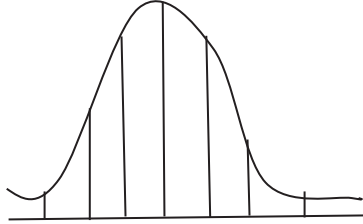


## التوزيع الاحتمالي المعتدل (الطبيعي) او التوزيع المعتدل Normal probability distribution

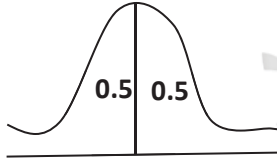
ان هذا التوزيع مهم من حيث الجوانب النظرية والتطبيقية في الاحصاء. اما سبب اهمية هذا التوزيع فهو يكمن في ان ظواهر بيولوجية (وغير بيولوجية) عديدة تسفر عن بيانات موزعة توزيعا معتدلا او توزيعا يجاري التوزيع المعتدل الى درجة كبيرة. ويتعلق التوزيع المعتدل عادة بمتغيرات مستمرة. أكثر المتغيرات المستمرة التي نتعامل معها تتوزع وفق هذا التوزيع لذلك معرفتنا لهذا التوزيع مهمة جدا حيث نعتمد عليه في الاختبارات. ويتميز هذا التوزيع بالخصائص العامة التالية: -



σ<sup>3</sup>- M σ<sup>2</sup>- M σ<sup>1</sup>- M M M+1 σ M+2 σ M+3 σ

أ- ان شكل المنحني لهذا التوزيع يشبه الجرس.  
ب- المساحة الكلية المحصورة بين المنحني والمحور الافقي (الذي يمثل المتغير المدروس x) تساوي الواحد الصحيح

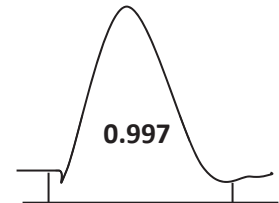
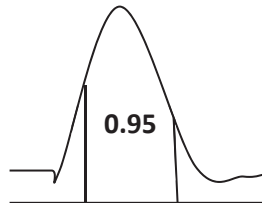
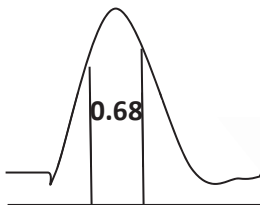
ج- ان التوزيع متمائل حول العمود المقام من النقطة التي تمثل المتوسط الحسابي للتوزيع (M) على المحور الافقي. اي ان المساحة الى يمين هذا العمود او يساره تساوي 50 من المساحة الكلية (0.5) وهذا التماثل يعني بالضرورة تساوي المتوسط الحسابي مع الوسيط والمنوال.



د- ان المساحة المحصورة بين العمود المقام على النقطة M-10 والعمود المقام على النقطة M+10 يشكل حوالي 0.68 من المساحة الكلية. وهذا يعني ان العناصر التي تقع على بعد انحراف معياري واحد σ<sup>2</sup> من جهتي المتوسط الحسابي تشكل حوالي 68% من مجموع العناصر.

ت- ان جزء المساحة المحصور بين العمود المقام على النقطة M-2σ و M+2σ يشكل حوال 0.95

و- ان جزء المساحة المحصورة بين العمود المقام على النقطة M-3σ والنقطة M+3σ يشكل حوالي 0.997 اي 99.7%



يعني ان كل المساحة المحصورة بين بنقطتين الاخيرة تستنفذ كلها . اي ان النقاط

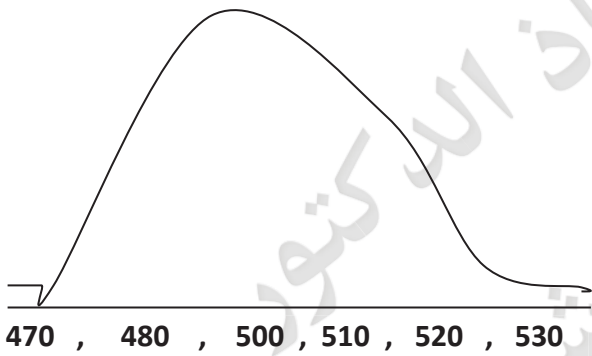
يجب ان تكون في النهاية  $M_x - 3\sigma_x$  و  $M_x + 3\sigma_x$

\*ويبدو جليا من الخصائص المعطاة اعلاه ان معرفة المتوسط الحسابي (M) والانحراف المعياري (Jb) تحدد التوزيع المعتدل وان الاحتمالات في هذه الحالة هي في حقيقة الامر اجزاء محددة من المساحة الكلية وتتعلق بأخذ المتغير (x) حدودا معينة من القيم اي انه يقع بين القيمتين:

$$x_2 \text{ و } x_1$$

كما ان الفقرة (و) اعلاه تعني ان التوزيع يكاد ينفذ (ينتهي) على بعد ثلاثة انحرافات معيارية  $3Jb$  عن جهتي المتوسط الحسابي.

