كهربائية متقدم

مصادر المجال المغناطيسي

The Magnetic Field

مصادر المجال المغناطيسي

Sources of Magnetic Field

مقدمة:

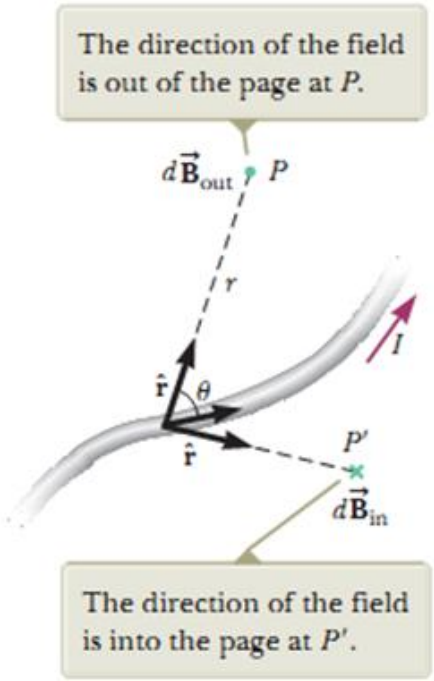
درسنا في الفصول السابقة المجال المغناطيسي وخصائصه وتأثيراته المختلفة، لكننا لم نتعرض إلى دراسة تفصيلية لمصدر المجال وكيفية حسابه، في هذا الفصل سوف نتعرض إلى دراسة مصادر المجال المغناطيسي وكيفية حسابه وندرس بعض من القوانين التي تتعامل مع هذه الموضوع القانون الأول يدعى قانون بيوت - سافارت (Biot - Savart law) والقانون الثاني هو قانون امبير(Ampere's Law). وهذين القانونين يناظران قانونين سبق وان دُرست في الكهربائية والمغناطيسية (المرحلة الاولى) وهما قانون كولوم وقانون كاوس لحساب المجال الكهربائي.

قانون بايوت ـ سافرت

The Biot-Savart Law

إذا سرى تيار كهربائي خلال موصل تولد حول ذلك الموصل مجال مغناطيسي، والحث المغناطيسي في اية نقطة في المجال ستأتيه من جميع أجزاء ذلك الموصل مادام التيار الكهربائي سارياً خلاله.

نفرض لدينا سلكا يسري فيه تيار كهربائي شدته i و dl جزء من ذلك السلك ولقد وجد ان الحث المغناطيسي dB المتولدة من الجزء dl في نقطة P تتناسب طردياً مع كل من الطول dl وشدة التيار i ومع جيب الزاوية θ المحصورة بين dl و R وعكسياً مع مربع البعد R. بالاضافة الى ذلك مقدار dB يتوقف على نوع الوسط الذي يضم السلك والنقطة P. إتجاه dB هو عمودي على السطح الذي يضم dl والبعد R.



لقد عبر العالمان بايوت وسافرت عن العلاقات المذكورة اعلاه بالقانون التالي:

حيث ان K مقدار ثابت يتوقف مقداره ووحداته على وحدات B , R , dl , i وعلى نوع الوسط، فإذا كان نظام الودات المستخدم هو SI حيث الحث بالتسلا والطول بالامتار والتيار بالامبير والكتلة بالكيلوغرام فان وحدات K هي $\frac{W}{amp.m}$

واذا كان الوسط هو الهواء او الفراغ فان مقدار K يساوي:

هناك علاقة بين K و μ هي أن $K = \frac{\mu}{4\pi}$ يث أن μ هي كمية ثابتة وتسمى بالنفاذية المغناطيسية Magnetic Permeability ، فإذا كان الوسط هو الهواء أو الفراغ فيرمز للنفاذية بالرمز والقيمة التالية:

وبذلك يصبح قانون بايوت ـ سافرت بالصيغه التالية:

حيث θ هي الزاوية المحصورة بين R وبين إتجاه dl

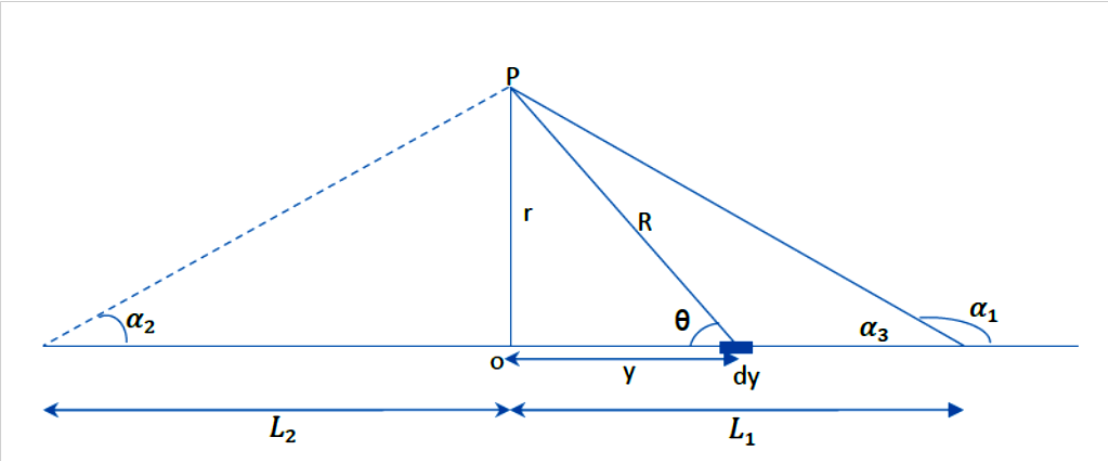
تطبيقات قانون بايوت ـ سافرت

أولا: الحث المغناطيسي لسلك مستقيم

نفرض لدينا سلك مستقيم طوله L يقع على المحور Y يسري خلاله تيار كهربائي شدته i والمطلوب إيجاد قيمة المجال المغناطيسي في نقطة مثل P والتي تبعد عن السلك مسافة r.

لحساب الحث المغناطيسي الناتج عن مرور تيار كهربائي في سلك رفيع مستقيم عند نقطة تقع خارجه مثل النقطة P كما في الشكل نتبع ما يلي:

يُقسم السلك الى اجزاء صغيرة طول كل جزء dy فيكون الحث المغناطيسي عند النقطة P الناتج عن مرور التيار في هذا الجزء هو dB ويعطى بالمعادلة التالية:



لحل التكامل في المعادلة (1) يجب ان تكون المعادلة بدلالة متغير واحد لا اكثر، فالمتغيرات فيها R , θ , y ، من الرسم نلاحظ ان قيمة r ثابتة وعليه يمكن ايجاد علاقة رياضية لاثنين من المتغيرات بدلالة الثابت r لكي تبقى المعادلة بدلالة متغير واحد لنتمكن من حلها، سوف نبقي المعادلة بدلالة θ ، اي لا بد من وجود علاقة بين المتغير R بدلالة الثابت r وعلاقة بين المتغير y بدلالة الثابت r وكالاتي:

من الرسم نجد ان

وبالتعويض عن قيمتي R و dy في المعادلة (1) نحصل على:

$$dB =$$

$$dB$$

وبالتكامل للطرفين نحصل على:

B

$B =$

وهي القيمة النهائية للمجال المغناطيسي المحسوب في نقطة تبعد مسافة r عن سلك مستقيم يسري فيه تيار كهربائي.

ويمكن حساب قيمة $cos\alpha_1$ و $cos\alpha_2$ من الرسم وكالاتي:

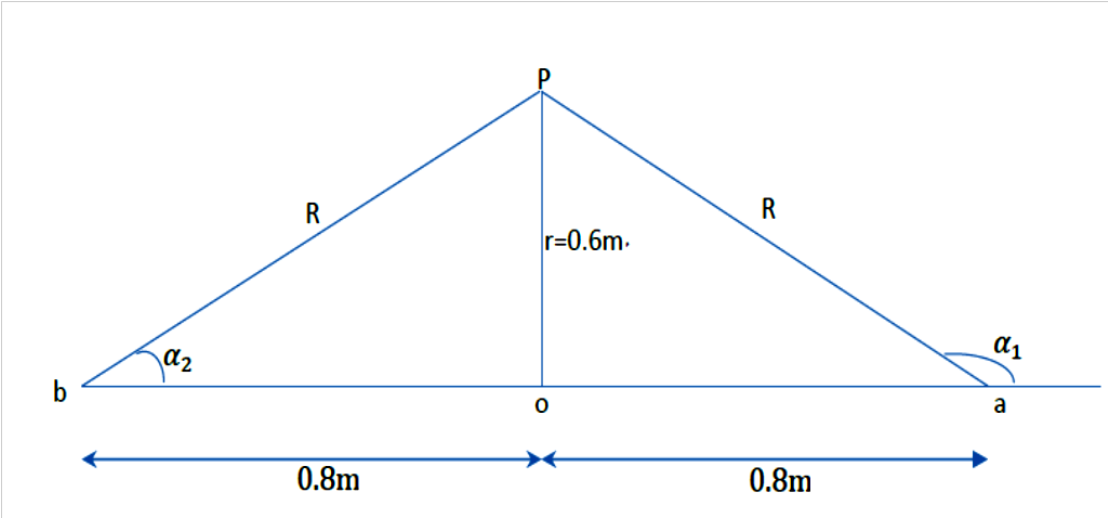
حيث أن الزاوية α_3 هي الزاوية المتممة للزاوية α_1 أي أن $\alpha_3 + \alpha_1 = 180$

إذا كان السلك طويل جداً أو إذا كان البعد r صغير جداً بالنسبة لطول السلك عند ذلك تصب المعادلة 4 بالشكل: واجب

مثال: ab سلك مستقيم طوله 1.6m يسري خلاله تيار كهربائي شدته 5amp. بالاتجاه ab ، جد المجال المغناطيسي B في النقطة P والتي تبعد عن السلك مسافة مقدارها 60cm عندما تكون النقطة P واقعة:

اولا: على العمود المنصف للسلك. ثانياً: على العمود المقام من الطرف a.

ثالثاً: على العمود المقام من نقطة على إمتداد ab وتبعد مسافة 40cm عن النقطة a



الحل/ يمكن إيجاد المجال المغناطيسي للسلك ab من خلال العلاقة:

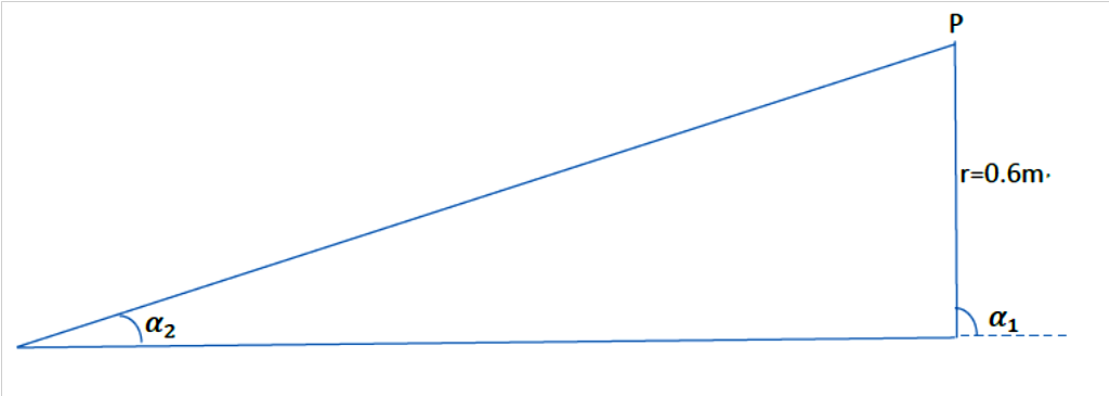
اولاً: من السؤال لدينا r = 60cm = 0.6m

$$cos\alpha_2 =$$

$$cos\alpha_1 = -$$

$$B = \frac{4\pi * 10}{4\pi *}$$

ثانياً: من السؤال لدينا r = 60cm = 0.6m



من الرسم نجد أن

$cos\alpha_2$

E

ثالثاً: من السؤال لدينا r = 60cm = 0.6m

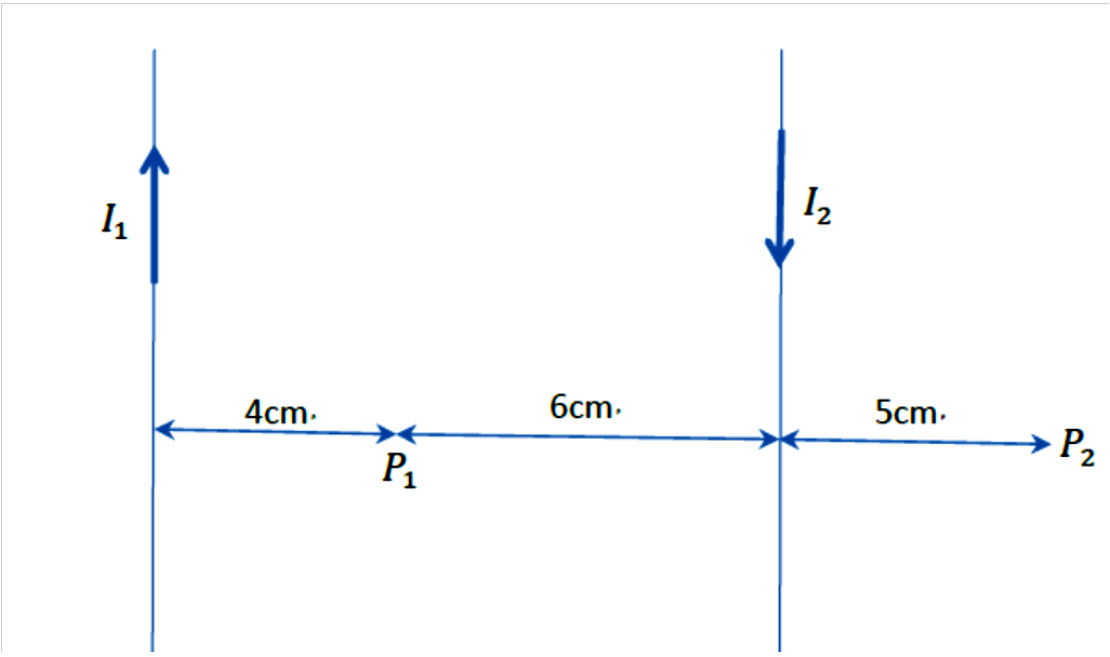
من الرسم نجد أن

$$cos\alpha_2 =$$

$$cos\alpha_1 =$$

$$B =$$

مثال: سلكان مستقيمان طويلان جداً متوازيان، المسافة بينهما 10cm يمر خلال السلك الاول تيار شدته 4amp. ويمر خلال السلك الثاني تيار شدته 3amp. وبعكس إتجاه التيار الاول. جد الحث المغناطيسي في كل من النقطتين P_1 و P_2



الحل/ بما أن السلكين طويلين جداً نستخدم العلاقة الاتيه:

اولا: بالنسبة للنقطة P_1 يوجد فيها مجالان مغناطيسيان، الاول سببه التيار المار في السلك الاول ومقداره:

B_1

والثاني سببه التيار المار في السلك الثاني و مقداره

B_2

المجالان B_1 و B_2 لها نفس الاتجاه، وعليه يكون المجال المغناطيسي B الكلي في النقطة P_1 يساوي:

$B = B_1$

ثانياً: بالنسبة للنقطة P_2 يوجد فيها مجالان مغناطيسيان، الاول سببه التيار المار في السلك الاول ومقداره:

B_1

والثاني سببه التيار المار في السلك الثاني و مقداره:

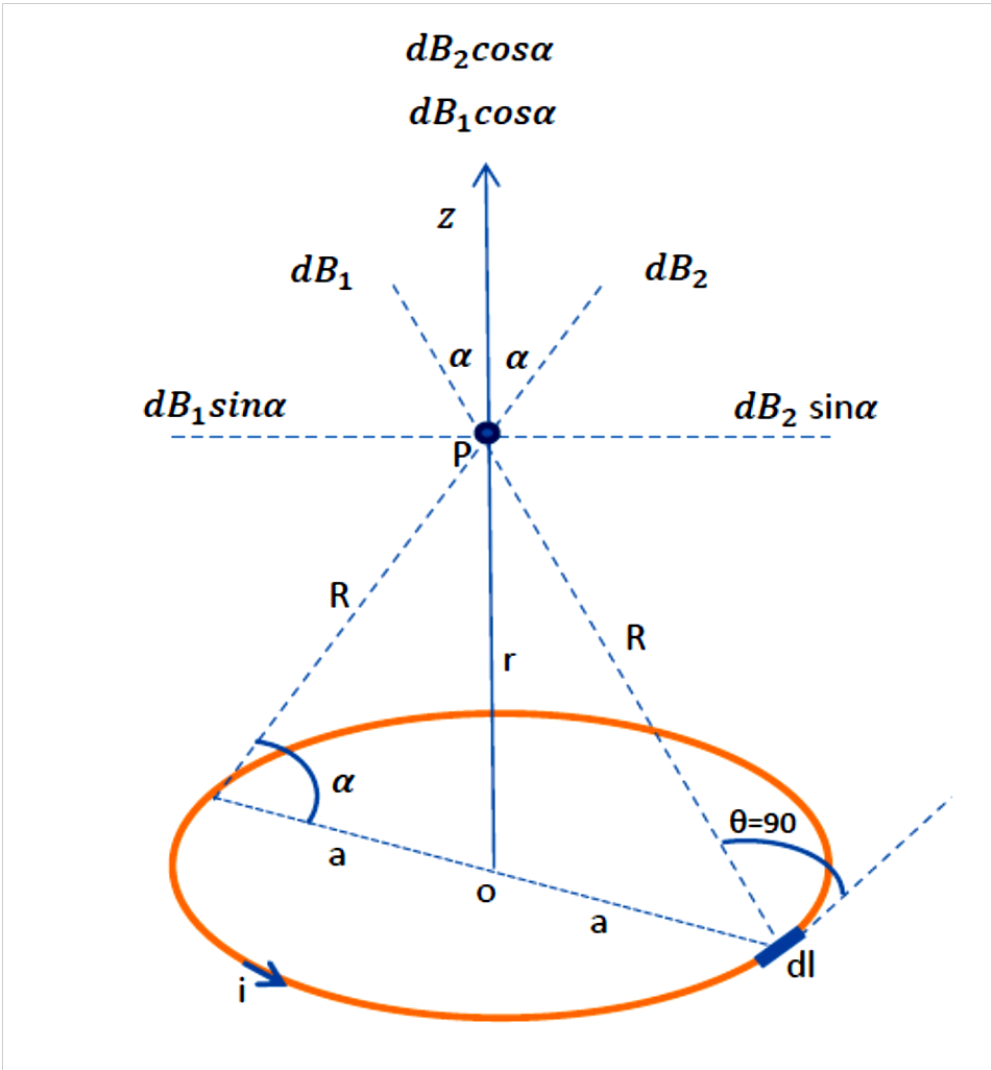
B_2

المجالان B_1 و B_2 متعاكسان بالاتجاه، وعليه يكون المجال المغناطيسي B الكلي في النقطة P_2 يساوي:

$B = B_2 -$

ثانياً: الحث المغناطيسي لسلك دائري

يمثل الشكل حلقة دائرية من سلك نصف قطرها a ويمر بها تيار كهربائي مقداره i والمطلوب إيجاد قيمة المجال المغناطيسي B عند النقطة P الواقعة على العمود المقام من مركز السلك الدائري وتبعد مسافة r عن المركز.



لذلك نقسم السلك الى عناصر صغيرة ونأخذ جزء صغير من السلك الدائري dl بحيث يبعد مسافة R عن النقطة P ، وبتطبيق قانون بايوت ـ سافرت:

يجب أن تكون المعادلة اعلاه بدلالة متغير واحد حتى نتمكن من حلها بأخذ التكامل لها. إن المسافة R مقدار ثابت اي ان المسافة بين جميع اجزاء السلك الدائري والنقطة P متساوية، أما الزاوية θ المحصورة بين محور dl والمسافة R ، فهي زاوية قائمة لجميع أجزاء الجسم أي أن $\theta = 90$. وعليه تبقى المعادلة اعلاه بدلالة متغير واحد وهو dl ، ولان $\sin 90 = 1$ فإن المعادلة أعلاه تصبح:

من الرسم نلاحظ ان dB يتحلل إلى مركبتين متعامدتين، احدهما بإستقامة Z وبشكل مستقيم عليه ومقدارها $dB_z = dB\cos\propto$ والاخرى عمودية على Z ومقدارها $dB_z = dB\sin\propto$

وينطبق هذا الوصف على جميع عناصر السلك حيث لو لو اخذنا جزء ثاني من السلك مقابل للجزء الاول dl سيولد هذا الجزء مجالا مغناطيسيا في النقطة P مقداره dB وهو ايضا يتحلل الى مركبتين متعامدتين، احداهما باستقامة Z والاخرى عموديه عليه، وهذا لكل جزئين متقابلين من اجزاء السلك.

نجد ان المركبات العمودية على Z تتلاشى ويلغي بعضها البعض وتصبح محصلتها صفراً (كل مركبتين متساويتين بالمقدار ومتعاكستين بالاتجاه)، أما المركبات الافقية مع Z سوف تتجمع مع بعضها لانها بنفس الاتجاه والتي تعطي القيمة النهائية الكلية للمجال المغناطيسي.

من الشكل نحصل على $\cos\propto = \frac{a}{R}$ وبالتعويض بالمعادلة نحصل على:

ومن الشكل نجد ايضاً $R = (a^2 + r^2)^{1/2}$

حالة خاصة: إذا كانت P واقعة في مركز السلك الدائري، اي ان r = 0 وعليه فإن المعادلة اعلاه تكون بالشكل:

وإذا كان الموصل الدائري مكون من عدد N من اللفات فإت المعادلتين الاخيرتين تصبح بالشكل:

ثالثاً: المجال المغناطيسي لملف حلزوني

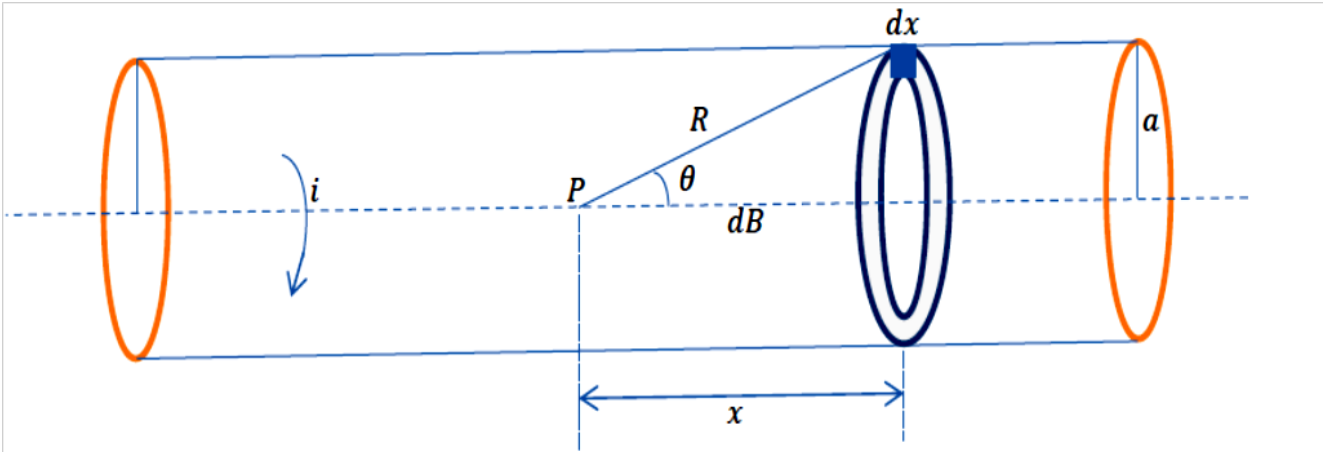
The Magnetic Field of a Solenoid

إيجاد B في نقطة واقعه على محور ملف إسطواني:

يسمى التيار المار في سلك ملفوف لفاً متلاصقاً حول إسطوانة بالتيار الحلزوني، ولايجاد قيمة الحث المغناطيسي عند النقطة P كما في الشكل، نفرض أن الملف يمر به تيار شدته i وطوله l وعدد لفاته N فتكون عدد اللفات لوحدة الطول n هي $n = \frac{N}{l}$ والناتجه من قسمة عدد اللفات على الطول.

وعن اخذ مقطع صغير من الاسطوانه مقداره dx فإن عدد اللفات التي يحويها هذا الطول هي $N = ndx$

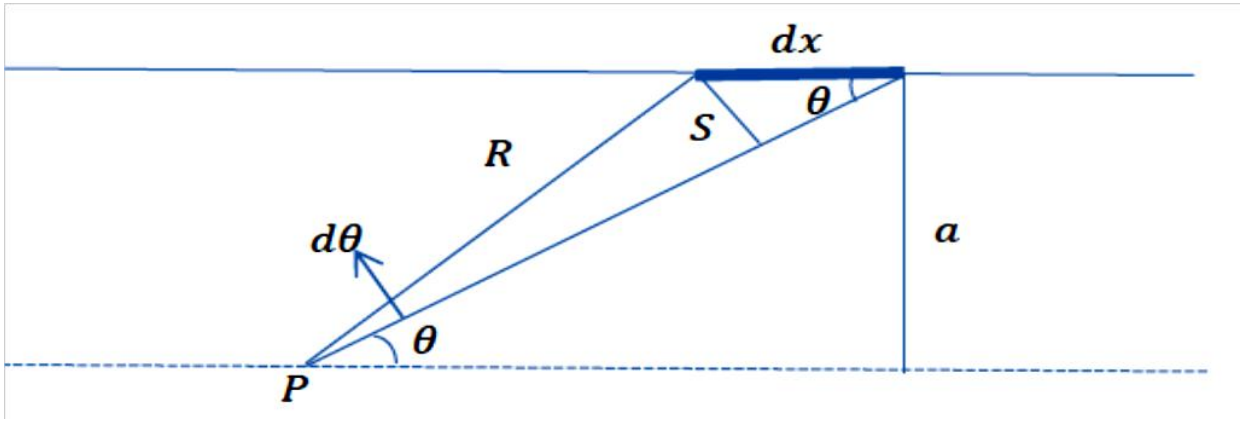
ان الجزء المستقطع من الاسطوانة في هذه الحالة يكون اشبه بالسلك الدائري وبالتالي فان لدينا سلكا دائريا نصف قطره a يسري فيه تيار كهربائي شدته i والمطلوب ايجاد المجال المغناطيسي B في نقطة P التي تبعد عن مركز السلك مسافة x ، وبالعودة للمعادله السابقة فإن قيمة الحث dB الناشئ عن الجزء dx عند النقطة P هو:



d

من الشكل نجد أن

عند تكبير الجزء dx للتوضيح وكما في الشكل،



نجد أن الزاويه θ مقاسة بالقياس النصف قطري أي ان:

وعند مساواة القيميتين نحص على $Rd\theta = dxsin\theta$ $\leftarrow$ $dx = \frac{Rd\theta}{sin\theta}$

∴

من الرسم نجد أن $sin\theta = \frac{a}{R}$

∴

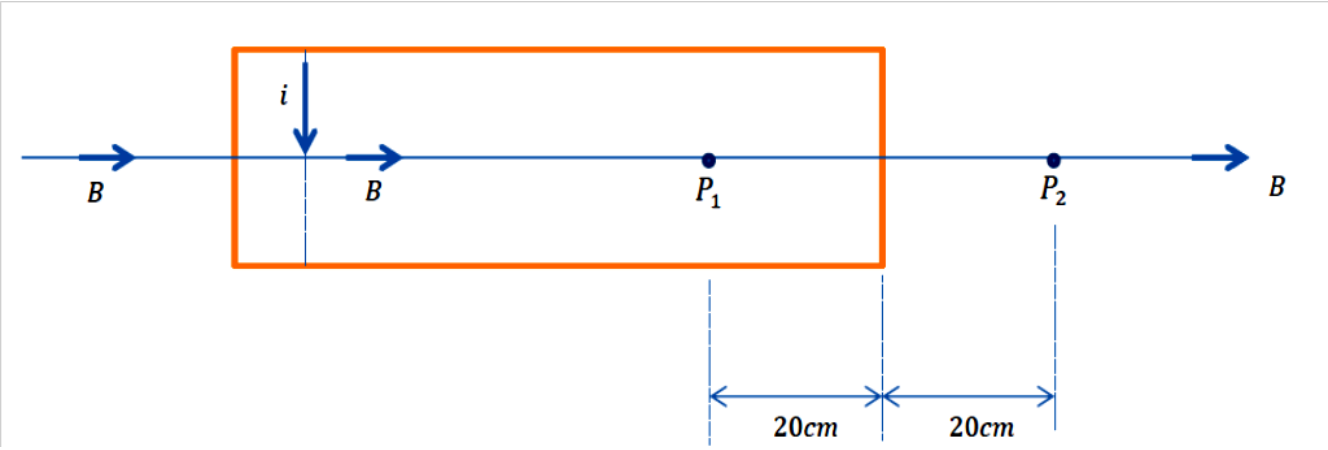
نأخذ التكامل للطرفين نحصل على

B

ويمكن إيجاد قيمة كل من $\cos \propto_1$, $\cos \propto_2$ من خلال قوانين المثلثات البسيطة.

