

التمدد الزمني

وصف حدث في النسبية

قبل البدء في مناقشة النتائج المترتبة عن النظرية النسبية الخاصة، يجب ان نوضح بعض المفاهيم الاساسية لكيفية قيام شخص (سنطلق عليه مراقب) برصد حدث ما في الفراغ.

المراقب هو شخص يمتلك آلات علمية دقيقة ليقوم برصد الحدث. وتحديد ابعاده المكانية Δx وابعاده الزمنية Δt .

الحدث هو أي شيء تحت الدراسة من قبل المراقب وللحدث بداية ونهاية. مثل سقوط كرة الى الارض، فبداية الحدث هو بدأ سقوط الكرة ونهاية الحدث هو وصول الكرة إلى الأرض. محاور الاسناد وهي الاحداثيات المعروفة (x,y,z) التي تحدد موقع الحدث بالنسبة للمراقب، ولكل مراقب محاور اسناد خاصة به.

فمثلا وانت جالس في الغرفة الآن فإنك تستخدم احد اركان الغرفة لتجعلها محاور اسناد لك تستخدمها في وصف الاحداث وتحديد موقعها. اما اذا كنت في سيارة تسير بسرعة v فإن محاور اسنادك تكون ثابتة بالنسبة لحدث ما في السيارة لأن بداية الحدث ونهايته لم تغير من الأبعاد المكانية، أما بالنسبة لشخص خارج السيارة فإن الحدث داخل السيارة يعتبر متحرك بالنسبة له لأن بداية الحدث ونهايته كانتا في مكانين مختلفين بالنسبة لذلك المراقب.

مثال

لنخذ على سبيل المثال حدث يتمثل في انفجار قنبلة على مكان ما على سطح الأرض هذا الحدث له ابعاد مكانية وابعاد زمنية تحدد بواسطة المراقب الذي يقوم برصد ذلك الحدث. لنفرض أن هنالك مراقبين كان احدهما ثابت والآخر متحرك بسرعة v بالنسبة للحدث. كلا المراقبين يمتلك آلات دقيقة لا تخطئ لرصد الحدث وذلك لتحديد الابعاد المكانية والزمنية للحدث. المراقب الثابت قام برصد الابعاد المكانية والزمنية للحدث لتحديد بداية الحدث (انفجار القنبلة) وتحديد نهاية الحدث (نهاية الانفجار). وبما أن هذا المراقب كان ثابتاً بالنسبة للحدث فإنه يقيس التغير في الابعاد المكانية على انها صفر لأنه لم يتحرك خلال الحدث اما بالنسبة للابعاد الزمنية فإنه يقيسها على أنها Δt وهي الفترة الزمنية التي استغرقها الحدث. أما بالنسبة للمراقب المتحرك فكانت احداثياته (ابعاده) المكانية بالنسبة للحدث متغيرة بمقدار Δx وكذلك يقيس الابعاد الزمنية على أنها Δt .

في المثال السابق قام مراقبين برصد الحدث (انفجار القنبلة) وكانت النتيجة أن كل منهما حدد الفترة الزمنية للحدث. فكانت للمراقب الثابت Δt وللمراقب المتحرك Δt وفي حياتنا العادية تكون الفترة الزمنية المقاسة للحدث متساوية لكافة المراقبين، ولا يكون هناك فرق بين قياسات زمن الحدث عند المراقب الثابت أو عند المراقب المتحرك.

ولكن هذا لا يتفق مع أينشتاين ولا نظريته النسبية حيث أنه يثبت أن الزمنيين المقاسين بواسطة المراقب الثابت والمتحرك يختلف وأن المراقب المتحرك يقيس زمن الحدث أكبر من المراقب الثابت، ولذلك يعتبر المراقب الثابت ان ساعات المراقب المتحرك تؤخر ولهذا اطلق عليها أينشتاين التأخير الزمني Time dilation.

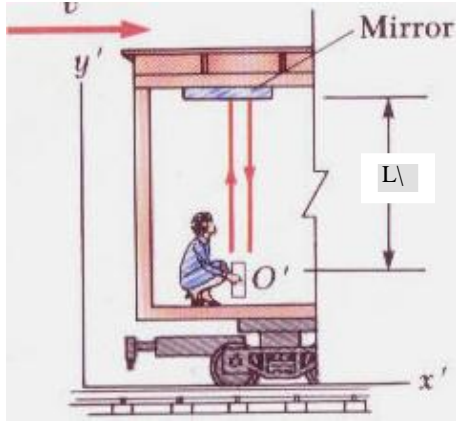
نسبية الزمن (التمدد الزمني)

لتوضيح المقصود بالتأخير الزمني نستخدم التجربة التي استخدمها أينشتاين لتوضيح الفكرة حيث أعتبر وجود نبضة ضوئية تنطلق من ارضية قطار يتحرك بسرعة v إلى لتسقط على مرآة مثبتة في سقف القطار على ارتفاع وتنعكس لتعود على ارضية القطار.

