



## العرض الجدولي والتمثيل البياني

عند جمع بيانات حول ظاهرة معينة تبوب في جداول أو يعبر عنها برسوم بيانية لإعطاء الفكرة التي تتضمنها البيانات بأسلوب سريع وبسيط.

### العرض الجدولي:

**جدول التوزيع التكراري:** هو جدول بسيط يتكون من عمودين:

**الأول:** يحتوي على قيم متغير أو تقسم فيه قيم المتغير إلى أقسام أو مجموعات تدعى الفئات Classes

**الثاني:** يبين عدد مشاهدات كل قيمة من قيم المتغير أو عدد المشاهدات التي تنتمي إلى الفئة ويسمى التكرار Frequency

**مثال:** جدول توزيع تكراري يتكون من عمود للقيم وعمود للتكرارات، لمصنع تعليب ينتج علب بالأوزان التالية: 3 و 4 و 5 و 6 كغم

القيم (أوزان العلب بالكيلو غرام) $y_i$	التكرارات (عدد العلب المنتجة في يوم) $f_i$
3	120
4	155
5	145
6	100

على سبيل المثال ان عدد العلب المنتجة في اليوم بوزن 3 كغم هو 120 علبة.

**مثال:** جدول توزيع تكراري يتكون من عمود للفئات وعمود للتكرارات لدرجات الطلبة في مادة الإحصاء.

فئات درجات الطلبة Classes	عدد الطلبة، التكرار $f_i$
41-45	3
46-50	7
51-55	10
56-60	10
61-65	8
66-70	5
71-75	4
76-80	1

على سبيل المثال عدد الطلبة الذين حصلوا على درجات ضمن المدى 61 إلى 65 هو 8 طلاب.

### تبويب البيانات (انشاء جدول توزيع تكراري)

**البيانات غير المبوبة:** وهي البيانات الأولية او الاصلية التي جمعت ولم تبوب في جدول.  
**البيانات المبوبة:** وهي البيانات التي بوبت ونظمت في جدول توزيع تكراري.  
 البيانات التالية تمثل اطوال 80 نباتا من نباتات الذرة الصفراء، المطلوب تبويب هذه البيانات في جدول توزيع تكراري.

80, 87, 98, 81, 74, 48, 79, 80, 78, 82, 93, 91, 70, 90, 80, 84, 73, 74,  
 81, 56, 65, 92, 70, 71, 86, 83, 93, 65, 51, 85, 68, 72, 68, 86, 43, 74,  
 73, 83, 90, 35, 75, 67, 72, 90, 71, 76, 92, 93, 81, 88, 91, 97, 72, 61,  
 80, 91, 77, 71, 59, 80, 95, 99, 70, 74, 63, 89, 67, 60, 82, 83, 63, 60,  
 75, 79, 88, 66, 70, 88, 76, 63

وهذه البيانات غير مبوبة، نتبع الخطوات التالية لتبويبها في جدول توزيع تكراري

#### 1. استخراج المدى: The Range

المدى = اعلى قيمة - اقل قيمة

$$35 - 99 =$$

$$64 =$$

#### 2. اختيار وتحديد عدد الفئات: Number of classes

وهناك عدة طرق حسابية تقريبية لايجاد عدد الفئات أهمها:

أ- طريقة Sturges

$$\text{Number of classes} = 1 + (3.3 * \log n)$$

n: عدد المفردات

ب- طريقة Yule

$$\text{Number of classes} = 2.5 * \sqrt[4]{n}$$

ولكل من الطريقتين ميزات وعيوب ولن نستعمل أيا منها هنا بل سنختار عدد الفئات اختيارا على ان لا تقل عن 5 ولا تزيد عن 15 فئة وذلك تبعا لطبيعة البيانات وعدد مفرداتها ومدى التغير فيها.  
 ولنفرض اننا اخترنا 7 فئات.

#### 3. إيجاد طول الفئة: Class length

يجب ان لا يقل طول الفئة عن  $\frac{\text{مدى التغير}}{\text{عدد الفئات}}$  مقربة الى اقرب عدد صحيح اكبر

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

$$\frac{64}{7} =$$

$$9.14 =$$

لذا يستحسن ان يكون طول الفئة = 10  
 ويفضل ان تكون اطوال الفئات متساوية.