حالة خاصة: إذا كان الملف الحلزوني طويل جداً وكانت النقطة P بعيدة عن أي من الطرفين فإن $\propto_2 = \pi$, $\propto_1 = 0$ عندئذٍ فإن B تساوي:

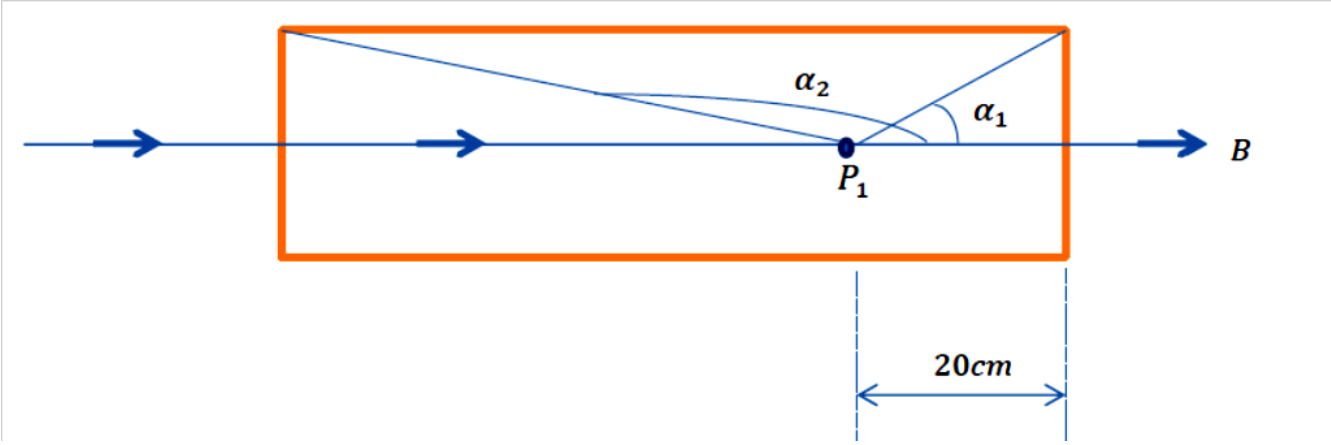
مثال: ملف إسطواني نصف قطره 10cm وطوله 80cm يتألف من 1200 لفة ويمر فيه تيار شدته 5amp. كما في الشكل. جد B في كل من النقطتين P_1 ، P_2



الحل/

أولاً: B عند النقطة P_1

من تحليل الرسم بالنسبه للنقطة P_1



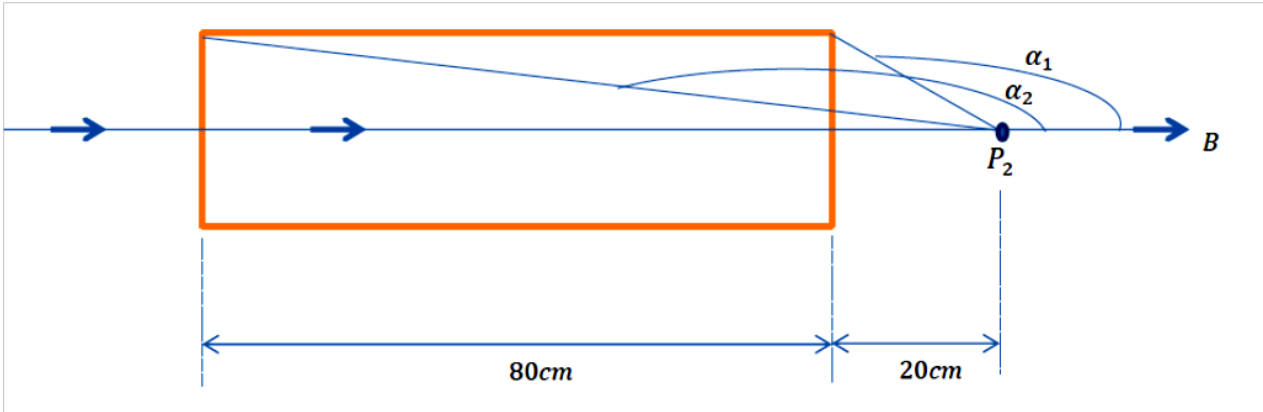
cos

cos

$B = \frac{4\pi * 10^{-}}{}$

$=$

ثانياً: B عند النقطة P_2



$$\cos$$

$$\cos$$

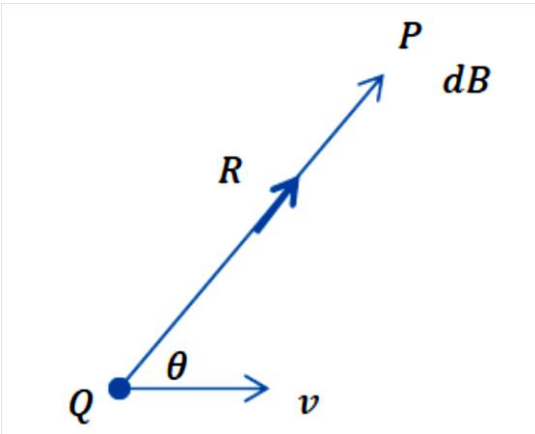
$$B = \frac{4\pi * 10^{-}}{}$$

$$=$$

الحث المغناطيسي لشحنة كهربائية متحركة:

الشحنة الكهربائية المتحركة تكون مجال مغناطيسي، والحث المغناطيسي الناشيء عن شحنة متحركه في نقطة ما يتوقف على نوع الوسط، مقدار الشحنة الكهربائية، سرعة الشحنة، وبعد النقطة من الشحنة وموقعها منها.

فاذا كان لدينا شحنة مقدارها q تتحرك بسرعة V والمطلوب ايجاد المجال المغناطيسي في نقطة مثل P التي تبعد مسافة R عن الشحنة كما في الشكل.



حسب قانون بايوت ـ سافرت فإن الحث المغناطيسي يساوي:

θ تمثل الزاوية المحصورة بين R والسرعة V (إتجاه حركة الشحنة)

وجدنا سابقا أن التيار يساوي i = nevA وعند تعويضه بالمعادلة اعلاه نحصل:

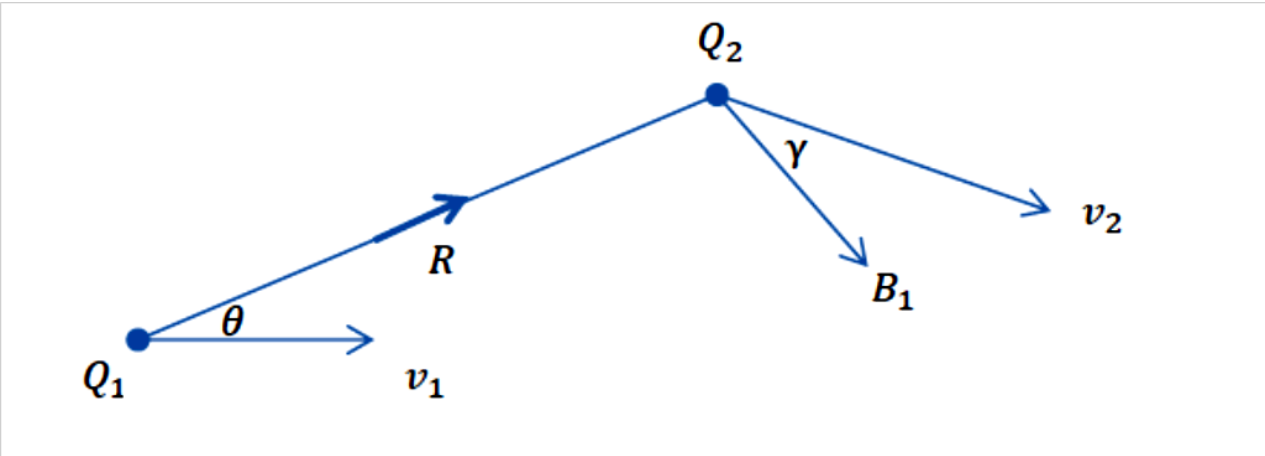
$dB =$

يمثل المقدار (neAdl) كمية الشحنة المكونه للتيار في الجزء dl أي أن

بتكامل الطرفين نحصل على:

المعادلة اعلاه تعطينا المجال المغناطيسي الناشئ عن شحنة مقدارها Q تتحرك بسرعة V في نقطة P التي تبعد مسافة R عن الشحنة.

الان لو وضعنا في النقطة P شحنة ثانية مقدارها Q_2 تتحرك بسرعة V_2 لاصبح لدينا شحنة كهربائية متحركة في مجال مغناطيسي B_1 متولد من الشحنة الاولى وبالتالي ستتولد على الشحنة الثانية قوة مغناطيسية كما حصلنا عليها في الفصل الثاني مقدارها وكما مبين بالرسم:



حيث أن γ هي الزاوية المحصورة بين B_1 وبين V_2 إتجاه حركة الشحنة الثانية

نعوض عن المجال المغناطيسي بالقوة المغناطيسية التي حصلنا عليها(المعادلة أعلاه) نحصل على:

حيث أن θ الزاوية المحصورة بين R وبين V_1 اتجاه حركة الشحنة الاولى.

حيث أن γ هي الزاوية المحصورة بين B_1 وبين V_2 إتجاه حركة الشحنة الثانية.

أما R فتمثل المسافة بين الشحنتين Q_1 و Q_2

في الوقت نفسه هناك مجالا مغناطيسيا B_2 ناشئ عن الشحنة الثانية Q_2 يؤثر على الشحنة الاولى Q_1 بقوة مغناطيسية F_1 ولها نفس قيمة القوة الثانية وتعاكسها بالاتجاه.

مثال: شحنة نقطية مقدارها $8*10^{-12}$ coul تتحرك بسرعة مقدارها $2*10^5$ m/sec نحو الشرق. جد مقدار B في الحالات التالية:

أولاً: في نقطة تقع 30^0 شمال شرق الشحنة وتبعد عنها بمسافة 2m .

ثانياً: في نقطة تقع شرق الشحنة وتبعد عنها بمسافة 30cm .

ثالثاً: في نقطة تقع جنوب الشحنة وتبعد عنها بمسافة 40cm .

الحل/ نجد المجال المغناطيسي باستخدام المعادلة التالية:

اولاً: عندما تكون $\theta = 30^0$

$$\therefore B = \frac{(4\pi *}{}$$

ثانياً: تكون $\theta = 0^0$

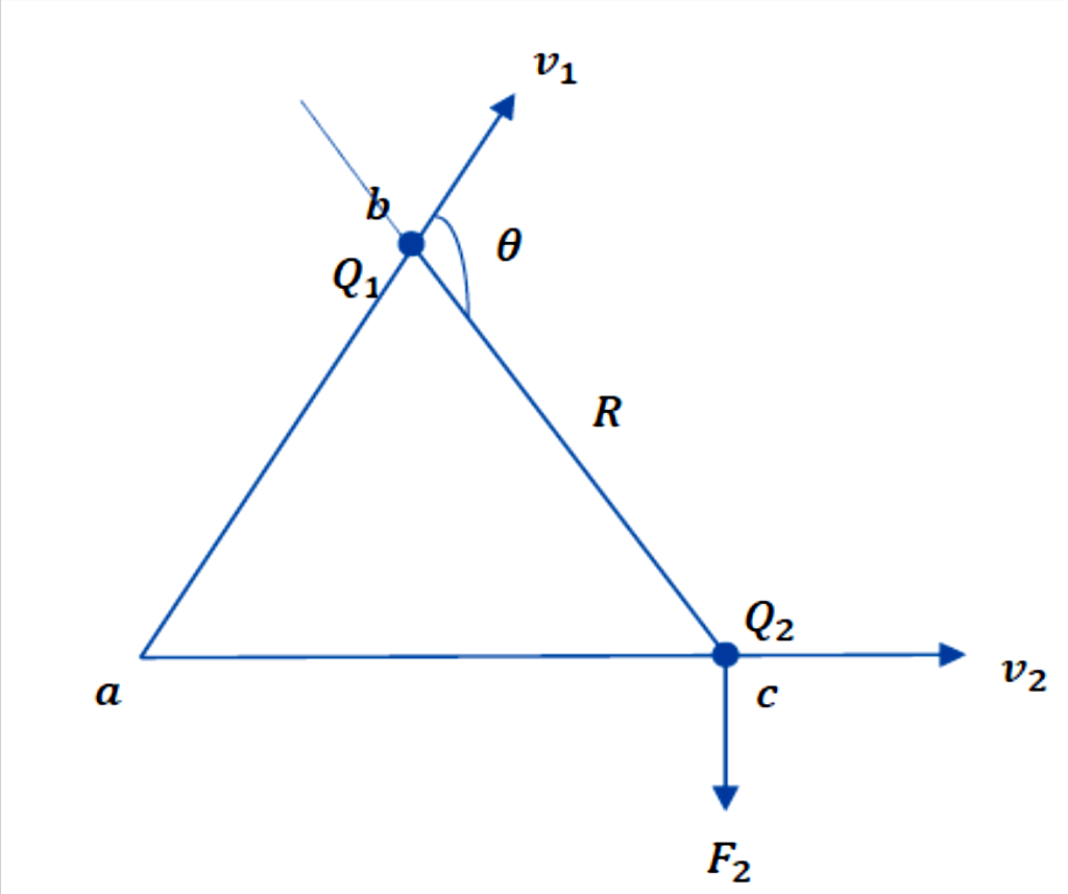
بما أن $\theta = 0^0$ أذن $B = 0$

ثالثاً: $\theta = 90^0$

$$\therefore B = \frac{(4\pi *}{}$$

مثال: abc مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه 50cm ، شحنتان Q_1 ، Q_2 انطلقتا من نقطة a ، عندما مرت الشحنه Q_1 من النقطة b كانت سرعتها $2*10^5$m/sec ومتجهه بإستقامة $\overrightarrow{ab}$ وبنفس تلك اللحظة مرت الشحنة Q_2 من النقطة c وبسرعه مقدارها $3*10^5$m/sec ومتجهه بإستقامة $\overrightarrow{ac}$. جد مقدار القوة بين الشحنتين في تلك اللحظة إذا كانت

$Q_1 = 4 * 10^{-8}$ coul ، $Q_2 = -6 * 10^{-8}$ coul



الحل/ نستخدم المعادله التاليه

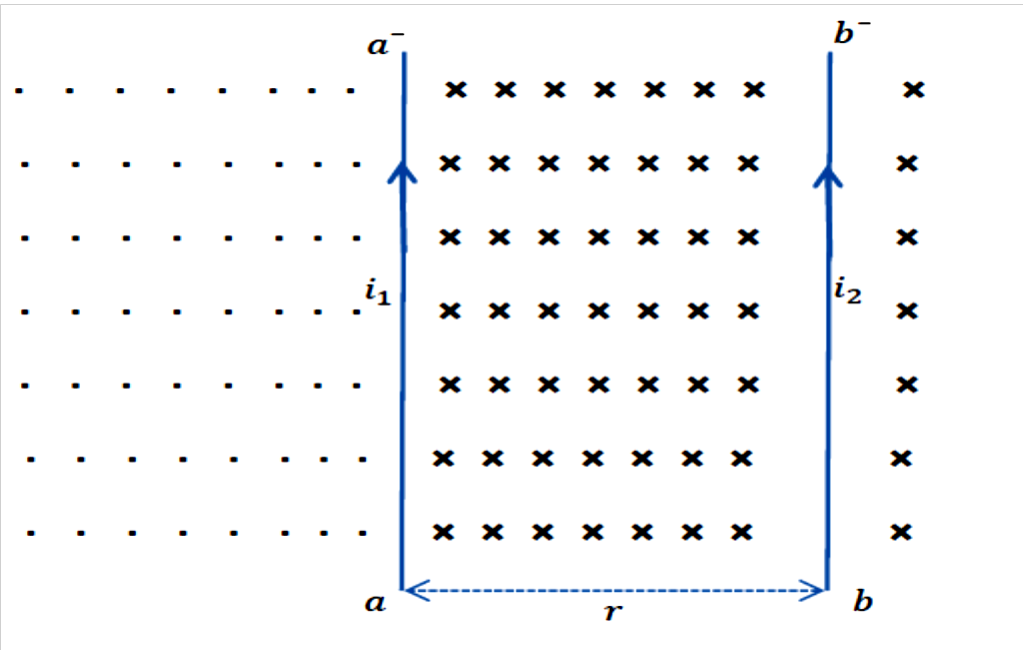
حيث أن θ الزاوية المحصورة بين R وبين V_1 اتجاه حركة الشحنة الاولى، ويمكن تحديدها من خلال إكمال الزاوية المستقيمة 180^0 ، ومن المعلوم أن كل زاوية من زوايا المثلث المتساوي الاضلاع هي 60^0 وبالتالي فالزاوية المقابلة لزاوية بالرأس هي 60^0 أيضاً أي أن $\theta = 180 - 60 = 120$

الحث B يكون عمودي V_2 وهذا يعني ان $\gamma = 90^0$

$$F_2 = \frac{(4\pi * 10^{-7}}{} * sin120sin9$$

القوة بين سلكين مستقيمين متوازيين طويلين يسري في كل منهما تيار كهربائي:

أي موصلين أو أكثر يسري خلالهما تيار فهناك قوة مغناطيسية بينهما.



الحث المغناطيسي لسلك مستقيم طويل في نقطة على بعد r

السلك □bb واقع في مجال مغناطيسي منتظم مقداره $B = \frac{\mu_\circ i_1}{2\pi r}$ يؤثر بصوره عمودية على السلك.

القوة المؤثرة على طول مقداره l من السلك □bb

القوة على وحدة الطول هي:

القوة واقعة في مستوى الصفحة أيضاً وتؤثر بصورة عمودية على السلك وتتجه نحو السلك □bb .