بداية الحدث هو انطلاق النبضة الضوئية من ارضية القطار.
نهاية الحدث هو عودة النبضة الضوئية إلى ارضية القطار بعد انعكاسها على سطح المرآة.

افترض وجود مراقبين أحدهما داخل القطار O' وهو الثابت بالنسبة للحدث والآخر خارج القطار O وهو المتحرك بالنسبة للحدث.

قياسات المراقب الثابت O' :

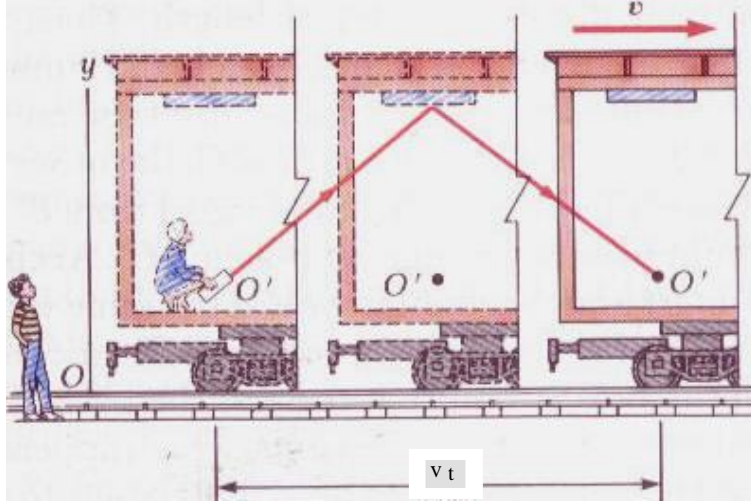


المراقب O' سوف يقيس الزمن اللازم للحدث على أنه المسافة المقطوعة مقسوما على سرعة الضوء. لاحظ هنا ان المراقب O' ثابت بالنسبة للحدث وذلك الإحداثيات المكانية له لم تتغير بين بداية الحدث ونهايته كما هو موضح في الشكل المقابل.

المسافة المقطوعة هي ضعف ارتفاع السقف ($2L'$) وتكون الفترة الزمنية للحدث بالنسبة للمراقب O' على النحو التالي: الزمن = المسافة \ السرعة أي ان:

$$t' = \frac{2L'}{C} \quad \text{-----(1)}$$

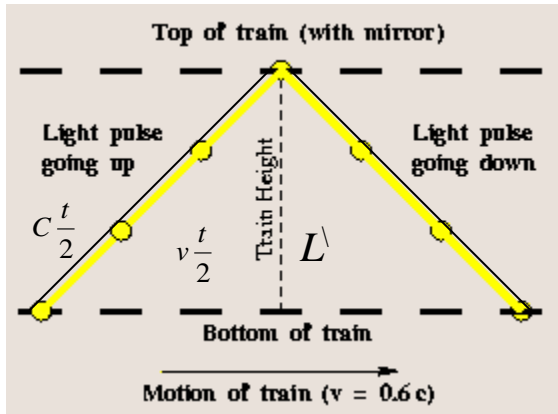
قياسات المراقب المتحرك O :



المراقب O يجري قياساته ولكن هو متحرك بالنسبة للحدث (أو أن الحدث متحرك بالنسبة له) حيث أن بداية الحدث ونهايته تحدثان في مكانين مختلفين بالنسبة للمراقب O كما في الشكل. فخلال الفترة الزمنية التي استغرقها الحدث يكون القطار قد تحرك إلى اليمين مسافة vt . حيث t زمن الحدث الذي يقيسه المراقب O. يوضح الشكل المقابل مسار النبضة الضوئية بالنسبة للمراقب O. وهنا يكون مسار النبضة الضوئية أطول من مسارها بالنسبة للمراقب O'.