مثال: - لو علمت ان الوزن الصافي لسلة غذائية معلبة موزعة توزيعا معتدلا في متوسط 500 غم وانحراف معياري يساوي 10 غم فكيف تطبق مواصفات التوزيع على هذا المثال:



يعني هذا الرسم:

1- نصف العلب من هذا المجتمع يقل وزنها عن

500 والنصف الاخر يزيد عن 500

2- ان 68% تقريبا من عدد العلب يتصف بكون

وزن السلة الغذائية الصافي بين 490 - 510

3- ان 95% تقريبا من عدد العلب يتصف بكون وزن السلة الغذائية الصافي بين 480 - 520.

4- ان 0.997 تقريبا من عدد العلب يتصف بكون وزن السلة الغذائية الصافي بين 470-530.

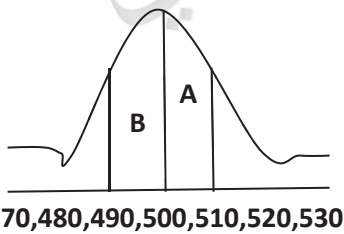
مثال: - ما هو احتمال كون الوزن الصافي في علبة مختارة بشكل عشوائي يتراوح بين 500-510.

المساحة A: هي الاحتمال المطلوب وذلك لأنه في التوزيعات المستمرة المساحة والاحتمال نفس الشيء

$$P(500 \leq X \leq 510)$$

$$P(500 \leq X \leq 510) = A = \frac{1}{2}(A + B)$$

$$= \frac{1}{2}(0.68) = 0.34 = 34\%$$



اي ان 34% من العلب يتراوح وزنها بين 500-510 اي ان نسبة العلب التي وزنها 500-510 هي

34%

$$Z = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} : \text{نستطيع ان نستنتج القانون التالي :}$$

**مثال:** - ما هو احتمال كون الوزن الصافي لعلبة مختارة عشوائيا (من المثال السابق) تتصف بكون وزنها يتراوح بي 500 – 505

$$P(500 \leq X \leq 505) = ?$$

**الحل:** - 1- لغرض الحل يجب معرفة قيمة  $Z$  التي تناظر  $X=500$

$$Z = \frac{500-500}{10} = 0$$

2- يجب معرفة قيمة  $Z$  التي تناظر  $X=505$

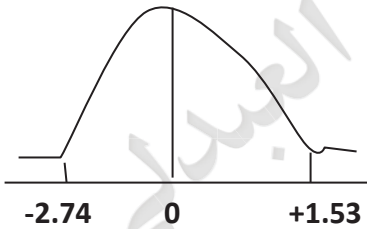
$$Z = \frac{500 - 505}{10} = +0.5$$

$$P(500 \leq X \leq 505) = P(0 \leq Z \leq +0.5) = 0.1915 = 19.15\%$$

**مثال:** - ما هو احتمال ان قيمة  $Z$  ما بين -2.74 و 1.53؟

من جدول التوزيع الطبيعي القياسي نجد المساحة تحت المنحني ما بين  $-\infty$  و 0.9370

ثم المساحة ما بين  $-\infty$  و -2.74 تساوي 0.0031 :



$$P(-2.74 \leq Z \leq 1.53) = 0.9370 - 0.0031 = 0.9339$$

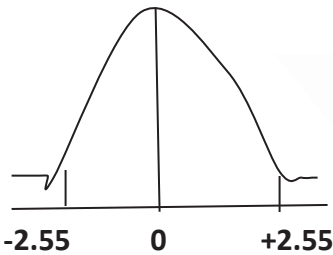
**مثال:** - ما هو احتمال ان قيمة  $Z$  انتخبت عشوائيا من مجتمع  $Z$  سوف تأخذ قيمة +2.55، -2.55؟

$$P(-2.55 < Z < 2.55) = 1$$

**الحل:** من الرسم نحدد المساحة المحصورة بين +2.55 , -2.55

ثم نحدد القيم من الجدول المقابلة لهاتين القيمتين وهي

$$+2.55=0.9946 \quad , \quad -2.55=0.0054$$



$$P=0.9946 - 0.0054$$

$$P = 0.9892$$

- المساحة المطلوبة او الاحتمال يكون: