مثال/ اذا كانت لديك الدالة التالية

$Q=X_1X_2$

$C=X_1+5X_2+10 \qquad Q=125$

اوجد كمية X1X2التي تحقق اخفض كلفة انتاجية

$F=X_1+5X_2+10-ƛ(X_1X_2)$

$$\frac{df}{dx1} = 1 - ƛX2 = 0$$

$$\frac{df}{dx2} = 5 - ƛx1 = 0$$

$$ƛ = \frac{1}{x2}$$

$$ƛ = \frac{5}{x1}$$

$X1=5X_2$

$Q=X_1X_2$

$125=X_1X_2$

$125=5X_2X_2$

$125=5X_2^2$

$X^2_{2=}25$

$X_2=5$

$X_1=25$

مثال/ اوجد التوافق المطلوب من x_1 x_2 اذ اعطيت دالة الانتاج التالية

$Y=x_1^{0.75} x_2^{0.25}$ $Px_1=3$; $px_2=1$; $y=12$

يتحقق السلوك الامثل للمنتج والذي يحقق الكفاءة الاقتصادية بتحديد حجم الانتاج الذي يحقق احسن مستوى الانتاج من الدخل . ففي الاجل القصير يختلف حجم الانتاج الذي يحقق احسن مستوى من الدخل (كفاءة اقتصادية) اذ غالبا ما يكون حجم الناتج الذي يحقق ادنى مستوى من متوسط التكاليف اقل من حجم الناتج المتحقق للكفاءة الاقتصادية .

اما في الاجل الطويل فيتوافق حجم الناتج المحقق للكفاءة الاقتصادية مع حجم الناتج المحقق لأدنى متوسط كلفة وبذلك في الاجل الطويل لا يختلف هذان الحجمان من الناتج

دالة التكاليف في فترة الاجل الطويل:

كما عرفنا ان جميع الموارد في فترة الاجل الطويل تتحول الى موارد متغيرة فإذا عبرنا عن حجم المنشأة ب k حيث ان k كلما تزداد قيمتها تدل على كبر حجم المنشأة. ولهذا في فترة الاجل الطويل يختار مدير المنشأة الحجم المناسب الذي يحقق له اكبر ربح ممكن من خلال ذلك الحجم k الذي يفترض ان يعبر عن الحجم المثالي Optimim size ولهذا فإن شكل دالة الكلفة او دالة الانتاج تعتمد على ذلك الحجم

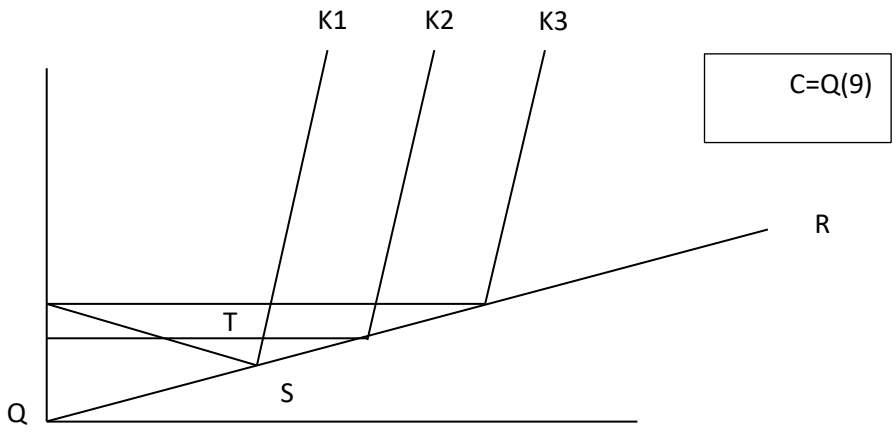
دالة انتاج $Q=F(X_1;X_2;K)$

دالة تكاليف $C=R_1X_1+R_2X_2+Q(K)$

دالة الممر التوسعي $0=g(x_1;x_2;k)$

ولهذا يمكن التعبير عن دالة الكلفة الكلية هي دالة لمستوى الانتاج وفي نفس الوقت لحجم المنشأة.

واذا عبرنا عن k ب k^0 بمعنى حجم المنشأة ثابت وهي قيمة خاصة مكافئة للكلفة الثابتة كما في المعادلة السابقة $c=q(g)+b$ فان الادارة تعمل بدالة تكاليف طويلة الاجل لتحقيق الحد الادنى من الكلفة عند اي مستوى من الانتاج اذا كانت لدى الادارة الجدية الكافية ان تستخدم حجم المنشأة المناسب وبالشكل التي ترغب .كما في الشكل التالي.