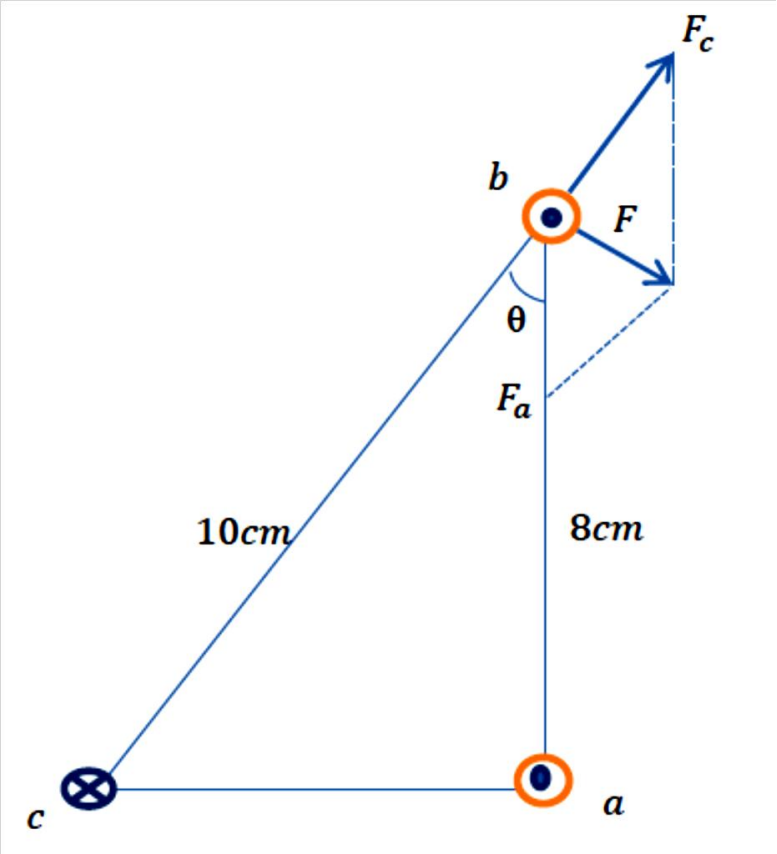
إذا كان التياران i_1 و i_2 بإتجاه واحد يتجاذبان وإذا كانا بإتجاهين متعاكسين يتنافران.

لو جعلنا شدة التيار في كل من السلكين عبارة عن أمبير واحد والمسافة بينهما متر واحد وكانا في الهواء أو الفراغ

إذن الامبير: هو ذلك التيار ثابت الشدة لو سرى في كل من سلكين متوازيين طويلين المسافة بينهما متر واحد موجودين في الهواء تولد نتيجه لذلك قوة مقدارها $2*10^{-7}$ على كل متر من السلكين.

مثال: a , b , c تمثل ثلاث اسلاك مستقيمة طويلة عمودية على سطح الصفحة يمر في السلك a تيار شدته .4amp وفي السلك b يمر تيار شدته .5amp بنفس إتجاه

التيار في السلك a ويمر خلال السلك c تيار شدته .2amp بعكس إتجاه التيار في a .
جد مقدار القوة المسلطه من قبل السلكين a , c معاً على 2.5m من السلك b.



الحل/ القوة على وحدة الطول

القوة المسلطة من قبل c على متر واحد من b هي:

القوة المسلطة من قبل السلك a على متر واحد من b هي:

لحساب محصلة القوى المؤثرة نستخدم قانون الجيب تمام

$$F = \sqrt{F_c}$$

وعليه فإن القوة على 2.5m ون السلك b تساوي:

قانون أمبير الدائري

Ampere's Circuital Law

قانون امبير هو تعبير للعلاقة بين الحث المغناطيسي والتيار المسبب له وينص هذا القانون على ان التكامل الخطي لشدة الحث المغناطيسي حول اي منحني مغلق وفي اي وسط كان يساوي التيار الكلي المار خلال ذلك المنحني مضروبا في نفاذية ذلك الوسط .والصيغة الرياضية له هي:

حيث ان θ هي الزاوية المحصورة بين اتجاه B وإتجاه dl

I شدة التيار الكلي المار خلال المنحني

عند استخدام قانون امبير لإيجاد الحث المغناطيسي في نقطة نرسم منحني مغلق مناسب في النقطة ونقسمه الى اجزاء صغيرة طول كل منها يساوي dl ثم نجد $Bdlcos\theta$ لكل من تلك الاجزاء فالمجموع لها يساوي $\mu_o i$.

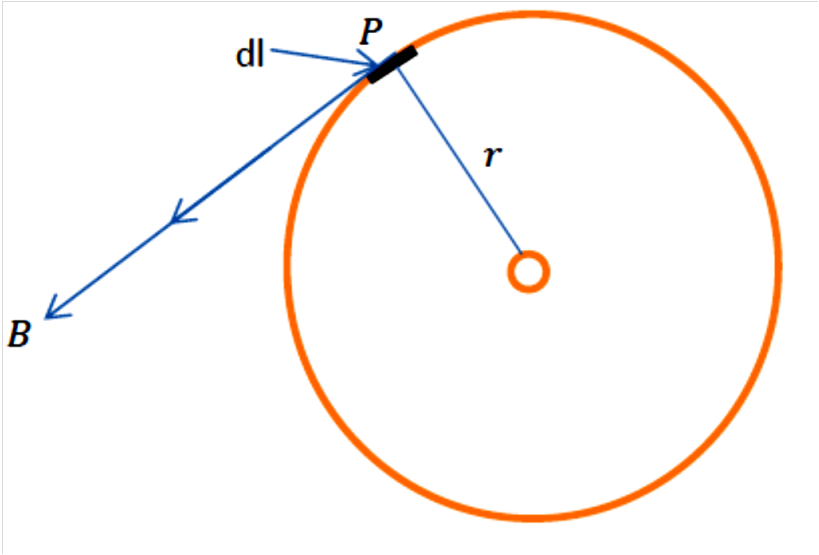
والمهم عند استخدام هذا القانون هو اختيار شكل وموضع المنحني المغلق المناسب.

تطبيقات قانون امبير الدائري

أولاً: إيجاد B لسلك مستقيم طويل جداً:

لنفرض ان السلك قائم بصورة عمودية على سطح الصفحة وان o تمثل موضع تقاطع السلك مع الصفحة، لتعيين B في نقطة P الواقعة في الصفحة والتي تبعد بمسافة r عن o ، نختار المنحني المغلق على شكل محيط دائرة نصف قطرها r ومركزها نقطة o .

نقسم محيط الدائرة الى اجزاء طول كل منها يساوي dl كما في الشكل. جميع نقاط هذا المنحني متناظرة الوضع بالنسبة للسلك، فالحث المغناطيسي في جميع النقاط متساوي من حيث الكم، أما اتجاهه في أي نقطة فهو بإتجاه المماس في تلك النقطة.



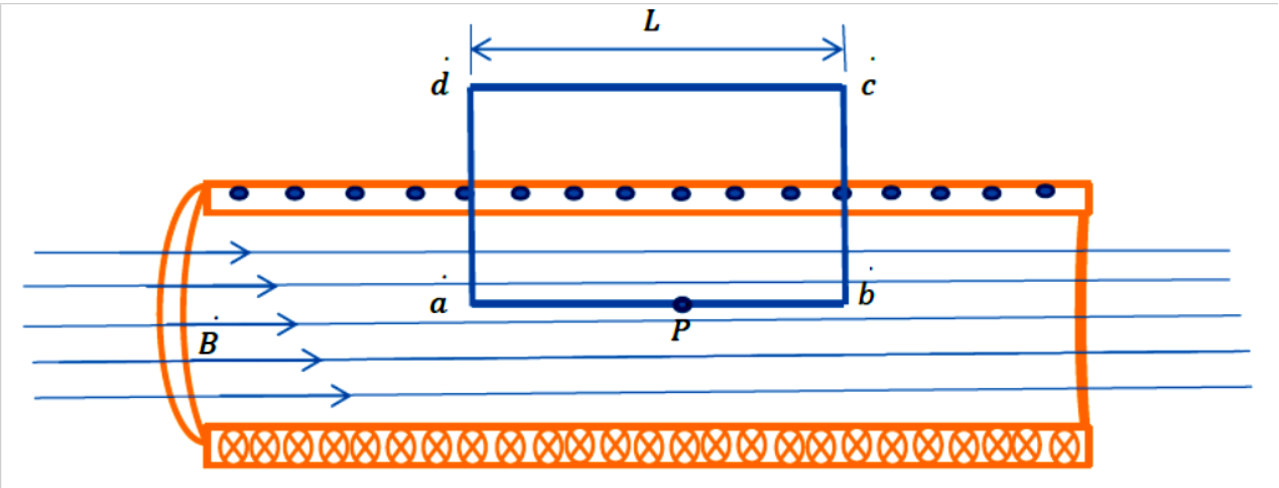
بتطبيق قانون امبير

θ لجميع اجزاء المنحني تساوي صفر، حيث ان اتجاه الجزء dl هو اتجاه المماس وبذلك فهو بنفس اتجاه المجال B اي ان $\theta = 0^o$ ، أذن المعادلة اعلاه تصبح بالشكل:

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها سابقا من قانون بايوت – سافرت

ثانياً: تعيين B داخل ملف إسطواني طويل جداً

الشكل التالي يمثل مقطا طوليا من الملف الاسطواني وأن P نقطة داخل الملف والمطلوب ايجاد B في هذه النقطة.



بما ان خطوط الحث المغناطيسي هي خطوط مقفلة، فإن خطوط الحث المغناطيسي ستكمل دورتها خارج الملف. فإذا كان الملف طويلاً ستكون خطوط الحث الواقعه خارج الملف بعيدة عنه باستثناء المناطق القريبة منه وستكون موازية لمحور الملف.

لهذا نجد من المناسب أن يكون المنحني المغلق على شكل مستطيل او مربع أحد اضلاعه يوازي محور الملف.

لذلك نرسم المستطيل abcd بحيث تقع النقطة P على الضلع ab الذي يوازي محور الملف، اما الضلع cd فيقع خارج الملف.

فاذا كان طول الضلع ab=l وعدد اللفات لوحدة الطول هي n وعليه يكون عدد اللفات داخل المنحني المغلق (المستطيل) هي nl

واذا كانت شدة التيار في الملف هي i فان مجموع التيار الكلي المخترق للمستطيل هو:

بتطبيق قانون امبير نحصل على:

ان التكامل الخطي حول محيط المستطيل يتكون من اربعة اجزاء:

$$\oint Bdlco$$

ان $\theta = 90^o$ في التكاملين الثاني والرابع وعليه فان قيمتيهما صفرا

$$\int_b^c B$$

التكامل الثالث يساوي صفر لانه يقع خارج المستطيل.

اذن يبقى التكامل الاول فقط $\theta = 0^o$

ونظراً لكون جميع نقاط المستقيم ab متناظرة الوضع بالنسبة للملف، فإن B لجميع هذه النقاط تكون متساوية، وكذلك الزاوية $\theta = 0^o$ فهي تساوي صفراً لجميع أجزاء المستقيم ab.

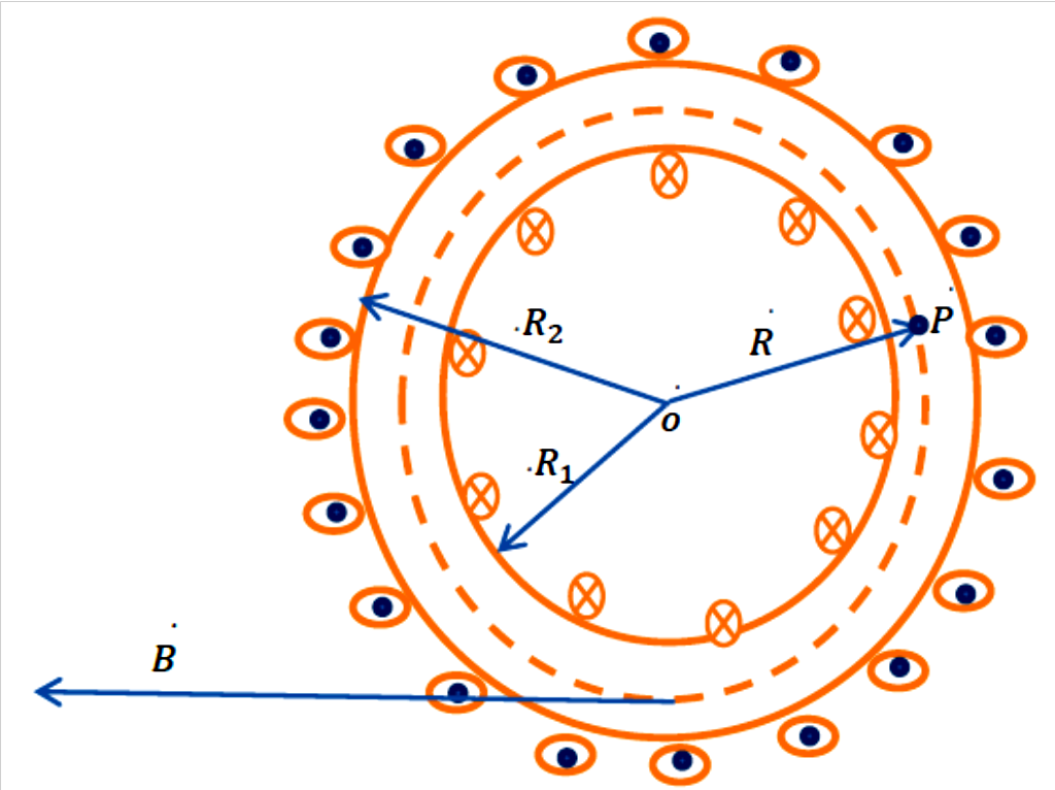
وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها سابقا من قانون بايوت – سافرت لملف اسطواني طويل جدا.

ثالثاً: تعيين B داخل ملف على شكل حلقة

نفرض لدينا ملفا حلقيا عدد لفاته N ، نصف قطره الداخلي R_1 والخارجي R_2 ويمر خلاله تيار كهربائي شدته i وأن P نقطة داخل الملف على بعد R من مركز الملف، والمطلوب ايجاد B في النقطة P بإستخدام قانون أمبير.

المنحني المغلق الذي سنختاره هو محيط دائرة نصف قطرها R ومركزها مركز الملف ونجزأ هذا المحيط الى اجزاء طول كل منها dl

ان التيار الكلي الذي يضمه المنحني المغلق هو Ni وأن $\theta = 0^o$ (الزاوية بين B و dl)



$$\oint B\,d$$

$$B(2\pi$$

من هذه المعادلة الاخيرة نجد ان الحث المغناطيسي B يتناسب عكسيا مع نصف قطر الملف R ، فمقدارها إذن يختلف بإختلاف بعد النقطة عن المركز. فالقيمة الصغرى للمقدار B هي:

والقيمة العظمى هي:

إذا كان R_1 و R_2 الفرق بينهما صغير جداً، عند ذلك تكون B متساوية في جميع النقاط الواقعة داخل الملف ويعبر عنها بالمعادله *

مثال: ملف حلقي مقطعه الرأسي على شكل مستطيل ارتفاعه 3cm نصف القطر الداخلي للملف 18cm والخارجي 22cm وعدد لفاته 2000 ويمر خلاله تيار كهربائي شدته 4amp. . جد:

1. B في نقطة تبعد بمسافة 20cm عن مركز الملف.
2. الفيض المغناطيسي المخترق للملف.

الحل/

أولا:

$$B = \frac{\mu_o N i}{2\pi R}$$

ثانياً: لايجاد الفيض المخترق لسطح نقسم ذلك السطح الى مساحات صغيرة كل منها على شكل مستطيل ارتفاعه h وطول قاعدته dR ، نجد الفيض خلال كل المستطيلات والمجموع يساوي الفيض المخترق للمقطع

$\therefore a$

$$\emptyset = \frac{\mu_o N}{2\pi}$$

القوة الدافعة الكهربائية

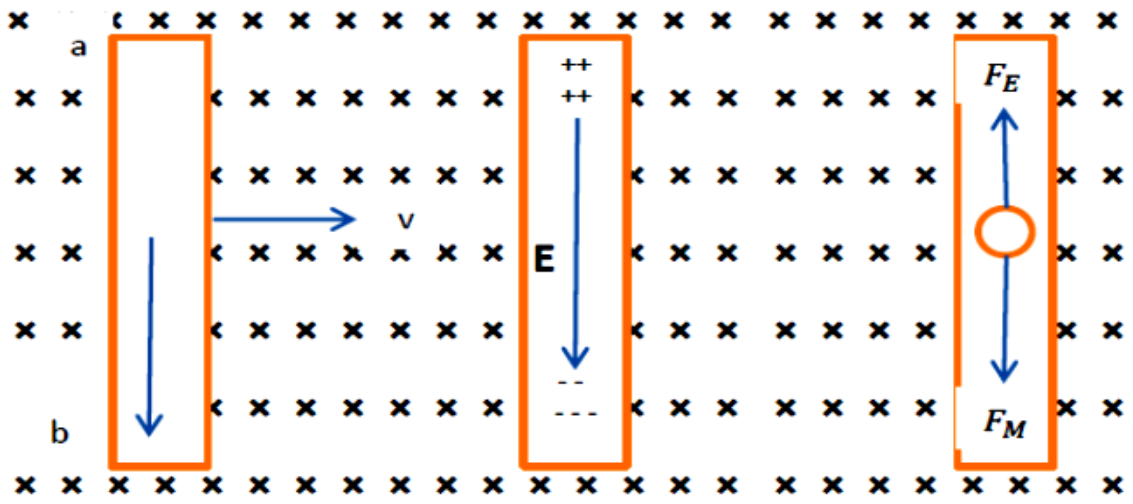
Motional Electromotive Force

القوة الدافعة الكهربائية المحتثة:

تعرف القوة الدافعة الكهربائية بأنها الشغل اللازم لنقل الشحنات الكهربائية وتحريكها أي عملية توليد تيار كهربائي .

عند حركة سلك او قضيب (من مادة موصلة) مثل ab بسرعة v خلال منطقة تحوي مجال مغناطيسي فانه ستتأثر كل شحنة بقوة مغناطيسية (قوة مسلطة من المجال المغناطيسي) تساوي:

$$\overline{F_M} = qvB\ sin\theta = evB$$



وبسبب هذه القوة تتحرك الالكترونات (الشحنات السالبة) الى الاسفل وبالمقابل يزداد تركيز الشحنات الموجبة في الاعلى . ان حركة الشحنات الكهربائية معناها توليد تيار كهربائي و هو موضوعنا هذا.

ان عملية فصل الشحنات الموجبة عن السالبة معناه توليد مجال كهربائي وبالتالي ستتأثر كل شحنة بقوة كهربائية مقدارها $\overline{F_E} = q\bar{E}$ عكس اتجاه المجال $\bar{E}$ أي ان كل الكترون اصبح واقع تحت تأثير قوتين كهربائية ومغناطيسية بحيث تستمر عملية سريان التيار حتى تتساوى القوتين $\overline{F_M}$ و $\overline{F_E}$ وعند ذلك تتوقف حركة الالكترونات(توقف التيار الكهربائي).

ولجعل التيار يستمر لفترة اطول نجعل الموصل يتحرك ذهابا وايابا على سكة مقفلة من مادة موصلة وعند ذلك ستكمل الالكترونات دورتها من الطرف b الى الطرف a وبذلك نحصل على تيار مستمر ما دام الموصل متحركا ويطلق على هذا التيار اسم التيار المحتث.

نفرض ان طول الموصل ab هو l فالقوة المغناطيسية على الموصل :

$$\overline{F_M} = ilB \qquad \ldots\ldots\ldots..(1)$$

ونفرض هناك شغلا (طاقة ميكانيكية) مبذولا على الموصل لسحبه مسافة dx ومقداره يساوي :

$$dW = \overline{F_M} \cdot \overline{dx} = (ilB)(vdt) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$dW = (Bvl)(idt) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

$$dW = (Bvl)dq \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$\therefore \frac{dW}{dq} = Blv \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

ان المقدار $\frac{dW}{dq}$ يمثل مقدار الشغل المبذول لنقل وحدة الشحنات الكهربائية وهو ما يعرف بالقوة الدافعة الكهربائية ε .

$$\therefore \varepsilon = Blv \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

يمكن ان نكتب المعادلة (6) بالشكل التالي :

$$\varepsilon = (\bar{B} \times \bar{l}) \cdot (\bar{v}) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

$$\therefore \varepsilon = Blv \sin\theta \cos\phi \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

θ هي الزاوية بين B وبين اتجاه السلك l او اتجاه التيار i . اما ϕ الزاوية بين السرعة v وبين المستقيم العمود على المستوي الذي يضم B و l (حسب خواص الضرب الاتجاهي) . تقاس القوة الدافعة ε بوحدات الفولت.

قانون فاراداي:

ينص قانون فاراداي في الحث الكهربائي على ان القوة الدافعة الكهربائية المحتثة المتولدة في حلقة مقفلة تساوي عدديا المعدل الزمني لتغير الفيض المغناطيسي المخترق لها . والصيغة الرياضية للقانون :

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

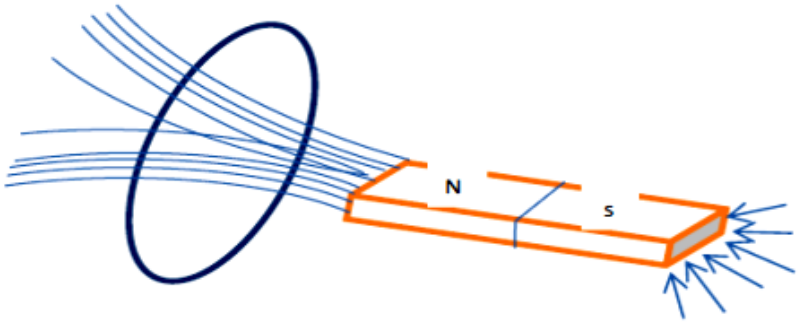
واذا تغير الفيض المغناطيسي في ملف عدد لفاته N ستتولد في الملف قوة دافعة كهربائية محتثة مقدارها:

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt} \qquad , \phi = AB\cos\theta$$

ان تغير الفيض المغناطيسي له اسباب منها تغير المجال المغناطيسي او تغير مساحة السطح او تغير اتجاه السطح بالنسبة للمجال المغناطيسي ، وكذلك فان تغير التيار الكهربائي في ملف من اهم اسباب تغير المجال المغناطيسي .

فلتوليد قوة دافعة كهربائية حسب قانون فاراداي يشترط ان يكون هناك تغير في الفيض الا ان القانون لا يحدد الكيفية التي يجب ان يتم بها ذلك التغيير .

اذا كان لدينا مغناطيس وحلقة من مادة موصلة يخترقها الفيض المغناطيسي كما في الشكل



اذا بقي كل من المغناطيس والحلقة ثابت في موضعه فلا تتكون في الحلقة قوة دافعة كهربائية لان الفيض ثابت المقدار ولا يتغير مع الزمن:

$$\frac{d\phi}{dt} = 0 \quad \rightarrow \therefore \ \varepsilon = 0$$

اما اذا حركنا الحلقة باتجاه المغناطيس او مبتعدين عنه او حركنا المغناطيس باتجاه الحلقة او مبتعدين عنها او ابقينا الحلقة ثابتة وحركنا المغناطيس جانبا ففي جميع هذه الحالات ستتولد في الحلقة قوة دافعة كهربائية وذلك بسبب تغير الفيض المغناطيسي المخترق للحلقة الناتج عن تغير المجال المغناطيسي أي ان :

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(AB\cos\theta)}{dt} = -A\cos\theta\frac{dB}{dt}$$

اذا دورنا الحلقة حول محور ما مع بقاء المغناطيس ثابت او دورنا المغناطيس حول محور معين مع بقاء الحلقة ثابتة ستتولد في الحلقة قوة دافعة كهربائية وذلك بسبب تغير الفيض المغناطيسي المخترق للحلقة الناتج عن تغير اتجاه السطح بالنسبة للمجال المغناطيسي أي ان :

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(AB\cos\theta)}{dt} = -AB\frac{d(\cos\theta)}{dt}$$

مثال: ملف من اسلاك موصلة عدد لفاته 500 ومساحته $600cm^2$ ومقاومته 50 Ω ، سلط عليه مجال مغناطيسي يميل مع اتجاه السطح بزاوية مقدار ها 60^0 فاذا كان B تتغير بمعدل 10 mT/sec . جد شدة التيار المحتث .

الحل: نحسب اولا القوة الدافعة الكهربائية باستخدام المعادلة :

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt} \qquad , \phi = AB\cos\theta$$

$$\varepsilon = -N\frac{d(AB\cos\theta)}{dt} = -NA\cos\theta\frac{dB}{dt}$$

$$\therefore\ \varepsilon = -500 \times 600 \times 10^{-4} \times \cos 60 \times 10 \times 10^{-3} = -0.15 \text{ volt}$$

$$\therefore i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{-0.15}{50} = -0.003\ amp = -3\ mA$$

مثال: ملف مقاومته 40 Ω وعدد لفاته 200 ويخترقه فيض مغناطيسي يتغير وفق المعادلة:

$$\emptyset = (4t^3 + 2t + 5) \times 10^{-3} W$$

جد مقدار التيار المحتث عندما تكون : ١- t=0 ٢- t=2sec

الحل: نحسب اولا القوة الدافعة باستخدام المعادلة :

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt} \qquad , \phi = (4t^3 + 2t + 5) \times 10^{-3} W$$

$$\therefore \varepsilon = -200 \times 10^{-3}\ \frac{d(4t^3 + 2t + 5)}{dt}$$

$$\therefore \varepsilon = -0.2 \times (12t^2 + 2)$$

1- at t=0 $\quad \therefore \varepsilon = -0.2 \times (12 \times 0 + 2) = -0.4\ v$

$$\therefore i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{-0.4}{40} = -0.01\ amp$$

2- at t=2 sec $\quad \therefore \varepsilon = -0.2 \times (12 \times 4 + 2) = -10\ v$

$$\therefore i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{-10}{40} = -0.25\ amp$$

مثال : ملف من اسلاك موصلة مساحته $120\ cm^2$ وعدد لفاته 600 وسطحه بوضع افقي مقاومته $40\ \Omega$ موجود في مجال مغناطيسي منتظم $B=0.4T$ يتجه شاقوليا الى الاعلى ، دور الملف بسرعة وخلال $0.2sec$ اصبح اتجاه السطح يصنع زاوية مقدارها 30^0 مع اتجاه المجال . جد مقدار الشحنة الكهربائية المارة خلال الملف اثناء عملية الدوران .

الحل: ان سبب تغير الفيض هنا هو دوران الملف ، اي تغير الاتجاهات بين الملف والمجال المغناطيسي.

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt}$$

بما ان $i = \frac{\varepsilon}{R}$

$$\therefore i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{-N}{R}\frac{d\phi}{dt}$$

$$\therefore idt = \frac{-N}{R}d\phi$$

وبتكامل الطرفين:

$$\int idt = \frac{-N}{R}\int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi$$

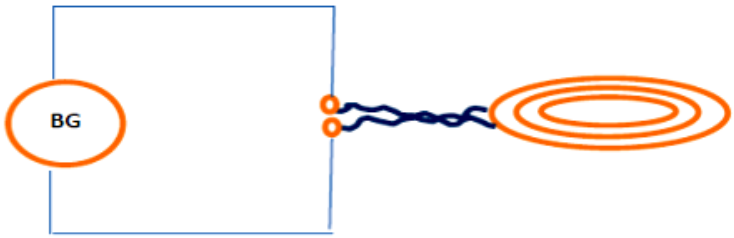
$$\therefore q = \frac{-N}{R}(\phi_2 - \phi_1) = \frac{-N}{R}(ABcos\theta_2 - ABcos\theta_1) = \frac{-NAB}{R}(cos\theta_2 - cos\theta_1)$$

$$\therefore q = \frac{-600 \times 0.4 \times 120 \times 10^{-4}}{40}(cos30 - cos0)$$

$$\therefore q = \frac{-600 \times 0.4 \times 120 \times 10^{-4}}{40}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right) = 9.65 \times 10^{-3}\ Coul$$

قياس B بإستخدام ملف البحث:

نفرض لدينا ملف مساحته صغيرة ومعروفة وعدد لفاته N ، نربط بين طرفيه كلفانومتر قذفي كما في الشكل



اذا وضعنا الملف في مجال مغناطيسي ودورناه بسرعة حول احد اقطاره بزاوية مقدارها 90^0 او سحبناه خارج المجال المغناطيسي فسنلاحظ ان الكلفانومتر سيبدأ بالقراءة (يتحرك مؤشره لقياس التيار الكهربائي) وتفسير ذلك حسب قانون فاراداي ان دوران الملف او سحبه خارج المجال يؤدي الى تغير الفيض المغناطيسي المخترق للملف وبالتالي تتكون قوة دافعة كهربائية في الملف وتولد تيار محتث يسجله مؤشر الكلفانومتر الذي يتناسب مقدار انحرافه مع مقدار الشحنة الكهربائية المارة خلاله الناتجة عن التيار المحتث.

اذا فرضنا ان قراءة الكلفانومتر هي D الناتجة عن مرور الشحنة q حيث ان q تتناسب مع D اي ان :

$q \propto D \rightarrow \therefore q = GD$, G: ثابت الكلفانومتر ... ...(1)

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt} \quad \text{... ... .(2)}$$

بما ان $i = \frac{\varepsilon}{R}$

$$\therefore i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{-N}{R}\frac{d\phi}{dt} \quad \text{... ... .(3)}$$

$$\therefore idt = \frac{-N}{R}d\phi \quad \text{... ... .(4)}$$

وبتكامل الطرفين:

$$\int idt = \frac{-N}{R}\int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \quad \text{... ... .(5)}$$

$$\therefore q = \frac{-N}{R}(0-\phi_1) = \frac{N\phi}{R} \quad \text{... ... .(6)}$$

$$\phi = AB\cos\theta = AB\cos 0 = AB$$

$$\therefore q = \frac{NAB}{R} \quad \text{... ... .(7)}$$

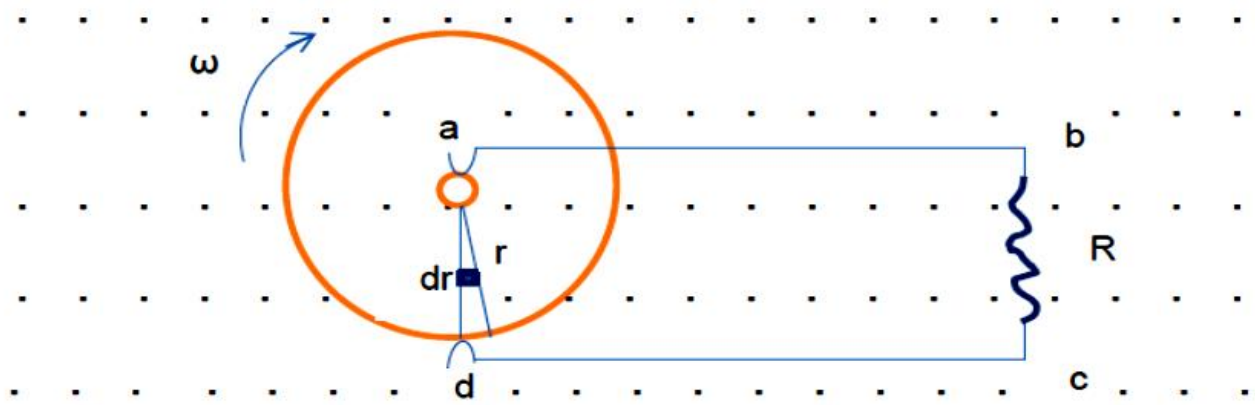
وبمساواة المعادلتين (1) و (7) نحصل على:

$$GD = \frac{NAB}{R} \qquad \dots\dots\dots..(8)$$

$$\therefore B = \frac{GDR}{NA} \qquad \dots\dots\dots.(9)$$

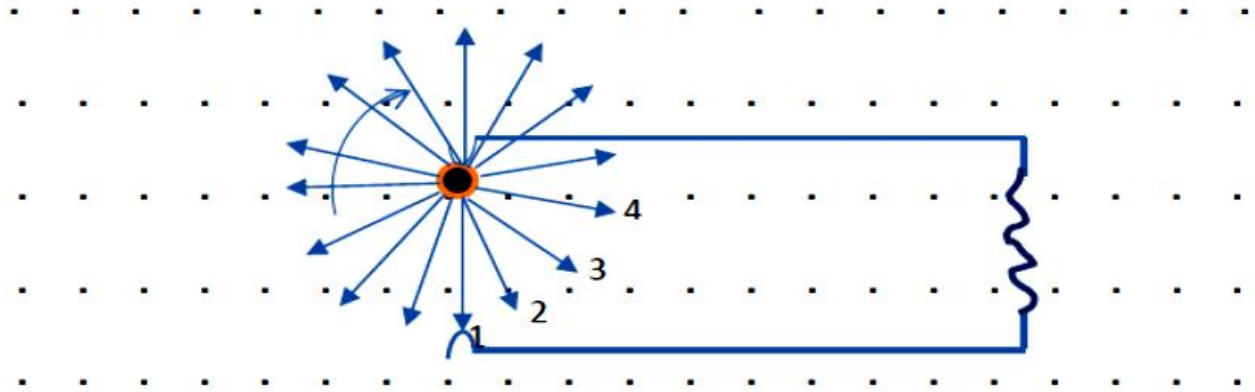
قرص فراداي:

يعتبر هذا الجهاز من اول الاجهزة الميكانيكية التي استخدمت للحصول على طاقة كهربائية بطريقة ميكانيكية.



يتألف الجهاز من قرص معدني يدور حول محور عمود على سطحه ويسلط عليه مجال مغناطيسي عمود على سطحه . تمثل abcd دائرة كهربائية بحيث يكون الطرف a في حالة تماس مع مركز القرص و b مع المحيط ، نلاحظ عند دوران القرص يتولد تيار كهربائي . ان مبدأ عمل الجهاز مبني على انه اذا تحرك موصل في مجال مغناطيسي تولدت فيه قوة دافعة كهربائية محتثة وتيار محتث.

لتوضيح الفكرة نتصور لدينا عجلة دراجة هوائية تتكون من اسلاك موصلة وتتحرك في مجال مغناطيسي كما في الشكل:



فعندما يصل طرف السلك رقم 1 الى الطرف d تكمل الدائرة الكهربائية ويسري خلالها تيار كهربائي ويتوقف التيار فور الانفصال عن الطرف d ولكن سرعان ما يصل السلك رقم 2 فيعود سريان التيار ، وهكذا بقية الاسلاك حيث نحصل على تيار متقطع ، وكلما ازداد عدد الاسلاك قلت فترة انقطاع التيار، ولو استمرينا بزيادة عدد الاسلاك لحصلنا على القرص الذي اشرنا اليه في البداية ويكون التيار مستمرا بلا انقطاع .

ولغرض الحصول على القوة الدافعة الكهربائية، نفرض ان القرص يدور بسرعة زاوية مقدارها ω وان الشريحة ad تمثل احد الاسلاك ، ان جميع اجزاء ad لها نفس السرعة الزاوية ولكن سرعتها الخطية v غير متساوية، ولنأخذ الجزء dr على بعد r من المركز بحيث تكون السرعة الخطية لهذا الجزء هي

$$v = r\omega \qquad \dots\dots\dots\dots (1)$$

ان جزء القوة الدافعة الكهربائية الناتج عن الجزء dr يساوي $d\varepsilon$

$$\varepsilon = Blv \;\rightarrow\; \therefore\; d\varepsilon = Bdr\, v \qquad \dots\dots\dots\dots (2)$$

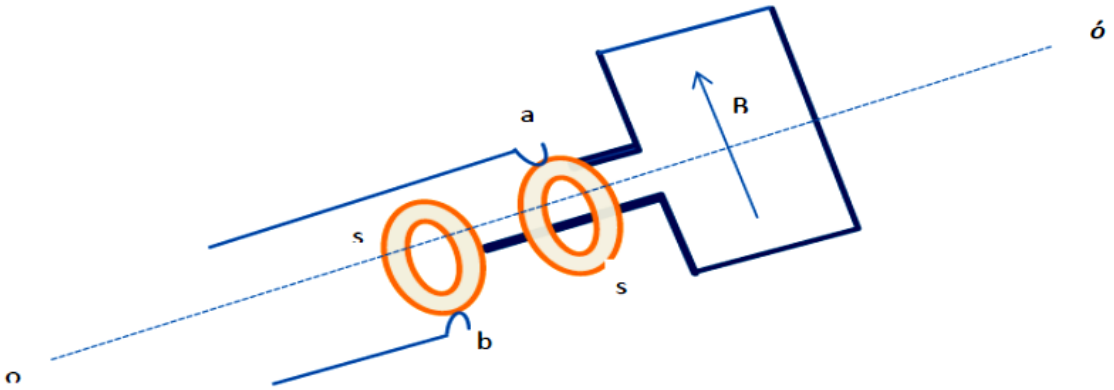
نعوض (1) في (2) ينتج:

$$\therefore\; d\varepsilon = Br\omega\, dr \qquad \dots\dots\dots\dots (3)$$

$$\therefore\; \varepsilon = B\omega \int_0^R r\; dr = \frac{1}{2} B\omega R^2 \qquad \dots\dots\dots\dots (4)$$

المولد الكهربائي:

المولد الكهربائي هو عبارة عن ملف من الاسلاك يدور في مجال مغناطيسي فينتج قوة دافعة كهربائية وتيار محتث (قانون فاراداي).



يتصل كل طرف من طرفي الملف بحلقة (S) وتمس كل حلقة فرشاة بحيث تربط الدائرة الكهربائية الى طرفي الفرشتين a,b . فاذا كان عدد لفات الملف N ومساحة اللفة الواحدة A والسرعة الزاوية التي يدور بها الملف في المجال المغناطيسي B هي ω ونتيجة لذلك فان الفيض المغناطيسي المخترق للملف في اية لحظة هو :

$$\phi = AB\cos\theta \qquad , \; \theta = \omega t$$

$$\therefore\; \phi = AB\cos\omega t$$

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt} = -N\frac{d(AB\cos\omega t)}{dt} = -NAB\frac{d}{dt}(\cos\omega t)$$

$$\therefore \varepsilon = NAB\omega \sin\omega t$$

نلاحظ من المعادلة الاخيرة ان القوة الدافعة الكهربائية هي دالة جيب اي انها متغيرة المقدار والاتجاه وهي تتراوح خلال الدورة الواحدة بين القيمة العظمى ثم الصفر ثم الى القيمة الصغرى وتدعى بالقوة الدافعة الكهربائية المتناوبة والتيار الناتج يدعى التيار المتناوب ويرمز له بالرمز (A . C) .

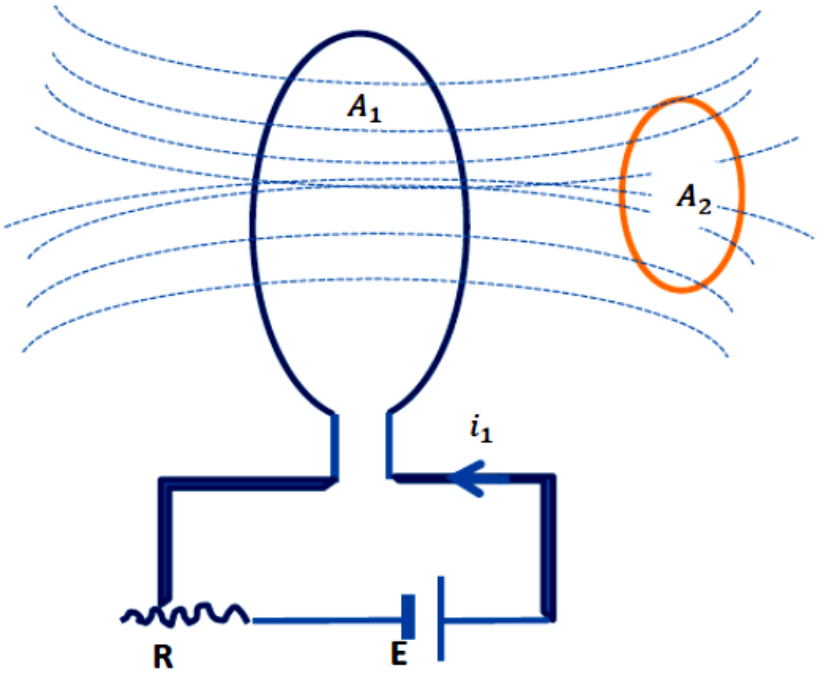
وللحصول على قوة دافعة كهربائية ذي وجهة واحدة يجري تحوير الجهاز وذلك باستبدال الحلقتين بحلقة واحدة مقسومة الى نصفين بحيث يرتبط كل طرف من طرفي الملف بواحد من النصفين وبالتالي نحصل على تيار كهربائي ذو وجهة واحدة ويسمى التيار المستمر ويرمز له بالرمز (D . C)

المحاثة

Inductance

الحث المتبادل:

نفرض لدينا ملفين من مادة موصلة قريبين من بعضهما ، مساحة الاول A_1 وعدد لفاته N_1 ،و مساحة الثاني A_2 وعدد لفاته N_2 كما في الشكل :



اذا مر تيار كهربائي(i_1) في الملف الاول سيولد مجال مغناطيسي مقداره (B_1) ، أي يخترق الملف الثاني فيض مغناطيسي مقداره ϕ_{21} (العددين 2, 1 تعني الفيض المخترق للملف الثاني الناتج عن التيار المار في الملف الاول). اي ان ϕ_{21} يعتمد على i_1 ونعبر عنه بالمعادلة :

$$\emptyset_{21} \propto i_1 \quad \rightarrow \therefore \ \emptyset_{21} = Ki_1 \qquad \dots\dots\dots\dots (1)$$

اذا بدأنا بتغيير التيار المار في الملف الاول فان ذلك يؤدي الى تغير قيمة الفيض المغناطيسي المخترق للملف الثاني وبالتالي ستتولد قوة دافعة كهربائية محتثة في الملف الثاني ومقدارها (حسب قانون فاراداي) هو :

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\emptyset_{21}}{dt} \qquad \dots\dots\dots\dots (2)$$

$$\therefore \varepsilon_2 = -N_2 \frac{dKi_1}{dt} = -N_2 K \frac{di_1}{dt} \qquad \dots\dots\dots\dots (3)$$

$$\therefore \varepsilon_2 = -M \frac{di_1}{dt} \qquad \dots\dots\dots\dots (4)$$

حيث ان M كمية ثابتة تعرف بمعامل الحث المتبادل بين الملفين. ويقاس بوحدات الهنري h .

وبمساواة المعادلتين (2) و (4) نحصل على معادلة الحث المتبادل:

$$-M\frac{di_1}{dt} = -N_2\frac{d\emptyset_{21}}{dt} \qquad \dots\dots\dots(5)$$

$$\therefore M = \frac{N_2\emptyset_{21}}{i_1} \qquad \dots\dots\dots(6)$$

مثال: ملف اسطواني طوله $l_1=2m$ ومساحته $A_1=40cm^2$ وعدد لفاته $N_1=20000$ ، وضع في داخله وفي المنتصف ملف قصير بوضع بحيث اصبح للملفين محور مشترك ، طول الملف القصير $l_2=20cm$ ومساحته $A_2=16cm^2$ وعدد لفاته $N_2=200$. جد معامل الحث المتبادل بين الملفين والقوة الدافعة الكهربائية المتولدة في الملف القصير اذا كان التيار في الملف الطويل يتغير بمعدل $0.8amp/sec$.

الحل: باستخدام المعادلة (6) :

$$M = \frac{N_2\emptyset_{21}}{i_1} \qquad , \quad \emptyset_{21} = A_2B_1cos\theta$$

$\theta = 0^\circ$ ، اما B في مركز الملف الاسطواني الاطول فهي:

$$B_1 = \mu_0 i_1 n_1 = \mu_0 i_1\frac{N_1}{l_1}$$

$$\therefore M = \frac{N_2}{i_1}A_2\left(\mu_0 i_1\frac{N_1}{l_1}\right) = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A_2}{l_1}$$

$$\therefore M = \frac{4\pi\times10^{-7}\times20000\times200\times16\times10^{-4}}{2} = 128\pi\times10^{-5}\ h$$

ولايجاد القوة الدافعة الكهربائية المتولدة في الملف القصير نستخدم المعادلة (4):

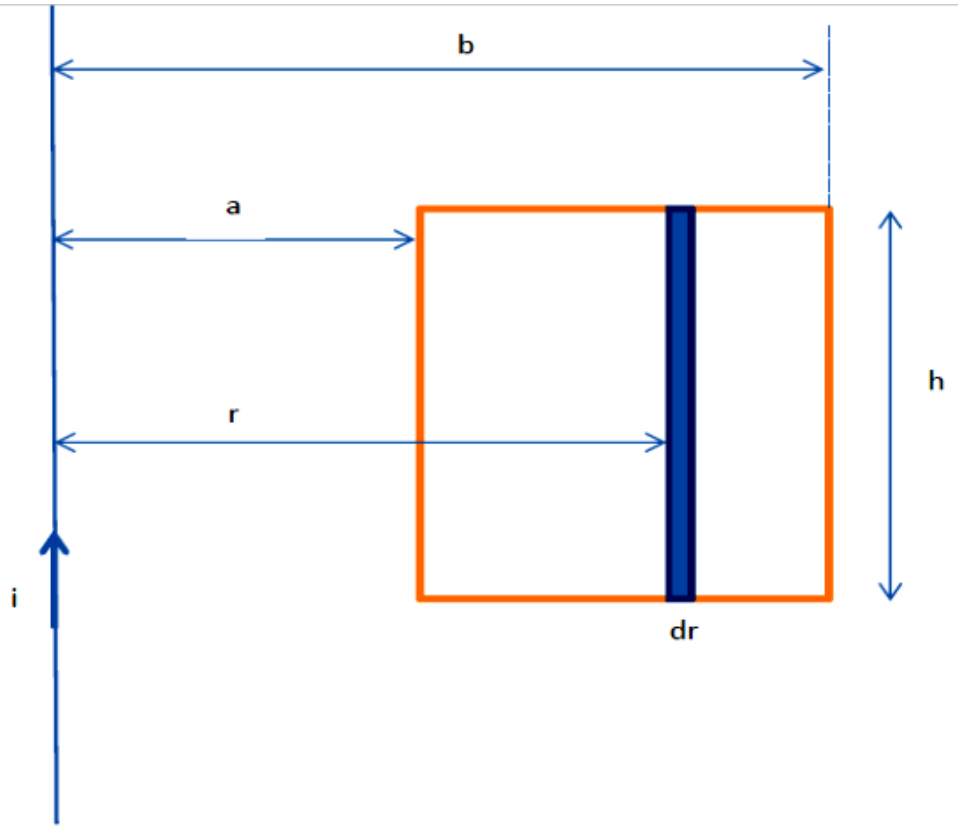
$$\varepsilon_2 = -M\frac{di_1}{dt} \rightarrow \therefore \varepsilon_2 = -128\pi\times10^{-5}\times0.8 = -3.2\times10^{-3}\ volt$$

مثال: في الشكل التالي الملف والسلك الطويل في مستوى واحد . ١- جد معامل الحث المتبادل بينهما.