**4. كتابة حدود الفئات: Class limits**

يجب كتابة حدود الفئات بحيث ان جميع قيم المتغير تقع بين الحد الأدنى للفئة الأولى والحد الأعلى للفئة الأخيرة. يمكن ان يكون الحد الأدنى هو قيمة اقل مفردة او اقل منها بقليل، لذا من الممكن ان يكون الحد الأدنى للفئة الأولى 31 وبما ان طول الفئة = 10 لذا فان الحد الاعلى للفئة الأولى هو 40، اذا الفئة الأولى هي من 31 الى 40 والفئة الثانية من 41 الى 50 والفئة السابعة (الأخيرة) من 91 الى 100 يجب ان يكون الحد الأدنى للفئة الأولى والحد الأعلى للفئة الأخيرة يحوي كافة قيم المتغير.

**5. استخراج عدد التكرارات لكل فئة: Class frequency**

يتم ذلك بتسجيل القيم الاصلية واحدة تلو الأخرى في الفئة الخاصة بها على شكل علامات أولاً ثم ترجمتها الى ارقام كما مبين في الجدول ادناه:

Classes الفئات	fi التكرار بالعلامات	fi التكرار رقماً
31-40	I	1
41-50	II	2
51-60	IIII	5
61-70	IIII IIII IIII	15
71-80	IIII IIII IIII IIII IIII	25
81-90	IIII IIII IIII IIII	20
91-100	IIII IIII II	12
المجموع		80

ويجب ان يكون المجموع الكلي للتكرارات يساوي العدد الكلي لقيم المتغير (80).  
**الفئات: Classes:** وهي المجاميع التي قسمت اليها قيم المتغير، وهي عبارة عن مدى معين من قيم المتغير.

**حدود الفئة: Class Limits:** لكل فئة حدان حد ادنى وحد اعلى، فمثلاً في الجدول السابق الفئة الأولى حدها الأدنى هو 31 وحدها الأعلى هو 40.  
**مركز الفئة:** وهو عبارة عن منتصف المدى بين حدي الفئة، ويمكن حسابه عن طريق العلاقة الاتية:

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الادنى} + \text{الحد الاعلى}}{2}$$

**الحدود الحقيقية:**

$$\begin{aligned} \text{الحد الأدنى الحقيقي للفئة} &= \text{مركز الفئة} - \frac{1}{2} \text{ طول الفئة} \\ \text{الحد الأعلى الحقيقي للفئة} &= \text{مركز الفئة} + \frac{1}{2} \text{ طول الفئة} \\ \text{طول الفئة} &= \text{الحد الحقيقي الأعلى للفئة} - \text{الحد الحقيقي الأدنى للفئة} \end{aligned}$$

**مثال:** أكمل الجدول التالي

الحدود الحقيقية	مركز الفئة	التكرار $f_i$	الفئات Classes
		1	31-40
		2	41-50
		5	51-60
		15	61-70
		25	71-80
		20	81-90
		12	91-100

**الحل:**

مركز الفئة =  $\frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$

$$\frac{40+31}{2} = \text{مركز الفئة الأولى} \\ 35.5 =$$

$$\frac{50+41}{2} = \text{مركز الفئة الثانية} \\ 45.5 =$$

وهكذا لبقية الفئات.

**الحدود الحقيقية:**

الحد الأدنى الحقيقي للفئة الأولى = مركز الفئة الأولى -  $\frac{1}{2}$  طول الفئة

$$(10) \frac{1}{2} - 35.5 = \\ 30.5 =$$

الحد الأعلى الحقيقي للفئة الأولى = مركز الفئة الأولى +  $\frac{1}{2}$  طول الفئة

$$(10) \frac{1}{2} + 35.5 = \\ 40.5 =$$

الحد الأدنى الحقيقي للفئة الثانية = مركز الفئة الثانية -  $\frac{1}{2}$  طول الفئة

$$(10) \frac{1}{2} - 45.5 = \\ 40.5 =$$

الحد الاعلى الحقيقي للفئة الثانية = مركز الفئة الثانية +  $\frac{1}{2}$  طول الفئة

$$(10) \frac{1}{2} + 45.5 =$$

$$50.5 =$$

وهكذا لبقية الفئات.