حيث يوضح الشكل اشكال من التكاليف الكلية وتطابق مع مختلف حجم المنشأة فيستطيع المنتج إنتاج على OR على الحجم الأول في النقطة S والحجم الثاني النقطة T والحجم الثالث النقطة u إلا أن النقطة S تقع على منحنى الكلفة طويلة الأجل OR . وبما أن منحنى الكلفة الكلية طويلة الأجل هي .....نقاط تحقق أخفض كلفة إنتاجية ممكنة ولهذا فإن منحنى الكلفة طويلة الأجل هو عبارة عن وعاء لمنحنيات دالة التكاليف قصيرة لاأجل وأن دالة الكلفة في المدى القصير الضمنية تحدد هذا الشكل :

Q=Q(g , K) + Q(K)

C=Q(g, K) –Q(K)

=Q(C , g , K)=0

وبما أن المشتقة الأولى لهذه الدالة على افتراض 0=K ∴ دالة الكلفة الكلية في فترة الأجل الطويل عند أي مستوى للإنتاج هو الإنتاج عند المستوى الذي يحقق أ×فض حلقة إنتاجية ممكنة وطالما $Ac = \frac{Tc}{g}$ فإن الحد الأدنى من ATC عند أي حجم من المنشأ يحقق لنا أخفض كلفة إنتاجية ممكنة ولهذا فإن AC في فترة الأجل الطويل ما هو إلا عبارة عن وعاء لكل منحنيات متوسط الكلفة الكلية في فترة الأجل القصير.

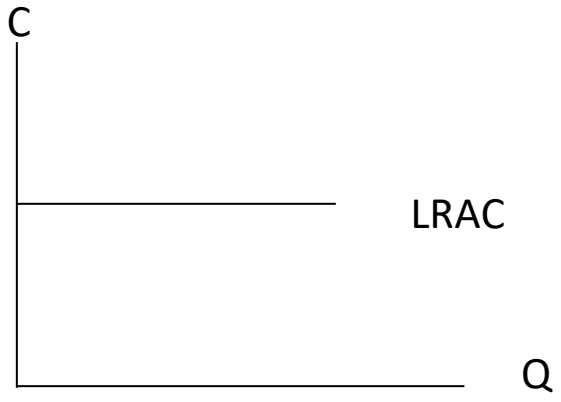
وبما أن NC في فترة الأجل القصير $= \frac{\Delta Trc}{\Delta g}$ إلا أن MC في فترة الأجل الطويل تساوي معدل المتغير في الكلية على افتراض أن جميع الكلف متغيرة .

يمكن للمنتج أن يحقق زيادة في الكفاءة الفنية في فترة الأجل القصير عن طريق التوسع العمودي في ما يحقق أهدافه ، إلا أنه غالباً ما يهدف إلى زيادة الكفاءة من خلال التوسع العمودي والأفقي وهذا يتم في فترة

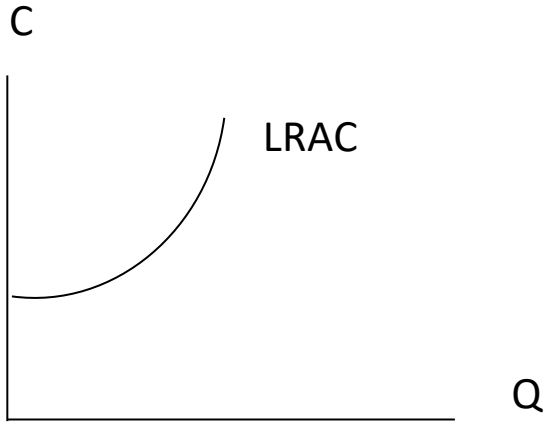
الأجل الطويل وفي هذه الفترة يكون قادر على تغير مدخلات الإنتاج الثابتة ومنها حجم المزرعة ولذا فإن فترة الأجل الطويل غالباً ما تسمى فترة التخطيط (planning period) إن تخطيط الإنتاج في الأجل الطويل يتضمن حساب كل إمكانيات الإنتاج وتقويمها التي يستطيع المنتج إنتاجها عندما تكون لديه المرنة في إعادة مزج كمية المدخلات المتاحة .

ويمكن أن تشتق جميع منحنيات التكاليف في الأجل الطويل من دالة الإنتاج وليس هناك اختلاف في المفاهيم والأساليب التحليلية لدوال التكاليف والإنتاج في الأجل القصير والطويل . ولكن بما أن جميع المتغيرات أصحبت متغيرة في الأجل الطويل فإن قانون القلة المتناقصة لا يعمل بعد حين ، ومن الناحية التطبيقية قد لا يأخذ منحنى متوسط التكاليف للمدى الطويل الشكل التقليدي للمنتجين حيث من الممكن أن تكون هناك أشكال بديلة توضح أنواع مختلفة من اقتصاديات الحجم أولا اقتصاديات كما يأتي :

