزانية التكاليف

$10X_1+ 200X_2=600000$

$10(5.71X_2)+ 200X_2=600000$

$57.1X_2+ 200X_2=600000$

$257.1\ X_2=600000$

$X_2=2333.72$ كغم علف مركز

اذن يشتري (2.333) طن من العلف المركز شهرياً للحضيرة

نعوض عن قيمة X_2 لاستخراج كمية العلف الأخضر

$5.71*2333.72= 13325.5$ كغم علف اخضر

ولتحديد مستوى الإنتاج الذي يتحقق للمنتج نقوم بالتعويض عن كميات عناصر الإنتاج التي حسب أعلاه ($X_1* X_2$) في معادلة الإنتاج الأصلية لاحتساب كمية الإنتاج.(أي معرفة الإنتاج الشهري من الحليب):-

$Q=6X_1{}^{0.2}\ X_2{}^{0.7}$

$=6(13325.5)^{0.2}*(2333.72)^{0.7}$

=6(6.68)*(227.842)

=9131.9 كغم حليب شهرياً

ولمعرفة أنتاج البقرة الواحدة من الحليب نقسم على (25)

9131.9/25=365.1 كغم أنتاج البقرة الواحدة شهرياً

365.1/30=12 كغم أنتاج البقرة في اليوم الواحد