لاكمال الجدول كالآتي

الحدود الحقيقية	مركز الفئة	التكرار $f_i$	الفئات Classes
30.5-40.5	35.5	1	31-40
40.5-50.5	45.5	2	41-50
50.5-60.5	55.5	5	51-60
60.5-70.5	65.5	15	61-70
70.5-80.5	75.5	25	71-80
80.5-90.5	85.5	20	81-90
90.5-100.5	95.5	12	91-100

### جدول التوزيع التكراري النسبي

هو جدول يبين الأهمية النسبية لكل فئة ويحسب:

$$\frac{f_i}{\sum f_i} = \frac{\text{تكرار تلك الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}} = \text{التكرار النسبي لأي فئة}$$

وقد يعبر عن التكرار النسبي كنسبة مئوية بالضرب في 100

$$100 \times \frac{\text{تكرار تلك الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}} = \text{التكرار النسبي المئوي لأي فئة}$$

**مثال:** أكمل الجدول

التكرار النسبي المئوي	التكرار النسبي	التكرار $f_i$	الفئات Classes
		1	31-40
		2	41-50
		5	51-60
		15	61-70
		25	71-80
		20	81-90
		12	91-100

$$\begin{aligned} \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}} &= \text{التكرار النسبي للفئة الأولى} \\ \frac{1}{80} &= \\ 0.0125 &= \\ 100 \times 0.0125 &= \text{التكرار النسبي المئوي للفئة الأولى} \\ 1.25 &= \end{aligned}$$

وهكذا لبقية الفئات

الفئات Classes	التكرار fi	التكرار النسبي	التكرار النسبي المئوي
31-40	1	0.0125	1.25
41-50	2	0.0250	2.50
51-60	5	0.0625	6.25
61-70	15	0.1875	18.75
71-80	25	0.3125	31.25
81-90	20	0.2500	25.00
91-100	12	0.1500	15.00
المجموع	80	1	100

### التوزيعات المتجمعة

#### 1. التكرار التجميعي التصاعدي: ويرمز له UCF

التكرار التجميعي التصاعدي للفئة الأولى = تكرار الفئة الأولى :

$$UCF\ 1=f_1$$

التكرار التجميعي التصاعدي للفئة الثانية = تكرار الفئة الثانية + تكرار الفئة الأولى:

$$UCF\ 2=f_2+f_1$$

التكرار التجميعي التصاعدي للفئة الثالثة = تكرار الفئة الثالثة + تكرار الفئة الثانية + تكرار الفئة الأولى:

$$UCF\ 3=f_3+f_2+f_1$$

وهكذا، أي ان التكرار التجميعي التصاعدي لأي فئة = تكرار تلك الفئة + تكرار ما قبلها من الفئات.

#### 2. التكرار التجميعي التنازلي: ويرمز له LCF

التكرار التجميعي التنازلي للفئة الأولى = مجموع التكرارات :

$$LCF\ 1=\sum f_i$$

التكرار التجميعي التنازلي للفئة الثانية = مجموع التكرارات - تكرار الفئة الأولى:

$$LCF\ 2 = \sum f_i - f_1$$

التكرار التجميعي التنازلي للفئة الثالثة = مجموع التكرارات - تكرار الفئة الثانية - تكرار الفئة الأولى:

$$LCF\ 3 = \sum f_i - f_2 - f_1$$

**مثال:** اكمل الجدول

Classes الفئات	$f_i$ التكرار	UCF التكرار التجميعي التصاعدي	LCF التكرار التجميعي التنازلي
31-40	1		
41-50	2		
51-60	5		
61-70	15		
71-80	25		
81-90	20		
91-100	12		

**الحل:**

التكرار التجميعي التصاعدي للفئة الأولى = تكرار الفئة الأولى  
1 =

التكرار التجميعي التصاعدي للفئة الثانية = تكرار الفئة الثانية + تكرار الفئة الأولى  
1+2 =

$$3 =$$

التكرار التجميعي التصاعدي للفئة الثالثة = تكرار الفئة الثالثة + تكرار الفئة الثانية + تكرار الفئة الأولى

$$1+2+5 =$$

$$8 =$$

التكرار التجميعي التصاعدي للفئة الرابعة

$$1+2+5+15 =$$

$$23 =$$

وهكذا.

التكرار التجميعي التنازلي للفئة الأولى = مجموع التكرارات:

$$80 =$$

التكرار التجميعي التنازلي للفئة الثانية = مجموع التكرارات - تكرار الفئة الأولى:

$$1-80 =$$

$$79 =$$

التكرار التجميعي التنازلي للفئة الثالثة = مجموع التكرارات – تكرار الفئة الثانية- تكرار الفئة الأولى:

$$1-2-80=$$

$$77=$$

وهكذا

ليكتمل الجدول كما يلي

Classes الفئات	fi التكرار	UCF التكرار التجميعي التصاعدي	LCF التكرار التجميعي التنازلي
31-40	1	1	80
41-50	2	3	79
51-60	5	8	77
61-70	15	23	72
71-80	25	48	57
81-90	20	68	32
91-100	12	80	12

### التمثيل البياني لجدول التوزيع التكراري

لتمثيل الجدول التالي بيانيا بالمدرج التكراري والمضلع التكراري والمنحنى التكراري.