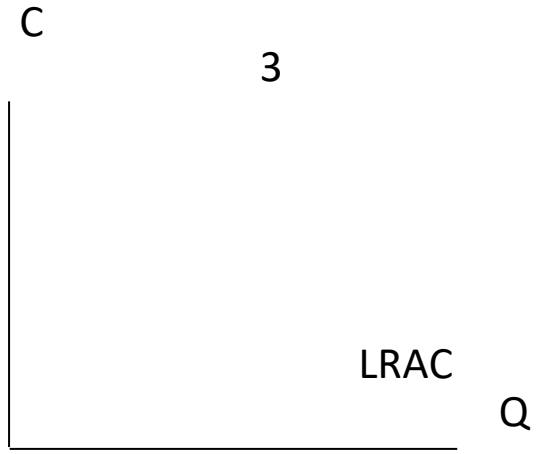
1



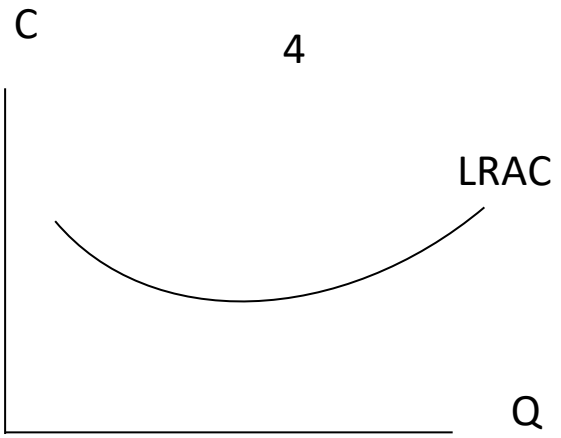
2



3



4



ففي الشكل 1 يكون متوسط التكاليف للمدى الطويل خطأ مستقيماً أي أنها تكون ثابتة لجميع الأحجام وتدعى مثل هذه الحالة بالعائد الثابت للحجم بينما في شكل 2 تمثل حالة أخرى هي زيادة متوسط الكلفة المدى الطويل بزيادة كمية الإنتاج مما يشير إلى وجود الوفورات في الحجم من جميع مستويات الإنتاج ، وبالشكل 3 عكس الحالة الثانية حيث بين أن هناك وفورات في الحجم عند كل مستويات الناتج ، ويمكن أن تكون حالة أخرى بينهما حيث تكون في البداية وفورات حجم .

إن ثابت أو زيادة أو انخفاض العائد للسعة يعتمد على زيادة أو انخفاض أو ثبات نسبة الموارد المستخدمة والمقصود بالسعة الاقتصادية هو عندما ينخفض متوسط الكلفة عند زياد كمية الإنتاج ، وهذا يحدث عندما تقع الكلفة بنسبة أقل مقارنة مع نسبة الزيادة في الانتاج .

لنفترض أن المؤسسة يزداد إنتاجها من Q إلى 2Q فإذا كانت الكلفة أقل من الضعف .

∴ $c(2a) < 2(2a)$ فإذا قسمنا طرفي العلاقة على 2Q

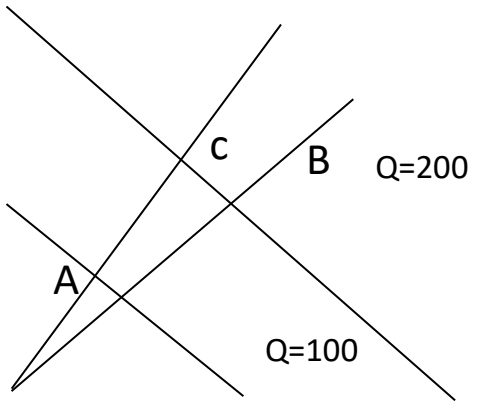
$$\frac{C(2a)}{2a} < c(\frac{Q}{a})$$

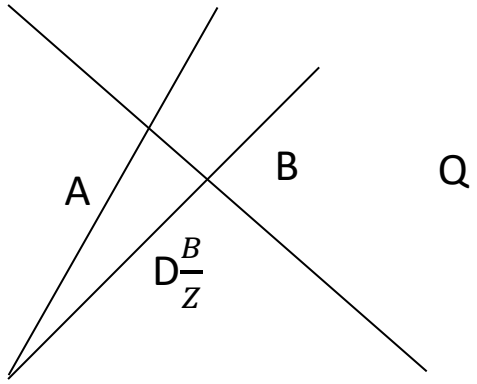
وهذا يعني متوسط الكلفة عند 2q أقل من عند كمية Q عندما تكون التكنولجيا المستخدمة في الإنتاج جيدة بالشكل الذي يساعد على إيجاد السعة الاقتصادية .

أما السعة غير الاقتصادية ترتفع أكثر من ارتفاع حجم الانتاج .

إن العلاقة بين العائد للسعة والعائد الاقتصادي عندما تكون أسعار الموارد لا تتغير مع التغير في كمية الانتاج وأن الزيادة في الانتاج تعود إلى العامل التكنولوجي .

كما يلاحظ في هذه الأشكال .





b) انخفاض العائد للسعة زيادة العائد للسعة (a

تفترض في البداية عند ارتفاع 100 وحدة من الناتج باستخدام توليف الموارد عند النقطة A بالشكل a ولنفرض أن المنشأة قررت مضاعفة الانتاج 2Q = 200 بزيادة عدد وحدات الموارد عند النقطة c بسبب زيادة العائد للسعة إلا أن النقطة التكاليف ، أقل من الضعف ولهذا عندما نستخدم الموارد يتطلب أن تكون الكلفة عند 2A ولهذا فإن التكاليف عند النقطة B هي أقل من التكاليف عند النقطة C.

