المنوال او القمة The Mode

المنوال هو القيمة (القيم) الاكثر شيوعاً او حيوياً بين مجموعة القيم قيد الدرس . ويلاحظ بأن هذا المقياس يعطي للقارئ فكرة حول تراكم القيم حول قيمة (قيم) كأن تكون الطول او الوزن او عدد المواليد او عدد التفرعات الاكثر شيوعاً .

اولاً : في حالة بيانات غير مبوبة

مثال : اوجد المنوال لكل من البيانات التالية

6 ، 8 ، 2 ، 5 ، 9 ، 5 ، 6 ، 2 ، 5 ، 3

48 ، 49 ، 50 ، 46 ، 51

الحل : (أ) المفردة او القيمة 5 هي اكثر القيم او المشاهدات تكراراً فهي المنوال

$$\overline{M}0= 5$$

(ب) لايوجد منوال لهذه المفردات

ثانياً : في حالة بيانات مبوبة

اذا كانت القيم y_n ..... , y2 , y1 تمثل مراطز الفئات في جدول التوزيع التكراري مع تكرارتها f_k..... , f2 , f1 على التوالي فان المنوال

$$\overline{M}0= L1 + (\frac{d1}{d1+d2}) W$$

حيث ان

فئة المنوال : تلك الفئة التي تمتلك اكبر التكرارات

L1 : الحد الادنى الحقيقي لفئة المنوال .

d1 : الفرق بين تكرار فئة المنوال والفئة السابقة لها .

d2 : الفرق بين تكرار فئة المنوال والفئة اللاحقة لها .

W : طول الفئة .

مثال : اوجد المنوال للجدول التوزيع التكراري التالي :

الفئات	fi التكرار
62 – 60	5
65 – 63	18
68 – 66	42
71 – 69	27
74 – 72	8
المجموع	100

الحل :

فئة المنوال : الفئة (66 – 68) لها اكبر التكرارات (42) فهي فئة المنوال .

الحد الحقيقي لفئة المنوال = $\frac{\text{الحد الادنى لتلك الفئة + الحد الاعلى للفئة السابقة}}{\mathbf{2}}$

$= \frac{65+66}{2} = 65.5$

$d1 = 42 - 18 = 24$

$d2 = 42 - 27 = 15$

$W = 63 - 60 = 3$

$$\overline{M}0 = 65.5 + \left(\frac{\mathbf{24}}{\mathbf{24+15}}\right)(3) = 67.55$$

ولايخفى ان القيمة المحسوبة للمنوال لابد لها ان تقع داخل حدود الفئة المنوالية وتجدر الاشارة الى ضرورة حساب قيم المنوال المختلفة وفق المعادلة السابقة في حالة وجود اكثر من فئة منوالية واحدة لنفس مجموعة البيانات .

$$\mathbf{\overline{M}0 = L1 + \left(\frac{d1}{d1+d2}\right) W}$$

الوسيط The Median ورمزة $\overline{\mathbf{Me}}$

الوسيط : هو القيمة التي تمثل المرتبة الوسطى عندما ترتب قيم الدرس تصاعدياً او تنازلياً . وهذا يعني ان نصف القيم تقل عن قيمة الوسيط والنصف الاخر يزيد عليها .

بيانات غير مبوبة

- اذا كان (n) عدد فردي

فان الوسيط هو القيمة التي ترتيبها $\frac{n+1}{2}$

مثال : اوجد الوسيط لدرجات طالب في خمسة امتحانات بدرس الاحصاء اذا كانت الدجات هي

84 ، 87 ، 76 ، 82 ، 80

الحل : نرتب الدرجات تصاعدياً

87 ، 84 ، 82 ، 80 ، 76

وبما ان عدد الارقام فردي (n = 5)

اذا قيمة الوسيط هي القيمة التي ترتيبها (y3) $\frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$

$\overline{Me}$ =y3 = 82

2 - اذا كان n عدد زوجي فان الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{n}{2}$, $\frac{n}{2} + 1$

$$\overline{Me}=\frac{y_{\frac{n}{2}}+(y_{\frac{n}{2}}+1)}{2}$$

مثال : اوجد الوسيط للقيم التالية

yi = 5 ، 4 ، 8 ، 7 ، 3 ، 12 ، 9 ،

الحل : نرتب القيم تصاعدياً

yi = 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 7 ، 8 ، 9 ، 12

وبما ان عدد القيم هو عدد زوجي (n = 8)

∴ الوسيط = هو الوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{n}{2}$, $\frac{n}{2}+1$

المرتبة الوسطى الاولى $\frac{n}{2} = \frac{8}{2} = 4$

المرتبة الوسطى الثانية $\frac{n}{2}+1 = \frac{8}{2}+1 = 4+1 = 5$

$$\therefore \overline{Me} = \frac{y4+y5}{2} = \frac{5+7}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

بيانات مبوبة

اذا كان لدينا yn ..... , y2 , y1 تمثل مراكز فئات في جدول التوزيع التكراري مع تكرارتها fn.... , f2 , f1 على التوالي . فقيمة الوسيط لهذه البيانات (بالاستعانة بجدول التوزيع التكراري المجتمع الصاعد) هو

الوسيط $$\overline{\mathbf{Me}} = \mathbf{L1} + \left(\frac{\left(\frac{\sum \mathbf{fi}}{2}\right) - \mathrm{Fi}}{\mathbf{fi}}\right) \mathbf{W}$$

حيث ان

L1 = الحد الادنى الحقيقي لفئة الوسيط .

