تحويلات لورنس :

لنفترض اننا في مرجع s نرى حدثا يقع في اللحظة t عند النقطة x , y ,z ..... ومشاهد اخر في المرجع $s^{\backslash}$ يتحرك بسرعة ثابتة مقدارها v بالنسبة ل s ، يرى نفس الحدث في اللحظة $t^{\backslash}$ والنقطة $x^{\backslash}, y^{\backslash}, z^{\backslash}$.

وبعد الاشتقاق نجد ان العلاقة التي تربط بين ($x^{\backslash}, y^{\backslash}, z^{\backslash}, t^{\backslash}$) و(x , y , z , t) هي :

$$x^{\backslash} = \frac{x + vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y^{\backslash} = y$$

$$z^{\backslash} = z$$

$$t^{\backslash} = \frac{t + \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

هذه التحويلات تسمى تحويلات لورنس

مقلوب تحويلات لورنس :

ولايجاد العلاقات التي تربط بين القياسات المأخوذة في المرجع s بدلالة القياسات في $s^{\backslash}$ نحصل بعد الاشتقاق على مايسمى **مقلوب تحويلات لورنس الآتية :**

$$x = \frac{x^{\backslash} + vt^{\backslash}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y = y^{\backslash}$$

$$z = z^{\backslash}$$

$$t = \frac{t^{\backslash} + \frac{vx^{\backslash}}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

جمع السرع :

احدى فرضيات النسبية الخاصة تنص على ان سرعة الضوء c في الفراغ تاخذ نفس القيمة بالنسبة لجميع المراجع ، من غير ان تعتمد على سرع المراجع النسبية . ومن ناحية اخرى تشير توقعاتنا الحدسية الى ان كرة تقذف بسرعة (20 m/s الى الامام) من سيارة متحركة بسرعة (50 m/s الى الامام) تكون سرعتها بالنسبة للارض (70 m/s) أي انها تساوي مجموع السرعتين . وحسب هذا التقدير ، اذا كانت سرعة شعاع ضوئي باتجاه حركة المرجع s' ، والمتحرك بسرعة v بالنسبة لمرجع ثاني s ، هي c فان سرعة الشعاع بالنسبة للمرجع s يجب ان تساوي $c + v$. لذلك لا تتفق تقديراتنا الحدسية في جميع الظروف مع الفرضية الثانية للنسبية الخاصة **! ولايجاد الصيغة الصحيحة لجمع السرع وباستخدام تحويلات لورنس نحصل على :**

$$V_x = \frac{V_x' + v}{1 + \frac{vV_x'}{c^2}}$$

$$V_y = \frac{V_y' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{vV_x'}{c^2}}$$

$$V_z = \frac{V_z' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{vV_x'}{c^2}}$$

مثال/ أفترض ان شعاعا ضوئيا ينبعث باتجاه x' بسرعة c بالنسبة للمرجع s' ، جد سرعة الشعاع بالنسبة للمرجع s ؟ **الحل/** في هذه الحالة $V_x' = c$ من المعادلة اعلاه نستطيع ان نجد V_x وتساوي:

$$V_x = \frac{V_x' + v}{1 + \frac{vV_x'}{c^2}}$$

$$= \frac{c + v}{1 + \frac{vc}{c^2}}$$

$$= \frac{c(c+v)}{c+v} = c$$

أي ان سرعة الضوء في كلا المرجعين لها نفس القيمة

مثال/ صاروخك الفضائي يجتاز بسرعة 0.6c سفينة فضائية تسير بالنسبة للارض بسرعة 0.9c ، جد سرعة صاروخك الفضائي بالنسبة للارض؟

الحل/

$$V_x = \frac{V_x^{\setminus} + v}{1 + \frac{vV_x^{\setminus}}{c^2}} = \frac{0.5c + 0.9c}{1 + \frac{(0.9c)(0.6c)}{c^2}} = \frac{1.4c}{1 + \frac{0.54c^2}{c^2}} = \frac{1.4c}{1.54} = 0.9091\text{c}$$

مسائل على النظرية النسبية

1 جسيم نصف عمره عند السكون 10^{-7}s . اذا كانت سرعته عند تكوينه 0.99c ما المسافة التي يقطعها الجسيم قبل اضمحلاله ؟

$$y = vt^{\setminus} = 0.99\text{c} \times 10^{-7}\ \text{s} = 0.99 \times 3 \times 10^{8}\ \text{m/s} \times 10^{-7}\ \text{s} = 29.7\text{m}$$

$$\frac{y}{y^{\setminus}} = \sqrt{1 - v^2/c^2} \Rightarrow y^{\setminus} = \frac{y}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{29.7\text{m}}{\sqrt{1 - \frac{(0.99\text{c})^2}{\text{c}^2}}} = \frac{29.7\text{m}}{\sqrt{1 - 0.98}} = \frac{29.7}{\sqrt{0.02}} = \frac{29.7\text{m}}{0.1414}$$

$$y^{\setminus} = 210\text{m}$$

---

2 ما السرعة التي يجب ان تسير يها مركبة فضائية بالنسبة للارض لكي يمضي يومان بالنسبة للارض مقابل كل يوم في السفينة الفضائية؟

$$t = \frac{t^{\setminus}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow 4 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow 4 = \frac{1}{\frac{c^2 - v^2}{c^2}} \Rightarrow 4 = \frac{c^2}{c^2 - v^2}$$

$$\Rightarrow 4c^2 - 4v^2 = c^2 \Rightarrow 4v^2 = 3c^2 \Rightarrow v^2 = \frac{3}{4}c^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4}}\ c \Rightarrow v = 0.866\,c$$

---

4 رائد فضاء طوله على الارض 6ft يضطجع في سفينة فضائية تتحرك بسرعة 0.9c بوضعية موازية لحركة السفينة ، ما طول الرائد :

أ- بالنسبة لشخص اخر في نفس السفينة؟

ب- بالنسبة لشخص على الارض ؟

الجواب:

أ- بالنسبة للشخص في نفس السفينة يبقى الطول نفسه = 6ft

ب- بالنسبة لشخص على الارض يكون :

$$\frac{L}{L'} = \sqrt{1 - v^2/c^2} \Rightarrow L = L'\sqrt{1 - v^2/c^2} = 6\,ft * \sqrt{1 - \frac{(0.9c)^2}{c^2}} = 6\,ft * \sqrt{1 - \frac{0.81c^2}{c^2}} = 6\,ft * \sqrt{1 - 0.81}$$

$$L = 6\,ft * \sqrt{0.19} = 6ft * 0.436 = 2.6\,ft$$

جسيم يجتاز بسرعة 0.5c سفينة فضائية تسير بالنسبة للارض بسرعة 0.9c جد سرعة هذا الجسيم بالنسبة للارض؟

$$V_X = \frac{V_x' + V}{1 + \frac{V V_x'}{C^2}} = \frac{0.5\,c + 0.9\,c}{1 + \frac{(0.9\,c)(0.5\,c)}{c^2}} = \frac{1.4\,c}{1 + \frac{0.45\,c^2}{c^2}} = \frac{1.4\,c}{1.45} = 0.9655\,c$$