فهذا يعني أن متوسط الكلفة عند انتاج 200 هي أقل من متوسط الكلفة عند إنتاج 100 وهذا هو مفهوم العائد الاقتصادي أما الشكل الآخر b هو انخفاض العائد للسعة ، ويفترض أن المؤسسة تبدأ بإنتاج 200 وحدة عند توليفة الموارد في نقطة B فإذا قررت قطع الانتاج إلى النصف فيكون انتاجها 100 وحدة ، وعليها خفض الموارد بنفس النسبة وهذا فيتطلب استخدام الموارد تلك النسبة عند النقطة D بسبب انخفاض العائد للسعة وعند النقطة D فإن المنشأة كمية أقل من النصف في المورد بالمقارنة مع B لهذا فإن التكاليف أقل من النصف عندما تكون التكاليف تقطع إلى النصف فهذا يتحقق عند النقطة $\frac{B}{2}$ وطالما يتحقق عند أخفض كلفة ممكنة فإن التكاليف عند نقطة A لإنتاج 100 وحدة هي أقل من الكلفة عن النقطة D.

وهذا يعني أن متوسط الكلفة لإنتاج 100 وحدة هي أقل من متوسط الكلفة عند إنتاج 200 وحدة وهذا مفهوم السعة غير الاقتصادية .

$C=0.04g^3-0.9g^2+(11-K)g+SK^2$

$$\frac{\sigma c}{\sigma k}=-g+10K$$

$K=0.1g$

$0.04g^3-0.9g^2+(11-0.1g)g+S(0.1g)^2$

$=0.4g3-0.9Sg2+11g$

فإذا كان $4=p$

$MC=p$

$$\frac{\sigma Tc}{\sigma q}=0.12g2-1.9g+11=4$$

$g=10$

$K=0.1g$ $k=$

فإذا كانت قيمة ، قيمة واحدة وخاصة فإن تلك الدالة تمثل دالة تكاليف في فترة الأجل القصير ، أما إذا كانت قيمة K لها عدة قيم ممكنة فإن تلك الدالة تمثل فترة الأجل الطويل ولهذا فإن دالة التكاليف في فترة الأجدل الطويل ماهي إلا عبارة عن مغلف يظم جميع دوال التكليف في فترة الأجل الفقير.

تتضمن دراسة علاقة حجم الانتاج بالتكاليف الكلية وذلك يتعدى دالة التكاليف الكلية ، ومنها يشتق منحنى متوسط التكاليف الكلية لتوضيح اقتصاديات الحجم ، تتضمن تقدير دالة متوسط الكلفة الكلية مدى الطويل مباشرة ومنها تحديد الحجم الأمثل للمنشأ .

اشتقاق دالة الكلفة الكلية للأجل الطويل باعتماد دوال الكلفة بالأجل القصير .

$SRTC=b1Q+b2Q^2+b3Q^3-buQA+bsA^2+ui$

A=حجم المزرعة

وبكتابة المعادة السابقة بشكلها الضمني /mp/icit farm إذ أن TC دالة ضمنية لـ Q ، A نحصل على :

$V=SRTS-\ b1Q+b2Q^2+b3Q^3-buQA+bsA^2+ui$

نأخذ المشتقة الأولى للدالة الضمنية بدلالة المساحة A ومساواتها بالصفر تحصل على :

$$\frac{\sigma V}{\sigma A}=buQ-2bsA$$

$$A=\frac{1}{2}\frac{bu}{b5}Q$$

إذ تم الحصول علىِ بدلالة Q

وبتعويض قيمة A في الدالة الأصلية نحصل على كلفة الأجل الطويل

$$LRTC=b1Q-b2Q2+b3Q3-buQ\left(\frac{bu}{2bs}Q\right)+bS(\frac{buQ}{2bs})^2+ui$$

$$=biQ-b2Q^2+b3Q^3-\frac{bu^2a^2}{2bs}+\frac{bsbu^2Q^2}{ubs^2}$$

$$=biQ-b2Q^2+b3Q^3-\frac{ba^2}{2bs}+\frac{bu^2Q^2}{ubs}$$

$$=biQ-b2Q^2+b3Q^3-\frac{1}{2}\frac{ba^2}{bs}+\frac{1}{4}\frac{bu^2Q^2}{ubs}$$

$$=bqQ-b2Q^2+b3Q^3-\frac{1}{4}\frac{bu^2}{bs}$$

وبجمع جدود Q^2 ينتج

$$=b1Q-(b2-\frac{1}{4}\frac{bu^2}{bS})\ Q^2+b3Q^3$$

فتكون الصيغة النهائية لدالة التكاليف الكلية في الأجل الطويل بالصورة التالية :

$$LRTC=\pi q-\pi 2Q^2+\pi 3Q^3 \text{ when the } = -(b2-\frac{1}{4}\frac{bu^2}{bs})$$

$$LRTC=b1Q-b2Q^2+b3Q^3$$

دالة التكاليف في الأجل الطويل

Q/ اشتق دالة تكاليف طويلة الأجل ، وجد الحجم الأمثل للإنتاج المدني للتكاليف . وكذلك أوجد الحساب المثلى

$$TC=289.98Q+3.38Q^2+0.001Q^3-6.92KQ+2.9K^2$$

عند كتابتها بشكل ضمني :

$$V=TC-289.98Q-3.38Q2-0.001Q^3+6.92KQ-2.9K^2$$

وبأخذ المشتقة الجزئية لها نسبة إلى K ومساواتها بالصفر:

$$\frac{\sigma V}{\sigma K}=6.92Q-5.91K=0$$

ومنها نحصل على K بدلالة Q

$$K=1.17Q$$

وبتعويض قيمة K بما يساويها في الدالة الأصلية ، نحصل على دالة التكاليف في الأجل الطويل :

$$TC=289.98Q-0.668Q^2+0.001Q^3$$

وهي دالة التكاليف في الأجل الطويل(معادلة المظروف) وفيها عبرنا عن التكاليف كدالة حجم الانتاج .