$\sum \mathbf{fi}$= مجموع التكرارت .

Fi = تكرار المجتمع الصاعد عند بداية فئة الوسيط .

fi = تكرار فئة الوسيط ويحسب كما يلي .

fi = التكرار المجتمع عند نهاية فئة الوسيط – التكرار المجتمع عند بداية فئة الوسيط

W = طول فئة الوسيط .

خطوات ايجاد الوسيط

1 – عمل جدول التوزيع التكراري التجمعي التصاعدي

2 – ايجاد ترتيب الوسيط $\frac{\sum \mathbf{fi.}}{2}$

3 – نحدد فئة الوسيط وهي الفئة التي نضع قيمة الوسيط بين حدين وذلك عن طريق ايجاد قيمتين متتاليتين في التكرار التجميعي الصاعد يقع بينهما ترتيب الوسيط .

4 – نحدد تكرار فئة الوسيط fi ويحسب كما يلي

fi = التكرار المجتمع عند نهاية فئة الوسيط – التكرار المجتمع عند بداية فئة الوسيط

5 – نحدد الحد الادنى والحد الاعلى الحقيقي لفئة الوسيط كما يلي :

الحد الادنى لفئة الوسيط = $\frac{\text{الحد الادنى لتلك الفئة} + \text{الحد الاعلى للفئة السابقة}}{\mathbf{2}}$

الحد الاعلى لفئة الوسيط = $\frac{\text{الحد الاعلى لتلك الفئة} + \text{الحد الادنى للفئة التي تليها}}{\mathbf{2}}$

6 – نحدد طول فئة الوسيط = الحد الاعلى الحقيقي – الحد الادنى الحقيقي .

7 – نطبق القانون بعد استخراج جميع هذه القيم .

$$\overline{\mathbf{Me}} = \mathbf{L1} + \left(\frac{\left(\frac{\sum \mathbf{fi.}}{2}\right) - \mathbf{Fi}}{\mathbf{fi}}\right) \mathbf{W}$$

مثال : اوجد الوسيط لجدول التوزيع التكراري التالي :

ت	الفئات	التكرار fi		Fi
1	62 – 60	5	اقل من 60	0
2	65 – 63	18	اقل من 63	5

3	68 – 66	42	اقل من 66	23	فئة الوسيط
4	71 – 69	27	اقل من 69	65	
5	74 – 72	8	اقل من 72	92	
			اقل من 74	100	

1 – عمل جدول توزيع تكراري

2 – ايجاد ترتيب الوسيط $\sum \mathbf{fi} = \frac{\sum \mathbf{fi.}}{2} = \frac{\mathbf{100}}{\mathbf{2}} = 50$

وفي جدول التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي نرى بان (50) واقعة بين الرقمين 23 و 65.

3 - ∴ فئة الوسيط هي 23 و 65 **(23 التكرار المجتمع عند بداية فئة الوسيط ، 65 التكرار المجتمع عند نهاية فئة الوسيط) .**

4 - *fi* = التكرار المجتمع عند نهاية فئة الوسيط – التكرار المجتمع عند بداية فئة الوسيط

هذا المقدار يحدد الفئة التي تستخرج منها الحدود الحقيقية fi = 65 – 23 = 42

5 – نحدد الحد الاعلى الحقيقي والحد الادنى الحقيقي لفئة الوسيط

الحد الادنى لفئة الوسيط = $\frac{\text{الحد الادنى لتلك الفئة} + \text{الحد الاعلى للفئة السابقة}}{2}$

$= \frac{65+66}{2} = 65.5$

الحد الاعلى لفئة الوسيط = $\frac{\text{الحد الاعلى لتلك الفئة} + \text{الحد الادنى للفئة التي تليها}}{2}$

$$68.5 = \frac{69+68}{2} =$$

6 – نحدد طول فئة الوسيط = الحد الاعلى الحقيقي – الحد الادنى الحقيقي .

W = 68.5 – 65.5 = 3

7 – نطبق القانون

3 = W ، 42 = fi ، 23 = Fi ، 65.5 = L1

$$\therefore \overline{\mathbf{M}}\mathbf{e} = \mathbf{L1} + \left(\frac{\left(\frac{\sum \mathbf{fi.}}{2}\right) - \mathrm{Fi}}{\mathbf{fi}}\right) \mathbf{W}$$

$$\overline{\mathbf{M}}\mathbf{e} = \mathbf{65.5} + \left(\frac{\left(\frac{\mathbf{100.}}{2}\right) - 23}{\mathbf{42}}\right) \mathbf{x\ 3}$$

$$\overline{\mathbf{M}}\mathbf{e} = \mathbf{65.5} + \left(\frac{50-23}{\mathbf{42}}\right) \mathbf{x\ 3}$$

$$\overline{\mathbf{M}}\mathbf{e} = \mathbf{65.5 + 1.93 = 67.43}$$