٢- اذا كان عدد لفات الملف N=1000 ومقاومته R=10 Ω ، a=10cm ، b=50cm ، h=60cm

وكانت شدة التيار في السلك تتغير وفق العلاقة: $i = (3t^2 + 2t + 1)amp$

جد شدة التيار المحتث المتولد في الملف عندما تكون: ١- t= 0 ٢- t=0.5 sec



الحل :اولا: باستخدام المعادلة (6) :

$$M = \frac{N_2 \emptyset_{21}}{i_1} \qquad , \quad \emptyset_{21} = A_2 B_1 cos\theta \qquad , \quad \theta = 0$$

B_1 تمثل المجال المغناطيسي (الناتج عن السلك الطويل) في نقطة معينة تبعد مسافة r عن السلك، وهو يساوي حسب قانون بايوت – سافرت :

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r}$$

نفرض ان النقطة تقع في الملف وهي تبعد مسافة r عن السلك .

$$\therefore \; M = \frac{N_2}{i_1} \; A_2 \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r} = \frac{\mu_0 N_2}{2\pi r} \; A_2$$

اما مساحة الملف A_2 فلا يمكن تحديدها ، لذلك نأخذ شريحة من الملف عرضها dr وارتفاعها h ونكامل من الطرف a الى الطرف b . اي سوف نحسب جزء الحث المتبادل بين السلك وبين شريحة من الملف مساحتها (hdr) ،

أي ان :

$$\therefore dM = \frac{\mu_0 N_2}{2\pi r} \, dA_2 = \frac{\mu_0 N_2}{2\pi r} \, hdr$$

وبتكامل الطرفين ينتج:

$$\therefore M = \frac{\mu_0 N_2}{2\pi} \mathrm{h} \int_a^b \frac{\mathrm{dr}}{r} = \frac{\mu_0 N_2 \mathrm{h}}{2\pi} \ln r|_a^b = \frac{\mu_0 N_2 \mathrm{h}}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$\therefore M = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1000 \times 0.6}{2\pi} \ln \frac{0.5}{0.1} = 19 \times 10^{-5}\, h$$

ثانيا : لايجاد التيار المحتث ، نحسب اولا القوة الدافعة الكهربائية المحتثة:

$$\varepsilon_2 = -M \frac{di_1}{dt} = -19 \times 10^{-5} \frac{d}{dt}(3t^2 + 2t + 1)$$

$$\therefore \ \varepsilon_2 = -19 \times 10^{-5} (6t + 2)$$

At $\mathrm{t} = 0$ $\qquad \therefore \ \varepsilon_2 = -19 \times 10^{-5} (6 \times 0 + 2) = -38 \times 10^{-5}\, volt$

$$\therefore i = \frac{\varepsilon_2}{R} = \frac{-38 \times 10^{-5}}{10} = -3.8 \times 10^{-5} amp$$

At $\mathrm{t} = 0.5$ $\qquad \therefore \ \varepsilon_2 = -19 \times 10^{-5} (6 \times 0.5 + 2) = -95 \times 10^{-5}\, volt$

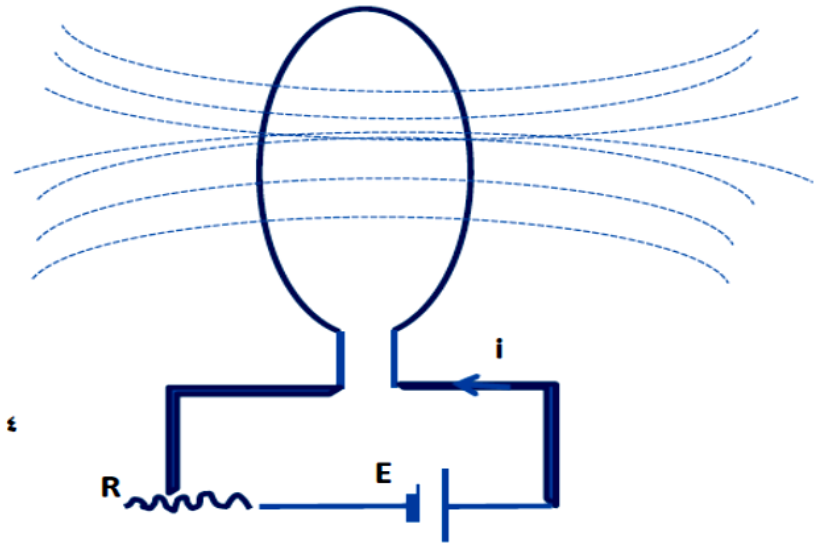
$$\therefore i = \frac{\varepsilon_2}{R} = \frac{-95 \times 10^{-5}}{10} = -9.5 \times 10^{-5} amp$$

الحث الذاتي:

ذكرنا في الفصل الرابع عند شرح قانون فاراداي انه تتولد قوة دافعة كهربائية في موصل او ملف اذا تغير الفيض المغناطيسي ، ولم نحدد في ذلك الوقت سبب معين بعينه لتغير الفيض . في هذا الفصل سنقتصر تغير الفيض المغناطيسي الناتج عن تغير التيار الكهربائي لان تغير التيار يؤدي الى تغير المجال المغناطيسي وبدوره يؤدي الى تغير الفيض وحسب العلاقة المعروفة $\emptyset = ABcos\theta$.

اذا مر تيار كهربائي في الملف المبين في الشكل التالي فانه يولد مجالا مغناطيسيا وبالتالي فيضا مغناطيسيا يخترق الملف نفسه. أي ان الفيض يعتمد على التيار ورياضيا تكتب :

$$\emptyset \propto i \quad \rightarrow \quad \therefore \quad \emptyset = Ki \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$



اذا ما غيرنا شدة التيار الكهربائي المار في الملف تغير نتيجة لذلك الفيض المغناطيسي المخترق له فتتولد في الملف قوة دافعة كهربائية حسب قانون فاراداي:

$$\varepsilon = -N\,\frac{d\emptyset}{dt} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

نعوض (1) في (2) ينتج:

$$\therefore \varepsilon = -N\,\frac{dKi}{dt} = -NK\frac{di}{dt} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

$$\therefore \varepsilon = -L\,\frac{di}{dt} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

L : هو الحث الذاتي للملف ويقاس بوحدات الهنري.

وبمساواة المعادلتين (2) و (4) نحصل على معادلة الحث الذاتي:

$$-L\,\frac{di}{dt} = -N\,\frac{d\emptyset}{dt} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$\therefore L = \frac{N\emptyset}{i} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

مثال : جد معامل الحث الذاتي لملف اسطواني طوله l وعدد لفاته N ومساحة مقطعه A ويمر فيه تيار شدته i .

الحل: باستخدام المعادلة :

$$L = \frac{N\emptyset}{i} \qquad , \emptyset = ABcos\theta \qquad , \ \theta = 0$$

اما B في مركز الملف الاسطواني فهي:

$$B = \mu_0 ni = \mu_0 i \frac{N}{l}$$

$$\therefore \ \emptyset = \mu_0 i \frac{N}{l} A$$

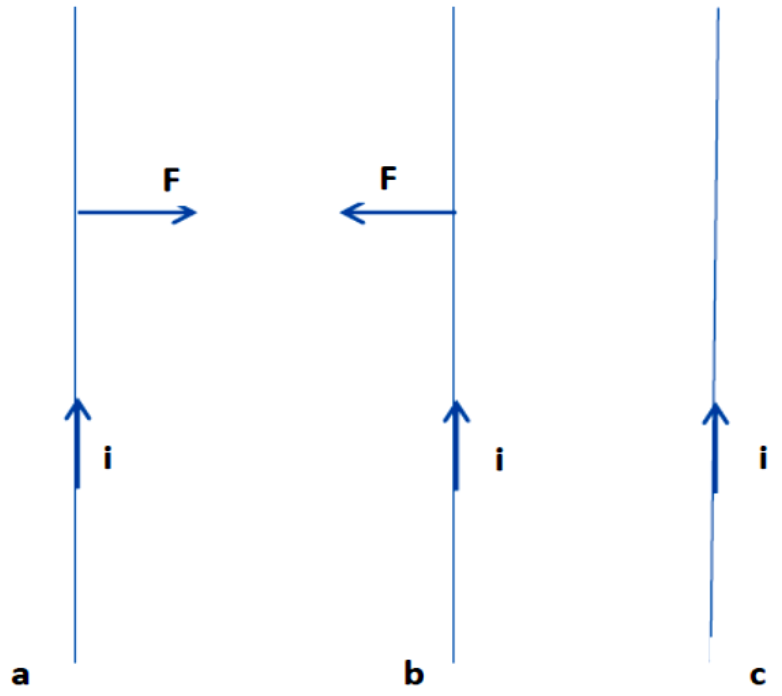
وبالتعويض في معادلة الحث الذاتي :

$$\therefore \ L = \frac{N}{i} \mu_0 i \frac{N}{l} A = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي:

من دراستنا السابقة وجدنا ان هناك طاقة مخزونة في وحدة الحجم من المجال الكهربائي ومقدارها($\frac{1}{2}\epsilon_\circ E^2$) ، كذلك هناك طاقة مخزونة في وحدة الحجم من المجال المغناطيسي.

اذا كان لدينا سلكين a و b يسري في كل منهما تيار ، بحيث يكون للتيارين نفس الاتجاه ، فان هناك قوة تجاذب بينهما كما في الشكل .



اذا اردنا سحب السلك b الى الموضع c لابد من بذل طاقة اثناء عملية السحب وهذه الطاقة تخزن في المجال المغناطيسي بحيث يمكن استعادة هذه الطاقة على شكل طاقة حركية لو ترك للسلك وهو في الموضع c حرية الحركة لتحرك وانجذب نحو السلك a . فالطاقة الحركية التي اكتسبها استمدها من الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي..

نفرض لدينا ملف معامل حثه الذاتي L وان التيار المار خلاله يتغير باستمرار ، اي ستتولد قوة دافعة كهربائية في الملف مقدارها :

$$\therefore \varepsilon = -L\,\frac{di}{dt} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

بما ان القدرة P تساوي : $P = \varepsilon i$

$$\therefore P = \left(-L\,\frac{di}{dt}\right) i = -L\,\frac{idi}{dt} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

بما ان الطاقة W تساوي: $W = \int p dt$

اذن الطاقة المزودة للملف حتى تبلغ شدة التيار الكهربائي المار خلاله I هي :

$$W = \int_0^I p dt = \int_0^I \left(-L\,\frac{idi}{dt}\right) dt \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

$$\therefore W = -\frac{1}{2}\,LI^2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

وهي الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي الناشئ عن مرور تيار كهربائي في ملف ، وهي باقية ما دام التيار مستمرا بنفس الشدة ، اما اذا حصل توقف او نقصان في التيار فان ذلك يؤدي الى توليد قوة دافعة كهربائية محتثة وكذلك تيار محتث يستمد طاقته من الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي.

كثافة الطاقة المغناطيسية:

وهي الطاقة المغناطيسية المخزونة في وحدة الحجم من مجال مغناطيسي .ويرمز لها بالرمز U اي ان

$$U = \frac{W}{V} \qquad ,V = Al \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

لايجاد W لملف اسطواني طوله l وعدد لفاته N ومساحة مقطعه A ويمر فيه تيار شدته i ،

بما ان معامل الحث الذاتي للملف هو

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

$$\therefore W = -\frac{1}{2} LI^2 = -\frac{1}{2} I^2 \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$\therefore W = -\frac{1}{2} A \frac{\mu_0 N^2 I^2}{l} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

بتعويض (3) في (1) ينتج :

$$\therefore U = -\frac{1}{2} A \frac{\mu_0 N^2 I^2}{l} \frac{1}{Al} == -\frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 I^2}{l^2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

بما ان المجال المغناطيسي B لملف اسطواني هو:

$$B = \mu_0 ni = \mu_0 i \frac{N}{l} \qquad \rightarrow \quad \therefore \left(\frac{Ni}{l}\right) = \frac{B}{\mu_0}$$

ومنها نحصل على :

$$\therefore U = -\frac{B^2}{2\mu_0}$$

وهي تصح لجميع المجالات المغناطيسية مهما كان مصدرها سواء كان ملف اسطواني او غيره . وتقاس بوحدات (J/m^3) .

مثال : ما مقدار الطاقة المغناطيسية المخزونة في جو غرفة ابعادها (5mx4mx3m) في منطقة الحث المغناطيسي الارضي فيها $6x10^{-5}$ T .

الحل: من المعادلة $U = \frac{W}{V}$ نحصل على $(W = UV)$

V= 5x4x3=60 m^3

$$U = -\frac{B^2}{2\mu_0} = -\frac{(6 \times 10^{-5})^2}{2 \times 4\pi \times 10^{-7}}$$

$$\therefore W = -\frac{(6 \times 10^{-5})^2}{2 \times 4\pi \times 10^{-7}}\ (60) = -\frac{0.36}{8 \times 3.14} = -0.086 \text{ Joule}$$

مثال : ما مقدار الطاقة المغناطيسية المخزونة في طول مقداره 20 cm ملف اسطواني مجوف طويل جدا مساحة مقطعه $30\ cm^2$ وعدد لفات المتر الواحد من طوله 2000 ويمر خلاله تيار كهربائي شدته 2 amp .

الحل: من المعادلة $U = \frac{W}{V}$ نحصل على $(W = UV)$

$$V = Al = 30 \times 10^{-4} \times 0.2 = 6 \times 10^{-4} m^3$$

$$U = -\frac{B^2}{2\mu_0} \qquad , \quad B = \mu_0 ni$$

$$\therefore U = -\frac{1}{2\mu_0}(\mu_0 ni)^2 = -\frac{\mu_0}{2}\ (ni)^2 = -\ \frac{4\pi \times 10^{-7} \times (2000)^2 \times 4}{2} = -3.2\pi\ \text{J/m}^3$$

$$\therefore W = (-3.2\pi)(6 \times 10^{-4}) = -19.2\pi \times 10^{-4}\ Joule$$

مثال : جد مقدار الطاقة المغناطيسية المخزونة في المجال المغناطيسي داخل ملف حلقي مجوف مقطعه مستطيل ارتفاعه h=6cm ونصف قطره الداخلي R_1=20cm والخارجي R_2=25cm وعدد لفاته 2000 ويمر خلاله تيار كهربائي شدته 8 amp .