من أجل تحديد حجم الانتاج الأمثل الذي يدني التكاليف ، يجب

أولاً : اشتقاق دالة متوسطة الكلفة الكلية في الأجل الطويل :

$$LAC=\frac{LTC}{Q} = 289.98 - 0.668Q + 0.0017Q^2$$

وبتطبيق الشرط الضروري لتدنية التكاليف من خلال المشتقة الجزئية لها نشبة إلى Q وهي:

$$\frac{\sigma LTC}{Qa} = 0.668 + 0.0034Q = 0$$

Q=196.5 ten

ولتحديد الحجم الأمثل للسماحة الذي يحقق هذا المستوى من الانتاج نستخدم العلاقة *K , Q*

K=1.17Q

K=1.17(196.5)=

K=230.03 دونم

والحجم الأمثل للمزرعة أن مستوى الإنتاج الذي يكون عنده مستوط التكاليف الكية أقل ما يمكن هو ذلك الإنتاج الذي يحدد الحجم الأمثل للمشروع وعند هذا الحجم يتساوى *MC* مع *ATC* ، كما أن نصيب الوحدة من الإنتاج من متوسط التكاليف يكون لكل ما يمكن وعنده تكون كفاءة عوام انتاج أكبر ما يمكن .

مكافئ الدالة ومرونة الدالة

إن مكافئ الدالة *e* يظهر نسبة التغير في الانتاج كقيمة عندما تتغير جميع الموارد بنفس النسبة . إن معادلة مكافئ الدالة هي نسبة التغير في الانتاج $\frac{\Delta g}{g}$ عندما يتوسع جميعي الموارد بنسبة *N*

$$e = \frac{\Delta g/g}{g}$$

إذا كانت قيمة e = 1 فهذا يعني أن نسبة التغير في جميع الموارد مساوية إلى نسبة التغير في الانتاج ويطلق على ذلك ثبات العائد للسعة ، أما إذا كانت قيمته أقل من واحد فإن نسبة التغير في الإنتاج أقل من نسبة التغير في الموارد ويطلق على ذلك انخفاض العائد للسعة أما إذا كانت e > 1 فيحدث العكس ويطلق عليه زيادة الفائدة للسعة ، فإذا كان ت لدينا دالة الإنتاج g=f(X , y) وأن أي تغير في كمية X ولو بكمية قليلة = ΔX فإن الناتج يتغير $MpX\Delta X$ = (الناتج الحدي لـ X) (التغير في X) وكذلك أي تغير في y فإن الناتج يتغير بواسطة $Mpy\Delta y$ إن أي تغير في كل من X , y فإن كمية الإنتاج تتغير

$$\Delta y = MpX\Delta X + Mpy\Delta y$$

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{X}{g} MPX \frac{\Delta X}{X} + \frac{y}{g} MPy \frac{\Delta y}{y}$$

فإذا افترضنا أن كل من x , y تزداد بنفس النسبة N وأن

$$N = \frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta y}{y}$$

$$\therefore \frac{\Delta g}{g} = \left(Mp \frac{x}{g} + Mpy \frac{y}{g}\right) N$$

- إن لإيجاد مرونة الكلفة وإذ أخذنا المعادلة السابقة

$$e = \frac{\Delta g / g}{N} = Mpx \frac{x}{g} + Mpy \frac{y}{g}$$

فإذا افترضنا أن سعر الوحدة المورد px=x وسعر وحدة المرود py=y فإذا قسمنا الطرف الأول وضربنا نفس الطرف px والطرف الآخر py كما هو الحال في الجزء الأول

$$e = \frac{Mpx}{px} \frac{xpx}{g} + \frac{Mpy}{py} \frac{ypy}{g} \ldots . (1)$$

وبما أن العلاقة التالية

$$\frac{Mpx}{px} = \frac{Mpy}{py}$$

فإذا عوضنا هذه العلاقة بالمعادلة رقم 1

$$e = \frac{Mpx}{px} \left(\frac{xpx}{y} + \frac{ypy}{g}\right) \ldots (2)$$

$$\frac{Mpx}{px} \left(\frac{xpx + ypy}{g}\right)$$

وبما أن الكلفة $C = xpx + ypy$

وان Ac=C/g

فإذا عوضنا هذه العلاقة من معادلة رقم 2 نحصل على

$$e = \frac{Mpx}{Dx} AC \ldots . (3)$$

وبما أن $LMC = \frac{px}{Mpx}$

نعوضها في معادلة 3 $e = \frac{LAC}{LMC}$

العلاقة لمكافيء الدالة يساوي نسبة متوسطة الكلفة في فترة الأجل الطويل مقسوماً على الكلفة الحدية لفترة الأجل الطويل وبما أن مرونة الكلفة هي نسبة التغير في الكلفة نتيجة التغير النسبي في ذلك المستوى من الإنتاج فإن مرونة الكلفة .