من الفرضية الثانية للنظرية النسبية تكون سرعة النبضة الضوئية ثابتة بالنسبة للمراقبين وتساوي سرعة الضوء c . وحيث أن المسار الذي يسلكه الضوء بالنسبة للمراقب O أطول من المسار للمراقب O' فإن الزمن الذي يقيسه O يكون أكبر من الزمن الذي يقيسه O'.

العلاقة الرياضية بين قياسات المراقب O' والمراقب O :



لنعتبر أن الخط الأسود يحدد مسار الضوء كما يرصده المراقب O' والخط الأسود المتقطع هو المسار الذي يرصده المراقب O. لكي يقطع الضوء المسافة من أرضية القطار إلى المرآة في سقف القطار يستغرق نصف الزمن الكلي أي $(t/2)$. من المثلث الأيسر يمكن تطبيق نظرية فيثاغورس وباعتبار L' هو ارتفاع سقف القطار على النحو التالي:

$$\left(\frac{ct}{2}\right)^2 = \left(\frac{vt}{2}\right)^2 + L'^2$$

ونحل المعادلة لإيجاد الفترة الزمنية t

$$\Rightarrow \frac{c^2 t^2}{4} = \frac{v^2 t^2}{4} + L'^2$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \frac{c^2 t^2}{4} - \frac{v^2 t^2}{4} = L^2 \Rightarrow \frac{t^2}{4} (c^2 - v^2) = L^2 \\
&\Rightarrow t^2 (c^2 - v^2) = 4L^2 \Rightarrow t^2 = \frac{4L^2}{(c^2 - v^2)} \\
&\Rightarrow t^2 = \frac{(2L)^2}{c^2 (1 - v^2/c^2)} \Rightarrow t^2 = \frac{(2L)^2/c^2}{(1 - v^2/c^2)} \\
&\Rightarrow t = \frac{2L/c}{\sqrt{(1 - v^2/c^2)}} \quad \text{----- (2)}
\end{aligned}$$

$$t' = \frac{2L}{C} \quad \text{ومن المعادلة (1)}$$

نحصل على العلاقة الرياضية بين القياسات الزمنية لكل مراقب.

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \cdot t' \quad \text{----- (3)}$$

حيث ان : $1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$

وتمثل المعادلة رقم (3) معادلة تمدد الزمن حسب النظرية النسبية لآينشتاين

ملاحظات

(1) حيث أن السرعة التي يسير بها القطار لا يمكن ان تصل إلى سرعة الضوء لذا يكون المقدار γ اكبر من الواحد : $1 < \gamma$

ولهذا تكون القياسات الزمنية لمراقب O أكبر من O' : $t' < t$

(2) في حالة السرعات العادية مثل سرعة سيارة او سرعة طائرة أو سرعة صاروخ فإن هذه السرعة تعتبر صغيرة جداً بالمقارنة بسرعة الضوء أي $v \gg c$ وهذا يجعل المقام في المعادلة رقم {3} يساوي 1 وتكون هنا القياسات لكلا المراقبين متساوية، بمعنى آخر أن التأخير الزمني لا يمكن قياسه إلا في حالة السرعات التي تقارن بسرعة الضوء.

(3) نستنتج أن في حالة السرعات الكبيرة تكون ساعات المراقب المتحرك بالنسبة للحدث تقيس زمن أطول من ساعات المراقب الثابت بالنسبة للحدث.

(4) سوف نعتبر الزمن الحقيقي proper time لحدث ما هو الزمن الذي يقيسه المراقب الثابت بالنسبة للحدث.

معضلة التوائم :

مثال/ التوأم A يقف في مركبة فضائية عن عمر 20 سنة ليسافر بسرعة ($v = 0.99 c$) في الفضاء بالنسبة لتوأمه الآخر B والباقي على الأرض . فإذا عاد المسافر بعد 10 سنوات فكم سيكون عمر كل منهما ؟

الحل / من المعادلة رقم (3) فان:

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \Rightarrow \frac{t}{t'} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \Rightarrow \frac{t}{t'} = \frac{1}{\sqrt{1-0.99^2 c^2/c^2}}$$
$$\Rightarrow \frac{t}{t'} = \frac{1}{\sqrt{1-0.99^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0.98}} = \frac{1}{\sqrt{0.02}} = \frac{1}{0.14} = 7$$

وبما ان حساب العشر سنوات هي من التوأم A الموجود في السفينة اذن سيكون عمر التوأم B على الارض زاد بمقدار ($7 \times 10 = 70$) سنة أي سيكون
عمر التوأم A = $10 + 20 = 30$ سنة
عمر التوأم B = $70 + 20 = 90$ سنة