Classes الفئات	fi التكرار
31-40	1
41-50	2
51-60	5
61-70	15
71-80	25
81-90	20
91-100	12

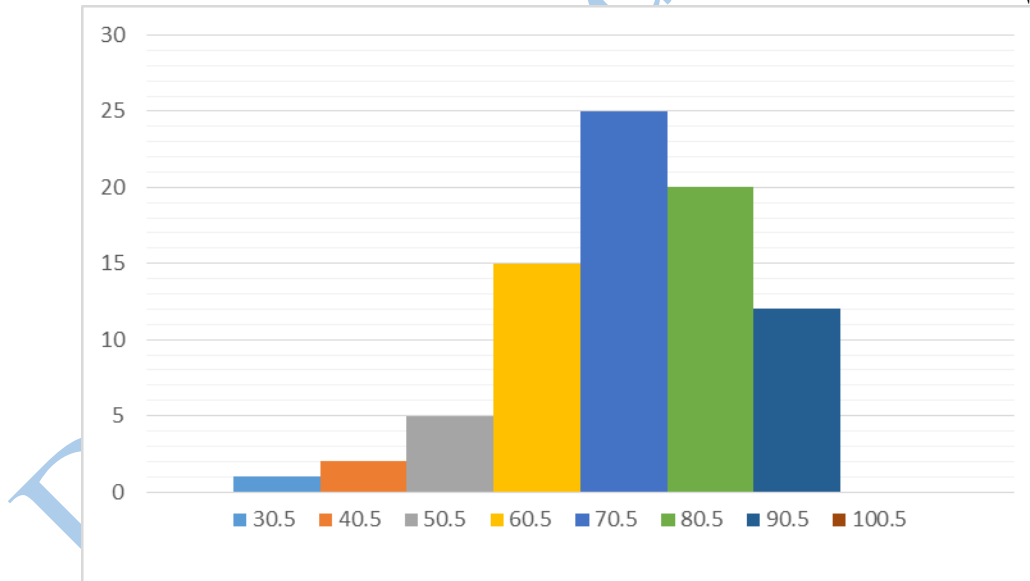


**1. المدرج التكراري: Histogram**

إيجاد الحدود الحقيقية للفئات.

الحدود الحقيقية	$f_i$ التكرار	Classes الفئات
30.5-40.5	1	31-40
40.5-50.5	2	41-50
50.5-60.5	5	51-60
60.5-70.5	15	61-70
70.5-80.5	25	71-80
80.5-90.5	20	81-90
90.5-100.5	12	91-100

- رسم المحورين الأفقي x والعمودي y
- توزيع المحور الأفقي إلى أقسام متساوية بمقياس رسم مناسب بحيث يشمل جميع الحدود الحقيقية للفئات.
- يقسم المحور العمودي إلى أقسام متساوية بحيث يشمل أعلى تكرار.
- يرسم لكل فئة مستطيل تمثل قاعدته طول الفئة وارتفاعه يمثل تكرار الفئة.