$$K = \frac{\Delta c}{c} \div \frac{\Delta y}{g}$$

$$\frac{\Delta cg}{\Delta gc} = \frac{LMC}{LAC}$$

وبالرجوع للمثال السابق حيث الدالة

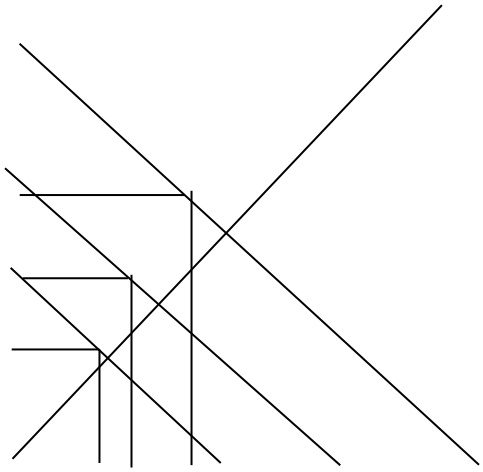
$Tc=289.9Q-0.6689^2+0.00179^3$

e=

K=

العلاقة بين تكاليف المدى القصير وتكاليف المدى الطويل

في المدى القصير short run يكون لدى المزارع مشروع محدد ثابت حيث يكون أحد أو كل العناصر التالية (الأرض ، المباني ، المكائن...) وعليه فإن المزارع لا يستطيع زيادة إنتاجه في المدى القصير إلا من خلال العوام المتغيرة كالأسمدة ، أو العمل المؤجر ...الخ في هذه الحالة يمكن التعبير عنها في الشكل التالي حيث حجم المشروع ثابت في المدى القصير عند X_z حيث ينتج y_z بأقل كلفة إذ يمكن استخراج الضرر of من المورد التغير X_1 بالإضافة إلى العنصر الثابت OX_z وحتى يمكن من إنتاج قدر آخر من y عليه أن يتغير من المورد X_1 فمثلاً إذا رغب بإنتاج y_3 عليه أن يستخدم OM من المورد المتغير بنما يبغى X_2 ثابت كما هو .



نجد أن توليفات الموارد في المدى القصير المتمثلة بالنقاط D , R , A تعد أكثر تكلفة من نضيرتها في المدى الطويل المتمثلة بالنقاط C , A , E على الممر التوسعي الأمثل للمشروع في المدى الطويل ولهذا فإن التكاليف في المدى الطويل . ولهذا فإن تكاليف المدى القصير عند النقاط.

أكبر من تكاليف المدى الطويل عند النقاط E , A , C غير أنهما يتساويان عند النقطة A وحيث أن التكاليف الكلية في المدى الطويل يبدأ من نقطة الأصل ، ويبقى منحنى التكاليف الكلية في الأجل القصير في مستوى أعلى من منحنى التكاليف في المدى الطويل حتى النقطة A حيث تم الحصول على مستوى إنتاج y_z بعد مستوى y_z غير أن التكاليف في المدى القصير تزداد بمعدل أسرع .

إن متوسطات التكاليف عند توليفات الموارد ABCD الموضحة في الشكل الأول عند النقاط ABCD بحيث مراعاة أن نقطة التماس بين المنحنيات SRTC مع منحني LRTC لا يجب بالضرورة تحدث عند أدنى نقطة على منحنى متوسط التكاليف في المدى القصير ، لأنه هذا التماس الذي يعني متساوي التكاليف

المتوسطة LRAC مع المدى القصير قد يحدث عندما يكون منحنى متوسط التكاليف المتوسطة في SRAC هابطاً أو عند النقطة الدنيا له أو عندما يكون صاعداً.

اقتصاديات الحجم ومرونات الكلفة

لديك دالة تكاليف إنتاج فستق الحقل في محافظة ديالى

$$TC = 1650.236Q - 83.763Q^2 + 4.841Q^3 - 59.574L_DQ + 18.916L_D^2 \ldots\ldots(2)$$

وعند كتابة الدالة المقدرة بشكلها الضمني نحصل على :

$$V = Tc - 1650.236Q + 83.763Q^2 - 4.841Q^3 + 59.574L_DQ$$
$$-18.916L_D^2 = 0$$

وبأخذ المشتقة الأولى لها بالنسبة للمساحة المزروعة (LD) ومساواتها بالصفر نحصل على :

$$\sigma v/\sigma L_D = 59.574Q - 37.832L_D = 0$$

$$L_D = 59.574Q/37.832$$

$$L_D = 1.57Q$$

وبتعويض قيمة (L_D) في المعادلة (2) وحلها بالنسبة للتكاليف الكلية كدالة لكمية الإنتاج نحصل على دالة التكاليف في الأجل الطويل الآتية :

$$LRTC = 1650.236Q - 83.763Q^2 + 4.841Q^3 - 59.574Q(1.57Q)$$
$$+18.916(1.57Q)^2$$

$$LRTC=1650.236Q-83.763Q^2+4.841Q^3-93.531Q^2$$

وبجمع حدود Q2 ينتج :

$$LRTC=1650.236Q-130.668Q^2+4.841Q^3$$

LRTC تمثل دالة الكلفة الكلية طويلة الأجل لمحصول فستق الحقل .