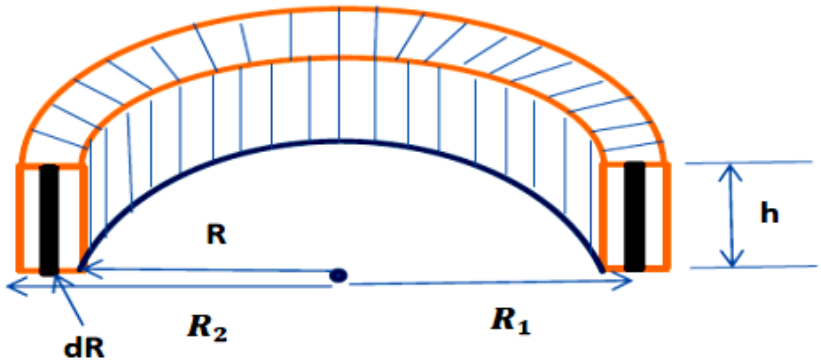
الحل: من المعادلة $U = \frac{W}{V}$ نحصل على $(W = UV)$

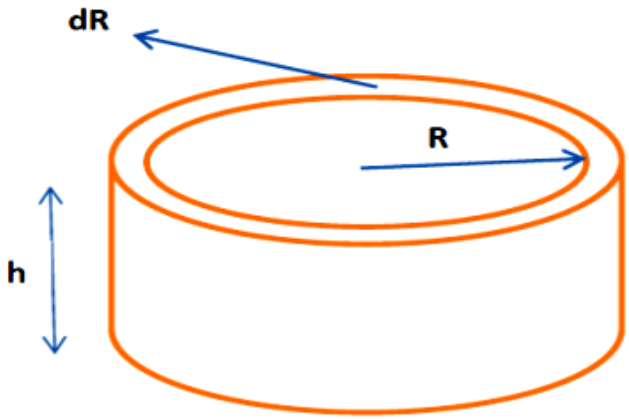
$$U = -\frac{B^2}{2\mu_0} \qquad , B_{\text{لملف حلقي}} = \frac{\mu_0 Ni}{2\pi R}$$

$$U = -\frac{1}{2\mu_0}\ (\frac{\mu_0 Ni}{2\pi R})^2$$

هنا المجال المغناطيسي B على بعد R من المركز. وهي كمية غير ثابتة تتناسب عكسيا مع R.

لحساب الطاقة المغناطيسية في الملف نبدأ بحساب جزء الطاقة المخزونة بجزء من حجم الملف .





من ملاحظة الشكل الثاني نجد ان:

$$V = Al = \pi R^2 h \qquad \rightarrow \therefore dV = 2\pi R\, dR\, h$$

$$\therefore dW = UdV = -\frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0 N i}{2\pi R}\right)^2 (2\pi R\, dR\, h)$$

$$\therefore dW = -\frac{\mu_0 N^2 i^2 h}{4\pi}\left(\frac{dR}{R}\right)$$

وبتكامل المعادلة الاخيرة ينتج:

$$\therefore W = -\frac{\mu_0 N^2 i^2 h}{4\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dR}{R} = -\frac{\mu_0 N^2 i^2 h}{4\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$\therefore W = -\frac{4\pi \times 10^{-7} \times (2000)^2 \times 8^2 \times 0.06}{4\pi}\ln\frac{25}{20} = 0.342 \text{ joule}$$

ربط المحاثات مع بعضها:

أولا:الربط على التوالي

تربط المحاثات او الملفات مع بعضها على التوالي وعلى التوازي كما هو الحال في المقاومات . فاذا ربطت ثلاث ملفات على التوالي بحيث يتغير التيار المار فيها مع الزمن لتولدت قوة دافعة كهربائية محتثة في كل ملف وان معامل الحث الذاتي المكافئ يساوي مجموع معاملات الحث الذاتي لها. ان القوة الدافعة الكهربائية المتولدة في الملفات هي :

$$\varepsilon_1 = -L_1 \frac{di}{dt} \quad , \quad \varepsilon_2 = -L_2 \frac{di}{dt} \quad , \quad \varepsilon_3 = -L_3 \frac{di}{dt}$$

من خصائص ربط التوالي ان التيار ثابت وان الفولتية الكلية هي مجموع الفولتيات الفرعية . اي ان

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

$$\therefore \ \varepsilon_{tot} = -L_1 \frac{di}{dt} + \left(-L_2 \frac{di}{dt}\right) + \left(-L_3 \frac{di}{dt}\right) = -(L_1 + L_2 + L_3) \frac{di}{dt}$$

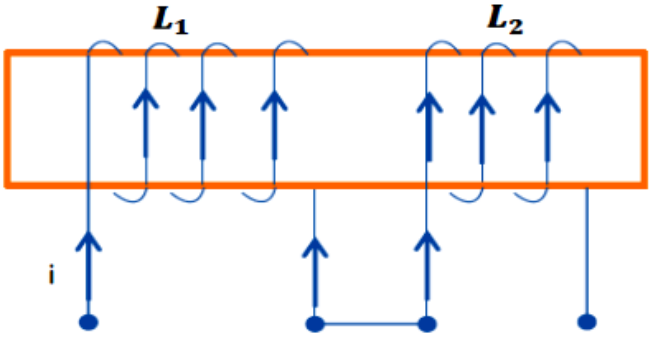
$$\therefore \ L_T = L_1 + L_2 + L_3$$

ان العلاقة الاخيرة لا تصح الا اذا كان الحث المتبادل بين الملفات معدوما . اما في حالة وجود حث متبادل بين الملفات فالعلاقة الاخيرة لا تصح اذ يجب ادخال الحث المتبادل M في المعادلات.

نفرض ان هناك ملفين مربوطين على التوالي وان التيار المار فيهما يتغير مع الزمن :

١- عندما يكون التياران باتجاه واحد:

في هذه الحالة فان لكل ملف معامل حث ذاتي وكذلك معامل حث متبادل مع الملف الاخر بحيث تتولد في كل ملف قوة دافعة كهربائية سببها الحث الذاتي ومقدارها ($\varepsilon_L = -L \frac{di}{dt}$) و قوة دافعة كهربائية سببها الحث المتبادل ومقدارها ($\varepsilon_M = -M \frac{di}{dt}$) وهاتان القوتان ستكونان باتجاه واحد في هذه الحالة.



القوة الكلية في الملف الاول ستكون مجموع القوتين :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_L + \varepsilon_M = -L_1 \frac{di}{dt} + \left(-M \frac{di}{dt}\right) = -(L_1 + M) \frac{di}{dt}$$

القوة الكلية في الملف الثاني :

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_L + \varepsilon_M = -L_2 \frac{di}{dt} + \left(-M \frac{di}{dt}\right) = -(L_2 + M) \frac{di}{dt}$$

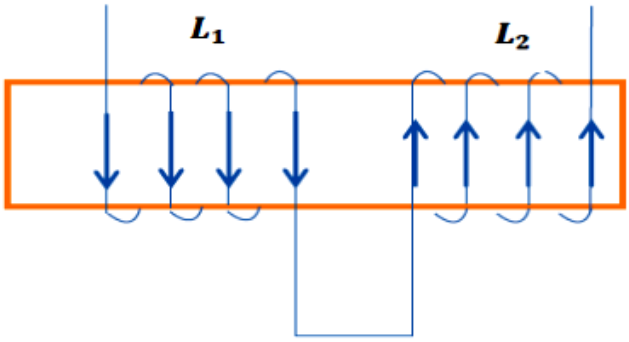
وعليه تكون القوة الدافعة المحتثة الكلية هي :

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = -(L_1 + M)\frac{di}{dt} + \left[-(L_2 + M)\frac{di}{dt}\right] = -(L_1 + L_2 + 2M) \frac{di}{dt}$$

$$\therefore \; L_T = L_1 + L_2 + 2M$$

٢- عندما يكون التياران باتجاهين متعاكسين:

في هذه الحالة فان لكل ملف معامل حث ذاتي وكذلك معامل حث متبادل مع الملف الاخر بحيث تتولد في كل ملف قوة دافعة كهربائية سببها الحث الذاتي ومقدارها ($\varepsilon_L = -L \frac{di}{dt}$) و قوة دافعة كهربائية سببها الحث المتبادل ومقدارها ($\varepsilon_M = -M \frac{di}{dt}$) وهاتان القوتان ستكونان باتجاهين متعاكسين في هذه الحالة.



محصلة القوة الكلية في الملف الاول ستكون حاصل طرح القوتين :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_L - \varepsilon_M = -L_1 \frac{di}{dt} - \left(-M \frac{di}{dt}\right) = -(L_1 - M) \frac{di}{dt}$$

القوة الكلية في الملف الثاني :

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_L - \varepsilon_M = -L_2 \frac{di}{dt} - \left(-M \frac{di}{dt}\right) = -(L_2 - M) \frac{di}{dt}$$

وعليه تكون القوة الدافعة المحتثة الكلية هي :

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = -(L_1 - M)\frac{di}{dt} + \left[-(L_2 - M)\frac{di}{dt}\right] = -(L_1 + L_2 - 2M) \frac{di}{dt}$$

$$\therefore \; L_T = L_1 + L_2 - 2M$$

ثانياً: الربط على التوازي

اذا ربطنا ثلاث ملفات على التوازي بحيث يتغير التيار المار فيها مع الزمن لتولدت قوة دافعة كهربائية محتثة في كل ملف حسب قانون فاراداي . ان القوة الدافعة الكهربائية المتولدة في الملفات هي :

$$\varepsilon_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} \rightarrow \therefore \frac{di_1}{dt} = \frac{-\varepsilon_1}{L_1}$$

$$\varepsilon_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} \rightarrow \therefore \frac{di_2}{dt} = \frac{-\varepsilon_2}{L_2}$$

$$\varepsilon_3 = -L_3 \frac{di_3}{dt} \rightarrow \therefore \frac{di_3}{dt} = \frac{-\varepsilon_3}{L_3}$$

من خصائص ربط التوازي ان الفولتية ثابتة وان التيار الكلي هو مجموع التيارات الفرعية . اي ان:

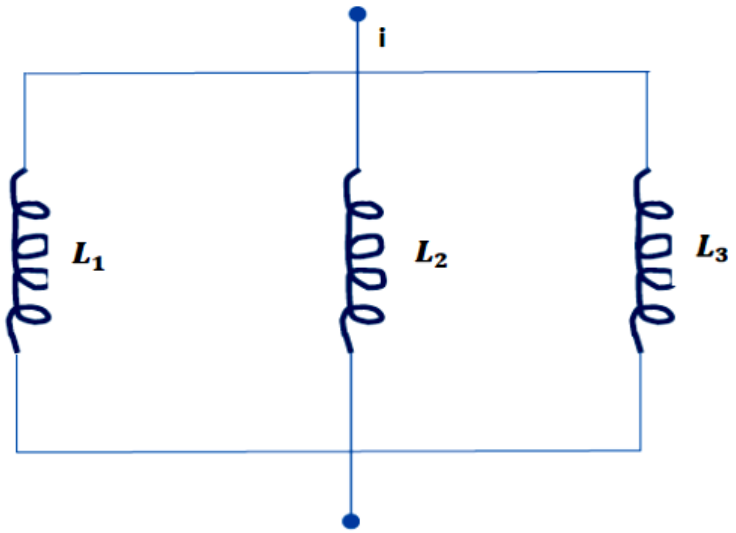
$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 \qquad , \qquad \frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \frac{di_3}{dt}$$

$$\therefore \frac{di}{dt} = \frac{-\varepsilon}{L_1} + \frac{-\varepsilon}{L_2} + \frac{-\varepsilon}{L_3} = -\varepsilon \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}\right)$$

$$\therefore \frac{di}{dt} = -\varepsilon \left(\frac{1}{L_T}\right)$$

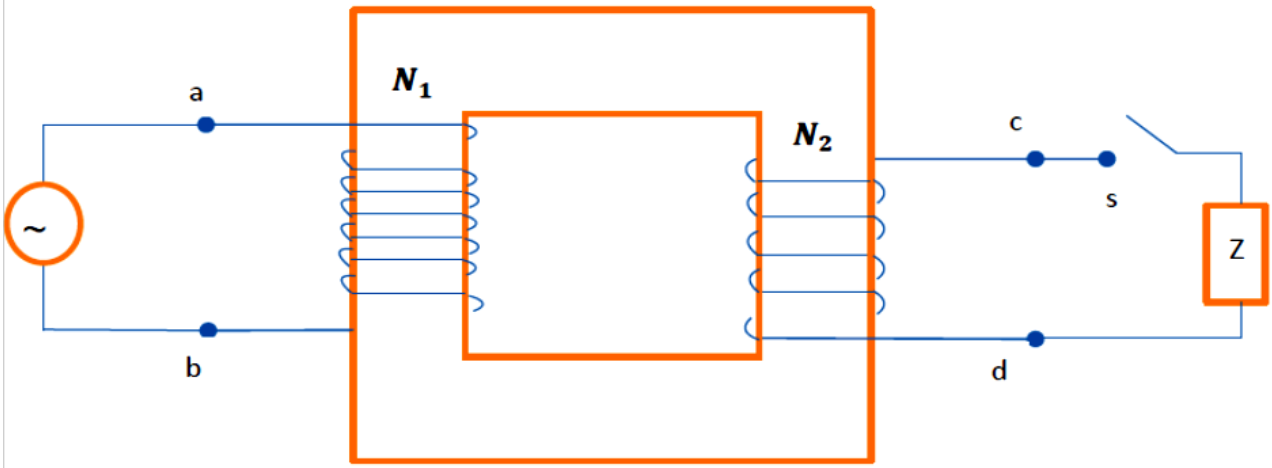
$$\therefore \frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$$

ان العلاقة الاخيرة لا تصح الا اذا كان الحث المتبادل بين الملفات معدوما .



المحولة الكهربائية:

تتألف المحولة الكهربائية كما في الشكل التالي من حافظة من الحديد المطاوع وملفين من الاسلاك الموصلة المعزولة عن بعضها والملفوفة على كل ضلع من اضلاع الحافظة، يدعى احدها بالملف الابتدائي وعدد لفاته N_1 ويتصل هذا بمصدر كهربائي متناوب ، ويدعى الاخر بالملف الثانوي وعدد لفاته N_2 وهو يربط الى الحمل Z المراد نقل القدرة اليه .



بما ان الملف الابتدائي مربوط الى تيار متناوب فان سيولد مجالا مغناطيسيا بحيث تخترق جميع خطوط هذا المجال الملف الثانوي اي ان هناك فيضا مغناطيسيا ناتجا عن الابتدائي يخترق الملف الثانوي وبالتالي ستتولد فيه قوة دافعة كهربائية محتثة تساوي :

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\emptyset_{21}}{dt} = V_2 \qquad \dots\dots\dots\dots(1)$$

$$\emptyset_{21} = A_2 B_1 cos\theta \quad , \quad B = \mu_0 ni = \mu_0 i \frac{N_1}{l} \quad , \quad \theta = 0 \qquad \dots\dots\dots..(2)$$

$$\therefore\ V_2 = -N_2 \frac{d}{dt}\left(A_2 \mu_0 i \frac{N_1}{l}\right) = -\frac{\mu_0 N_1 N_2 A_2}{l} \frac{di}{dt} \qquad \dots\dots\dots..(3)$$

V_2 : تمثل فرق الجهد بين النقطتين d و c .

عندما يمر تيار متناوب (متغير المقدار والاتجاه) في الملف الابتدائي فانه سيخترقه فيض مغناطيسي وتتولد ايضا قوة دافعة كهربائية محتثة فيه ومقدارها :

$$\therefore \varepsilon_1 = -L\frac{di}{dt} = V_1 \qquad \dots\dots\dots\dots(4)$$

$$L = \frac{N_1 \emptyset}{i} \qquad , \emptyset = ABcos\theta \qquad , \theta = 0 \qquad \dots\dots\dots(5)$$

$$B = \mu_0 ni = \mu_0 i\frac{N_1}{l}$$

$$\therefore L = \frac{N_1}{i}\mu_0 i\frac{N_1}{l}A = \frac{\mu_0 {N_1}^2 A}{l}$$

$$\therefore V_1 = -\frac{\mu_0 {N_1}^2 A}{l}\frac{di}{dt} \qquad \dots\dots\dots\dots(6)$$

V_1 : تمثل فرق الجهد بين النقطتين a و b .

وبقسمة المعادلة (3) على (6) ينتج :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \qquad \dots\dots\dots(7)$$

وهي معادلة المحولة الكهربائية .

للحصول على فولتية عالية نجعل $N_2>N_1$ وتدعى المحولة في هذه الحالة محولة رافعة ، اما اذا اريد الحصول على فولتية واطئة نجعل $N_2<N_1$ وتدعى المحولة في هذه الحالة محولة خافضة .