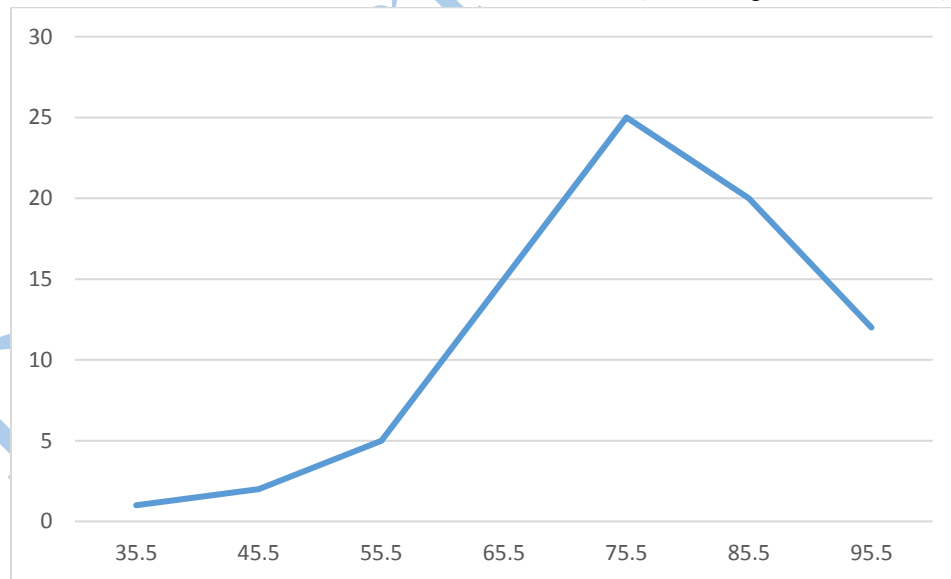


## 2. المضلع التكراري: Frequency Polygon

- إيجاد مراكز الفئات.

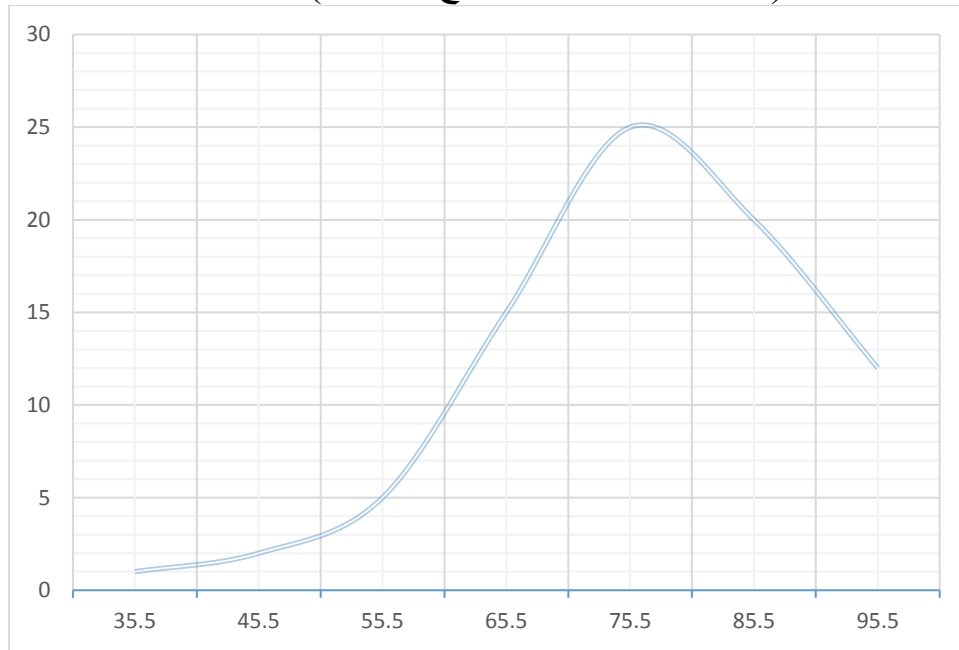
مركز الفئة	التكرار $f_i$	Classes الفئات
35.5	1	31-40
45.5	2	41-50
55.5	5	51-60
65.5	15	61-70
75.5	25	71-80
85.5	20	81-90
95.5	12	91-100

- رسم المحورين الأفقي  $x$  والعمودي  $y$
- تدريج المحور الأفقي إلى أقسام متساوية بمقياس رسم مناسب بحيث يشمل جميع مراكز الفئات.
- يقسم المحور العمودي إلى أقسام متساوية بحيث يشمل أعلى تكرار.
- يرسم فوق مركز كل فئة نقطة ارتفاعها بقدر تكرار تلك الفئة (نقاط التقاء مركز الفئة مع تكرارها)
- توصيل النقاط بخطوط مستقيمة.



### 3. المنحنى التكراري: Frequency Curve

وهو عبارة عن منحنى يمر بمعظم النقاط الواقعة على مراكز الفئات والتي ارتفاعها يمثل تكرار تلك الفئة (نقاط التقاء مركز الفئة مع تكرارها)



### المصادر:

1. الراوي، خاشع محمود. 1989. المدخل إلى الإحصاء. وزارة التعليم العالي والبحث العلمي. جامعة الموصل.
2. طبيه، احمد عبدالسميع. 2007. مبادئ الإحصاء، عمان. دار البداية. ر.أ: [www.daralbedayah.com](http://www.daralbedayah.com) (2007/6/1709)
3. David, M. Lane. Introduction to Statistics. Online Edition.