اقتصاديات الحجم :

وفقاً للنظرية الاقتصادية فإن مستويات الإنتاج الأقل من المستوى الأمثل تحقق نسب متزايدة من وفورات الحجم ، وعند بلوغها مستوى الإنتاج الأمثل تحقق ثبات الحجم . أما مستويات الإنتاج الأعلى

من المستوى الأمثل تحقق نسب متناقصة فيترتب عليها لاوفورات الحجم ويمكن حساب ذلك كمياً وفق الصيغة الآتية :

$$Economies = \frac{LRACm - LRACi}{LRACm - LRACo}$$

إذ إن:-

Eco = نسبة اقتصاديات (وفوزرات الحجم المتحققة).

LRACm=متوسط الكلفة الكلية للمدى الطويل عند أخفض مستوى إنتاج المتحقق .

LRACi= متوسط الكلفة الكلية للمدى الطويل عند مستوى الإنتاج i.

LRACo=متوسط الكلفة الكلية للمدى الطويل عند مستوى الإنتاج الأمثل .

أما مرونة الكلفة فقد حسبت من الصيغة الآتية :

$$Dlasticity = \frac{dLATC}{dQ} . \frac{Q}{LATC}$$

علماً بأن متوسط الكلفة الكلية المتوقعة عند أخفض مستوى إنتاج متحقق بلغ(1554.94) ألف دينار . أما متوسط الكلفة الكلية المتوقعة عند مستوى الإنتاج الأمثل فقد بلغ (768.49) ألف دينار . إذ إن اقتصاديات الحجم تأخذ بالتزايد كلما تناقص منحني متوسط الكلفة الكلية إلى أن تصل اقتصاديات الحجم (100%) وهي مرحلة (ثبات الغلة) عند الحجم الأمثل للإنتاج وفي هذه المرحلة تكون (مرحلة تزايد الغلة) التي ينخفض فيها منحني متوسط الكلفة الكلية كلما توسع حجم المزرعة التي تحقق نسباً متزايدة من وفورات السعة (Economies of scale) ، وتحدث وفورات السعة لعاملين أحدهما التوسع في التخصص وتقسيم العمل المزرعي والعامل الآخر هو زيادة إمكانية استخدام الأساليب الحديث في الإنتاج الزراعي ، وتؤدي إلى خفض متوسط تكاليف الوحدة من الناتج المحصولي ، ولكن عند الاستمرار بزيادة حجم المزرعة تظهر لاوفورات

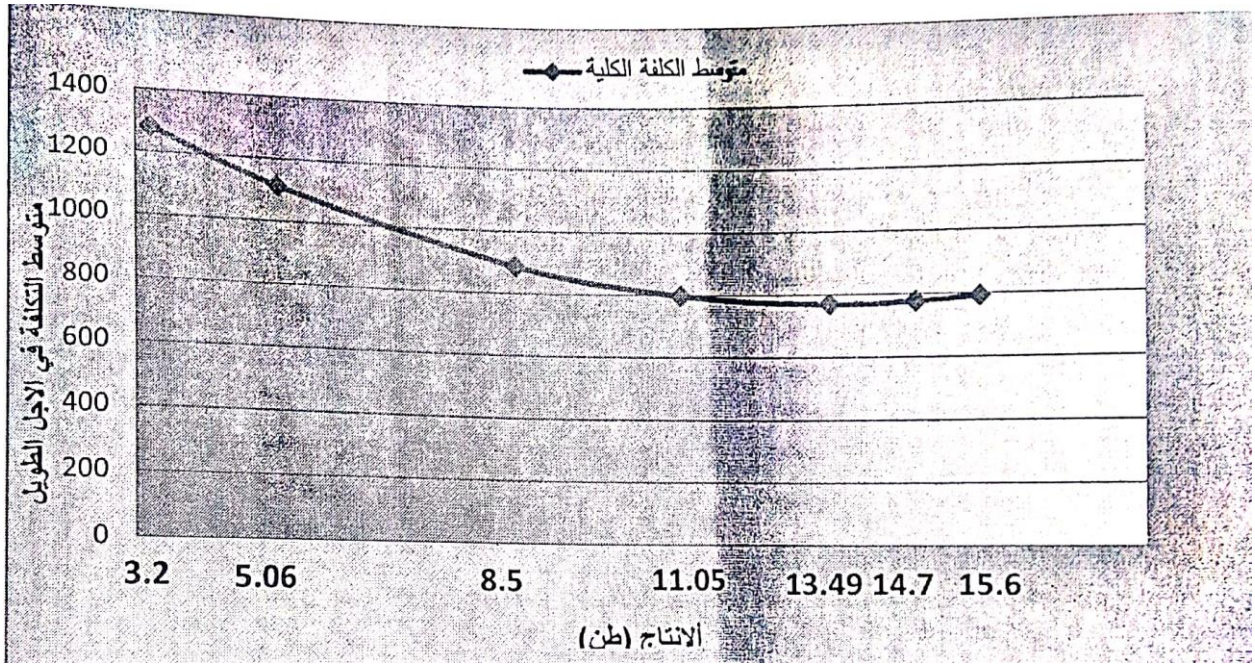
السعة (Diseconomies of scale) التي تحدث نتيجة لإقامة سعات إنتاجية أكبر من تلك التي يتحقق معها مزايا الانتاج الكبير ومن ثم سيترتب عليه انخفاض كفاءة الأداء المزرعي بعدها تواجه المزرعة بعض الصعوبات في الإدارة المزرعية ويصعب معها ربط الموارد الاقتصادية الزراعية التي يتحقق معها الكفاءة الاقتصادية ، ومن ثم ستؤدي إلى ارتفاع منحني متوسط الكلفة الكلية بعد الحجم الأمثل للإنتاج ، وتسمى (مرحلة تناقص الغلة).

وأظهرت أن مرونة دالة الكلفة تأخذ إشارة سالبة عند مستويات الإنتاج التي تقل عن الحجم الأمثل ، مشيرة بذلك إلى العلاقة العكسية بين الناتج ومتوسط الكلفة . وهذا يعني أن متوسط الكلفة الكلية يتناقص مع ازدياد الحجم . في حين تأخذ مرونات دالة الكلفة الإشارة الموجبة عند مستويات الانتاج التي تزيد على المستوى الأمثل ، معززة بذلك العلاقة الطردية بين الناتج ومتوسط الكلفة لمستويات الانتاج التي تفوق الحجم الأمثل . أي أن متسوط الكلفة الكلية يزداد بازدياد حجم الناتج الذي يفوق الحجم الأمثل .

ويتضح ايضاً من الجدول ( ) أن متوسط الكلفة الكلية قبل الوصول إلى الحجم الأمثل يتناقص بازدياد حجم الناتج ، ففي حين بلغ متسوط الكلفة الكلية (1279.87) ألف دينار عند مستوى إنتاج (3.218) طناً ، ويستمر متسوط الكلفة الكلية بالتناقص حتى يصل إلى أدنى مستوى له والبالغ (768.49) ألف دينار عند مستوى الانتاج الأمثل (13.49) طن . وبعد مستوى الانتاج الأمثل يبدأ متسوط الكلفة الكلية بالارتفاع كلما ازداد حجم الناتج لتصبح (791.28) ألف دينار عند مستوى الانتاج (15.666) طن، ثم يستمر بالارتفاع عند الاستمرار في التوسع بالإنتاج كما موضح بالشكل ( ) .

وأظهر معامل الدالة بأن قيمة موجبة أكبر من الواحد الصحيح لمستويات الانتاج الأقل من الحجم الأمثل ، إذ تزداد قيمته بزيادة حجم الانتاج أي أن معدل الزيادة في حجم الانتاج يفوق معدل الزيادة في التكاليف التي تظهر المرحلة الأولى من مراحل الانتاج (مرحلة الغلة المتزايدة). ومن خلال معرفة الكلفة الحدية نستدل بها على اقتصاديات الحجم المتحققة ففي منطقة الوفورات تكون دالة الكلفة الحدية أسفل دالة متوسطة الكلفة الكلية وعندما يتقاطع منحنيا الكلفتين(الحدية والمتوسطة) يتحقق الحجم الأمثل للإنتاج ، وتتساوى فيه قيمية متوسطة الكلفة الكلية مع الكلفة الحدية . وبعد هذا الحجم يكون منحني الكلفة الحدية أعلى من منحني متوسط الكلفة الكلية محققاً بذلك منطقة لاوفروات سعة . وبذلك تتحقق وفورات حجم 100% عندما يتساوى منحني الكلفة الحدية مع منحني متوسط الكلفة الكلية أي عند الحجم الأمثل للإنتاج يوكون كل من معامل الدالة مساوياً للواحد الصحيح ومرونة دالة الكلفة مساوية إما نسبة اقتصاديات الحجم المتحققة فكانت تزداد

بازدياد حجم الانتاج وتصل اقصى قيمة لها عند الحجم الأمثل للإنتاج (100%) ، ولكن بزيادة حجم الانتاج عن الحجم الأمثل تبدأ نسبة اقتصاديات الحجم بالتناقص بنسب متزايدة.

جدول( ): نسبة اقتصاديات الحجم المتحققة ومرونة ومعامل الدالة عند مستى الإنتاج المتحقق لفئات الحجم المختلفة لمزارعي محصول فسبق الحق

الفئات المزرعية (دونم)	عدد المزارع	نسبة المساهمة %	مستوى الإنتاج المتحقق (طن/دونم)	متوسط المتوقع الانتاج (ألف دينار)	الكفة الحدية المتوقعة عند مستوى الانتاج المتحقق (الف دينار)	معامل الدالة	مرونة دالة متوسطة الكلفة	عوائد السعة	نسبة اقتصاديات الحجم المتحققة %
5-1	16	16	3.218	1279.87	595.65	1.33	-0.25	Economies	35
10-6	29	29	5.060	1113	699.71	1.59	-0.37	Economies	56
15-11	12	12	8.561	336.38	477.33	1.85	-0.46	Economies	85
20-16	17	17	11.058	797.26	536.24	1.48	-0.32	Economies	96
25-21	17	17	13.496	763.49	768.49	1.00	0	Economies	100
30-26	6	6	14.75	776.1	955.19	0.81	0.23	Economies	99
أكثرمن30	3	3	15.666	791.28	1120.43	0.71	0.41	Economies	97