مقاييس التمركز او التوسط
Measures of Central Tendency

هي تلك المقاييس التي تبحث في تقدير قيمة تتمركز حولها اغلبية البيانات، وان هذه القيمة المتوسطة أو المتمركزة تعبر عن او تمثل جميع بيانات المجموعة.

ومن أهم مقاييس التوسط هي:

1. الوسط الحسابي (المتوسط) The Arithmetic Mean
2. الوسيط The Median
3. المنوال The mode

وسيتم شرح كيفية حساب هذه المقاييس في حالتين:

1. حالة البيانات غير المبوبة
2. حالة البيانات المبوبة

الوسط الحسابي (المتوسط): The Arithmetic Mean

هو من اكثر مقاييس النزعة المركزية شيوعا واستخداما ويطلق عليه احيانا Arithmetic average

1. في حالة البيانات غير المبوبة:

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

للمجتمع: $\mu = \frac{\sum Xi}{N}$

للعينة: $\bar{X} = \frac{\sum xi}{n}$

مثال:

اذا علمت ان كمية المطر الساقطة سنويا على مدينة الرمادي خلال خمسة سنوات هي 380، 520، 350، 450، 400 ملم، فما هو متوسط سقوط المطر خلال هذه السنوات الخمس؟

الحل:

$$\bar{X} = \frac{\sum xi}{n}$$

$$= \frac{380+520+350+450+400}{5}$$

$$=420 \text{ mm}$$

Dr. Ahmed Shehab

2. في حالة البيانات المبوبة:

$$\bar{X} = \frac{\sum fixi}{\sum fi}$$

حيث: fi التكرارات

Xi تمثل القيم في حالة كون الجدول يتكون من قيم وتكراراتها و Xi تمثل مراكز الفئات في حالة كون الجدول يتكون من فئات وتكراراتها.

أي ان الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع حاصل ضرب القيم في تكراراتها}}{\text{مجموع التكرارات}}$ في حالة جدول القيم وتكراراتها

والوسط الحسابي= $\frac{\text{مجموع حاصل ضرب مراكز الفئات في تكراراتها}}{\text{مجموع التكرارات}}$ في حالة جدول الفئات وتكراراتها

مثال: الجدول ادناه يمثل التوزيع التكراري لأوزان العلب التي ينتجها مصنع تعليب في اليوم، جد الوسط الحسابي

القيم (اوزان العلب بالكيلوغرام) **Xi**	التكرارات (عدد العلب المنتجة في يوم) **fi**
3	120
4	155
5	145
6	100

الحل:

$$\bar{X} = \frac{\sum fixi}{\sum fi}$$

نقوم بإيجاد $\sum fixi$ بإنشاء عمود لحاصل ضرب القيم في تكراراتها ثم جمعها، ثم قسمة الناتج على مجموع التكرارات ($\sum fi$)

Xi	fi	fi xi
3	120	360
4	155	620
5	145	725
6	100	600
	520	2305

$$\bar{X} = \frac{2305}{520}$$

$$= 4.43 \text{ kg}$$

Dr. Ahmed Shehab

مثال: جد الوسط الحسابي لأطوال نباتات الذرة الصفراء في الجدول التالي.

Classes فئات الطول	fi التكرارات
31-40	1
41-50	2
51-60	5
61-70	15
71-80	25
81-90	20
91-100	12

الحل:

$$\bar{X} = \frac{\sum fixi}{\sum fi}$$

- إيجاد مراكز الفئات
- ضرب التكرارات في مراكز الفئات وإيجاد المجموع
- قسمة الناتج على مجموع التكرارات

Classes الفئات	fi التكرار	xi مركز الفئة	fi xi
31-40	1	35.5	35.5
41-50	2	45.5	91.0
51-60	5	55.5	277.5
61-70	15	65.5	982.5
71-80	25	75.5	1887.5
81-90	20	85.5	1710.0
91-100	12	95.5	1146.0
	∑ fi = 80		**∑fixi= 6130**

$$\bar{X} = \frac{6130}{80}$$

$$= 76.62$$

Dr. Ahmed Shehab

الوسيط: The Median

هو القيمة التي تتوسط القيم بعد ترتيبها تصاعديا او تنازليا ويرمز له بالرمز Me

1. في حالة البيانات غير المبوبة

- في حالة كون عدد القيم فرديا فان مرتبة الوسيط = $\frac{n+1}{2}$ حيث n هو عدد القيم

مثال: جد مرتبة وقيمة الوسيط لمجموعة القيم التالية:

10، 9، 8، 11، 12، 16، 9

نرتب البيانات تصاعديا كالأتي:

8، 9، 9، 10، 11، 12، 16

عدد القيم 7 وهو فردي

اذاً مرتبة الوسيط = $\frac{n+1}{2}$

$= \frac{7+1}{2}$

$= 4$

مرتبة الوسيط هي الرابعة

قيمة الوسيط هي 10 لأنها تحتل المرتبة الرابعة في ترتيب القيم.

- في حالة كون عدد القيم زوجيا ففي هذه الحالة توجد مرتبتان للوسيط وتحسبان كالاتي:

المرتبة الاولى = $\frac{n}{2}$ و**المرتبة الوسطية الثانية** = $\frac{n}{2}+1$، اما كيفية استخراج قيمة الوسيط في حالة كون عدد البيانات زوجيا فهي كالأتي:

الوسيط = $\frac{\text{القيمة الاولى}+\text{القيمة الثانية}}{2}$

مثال: ما هو الوسيط لمجموعة البيانات التالية:

(10، 14، 7، 5، 20، 22،7، 12)

الحل:

نرتب القيم تصاعديا كالاتي:

5، 7، 7، 10، 12، 14، 20، 22

المرتبة الوسطية الاولى = $\frac{n}{2}$

$= \frac{8}{2}$

$= 4$

المرتبة الوسطية الثانية = $\frac{n}{2}+1$

$= \frac{8}{2}+1$

$= 5$

Dr. Ahmed Shehab

القيمة عند المرتبة 4 = 10
القيمة عند المرتبة 5 = 12

$$\text{الوسيط} = \frac{\text{القيمة الاولى+القيمة الثانية}}{2}$$

$$= \frac{10+12}{2}$$

= 11 قيمة الوسيط

2. في حالة البيانات المبوبة

- **اذا كانت مبوبة حسب القيم وتكراراتها**

مثال:

جد قيمة الوسيط لجدول التوزيع التكراري الاتي:

القيم Xi	التكرارات Fi
3	2
4	5
5	4
6	8
	19

الحل: نجد التكرار التجميعي التصاعدي

Xi	fi	التكرار التجميعي التصاعدي
3	2	2
4	5	7
5	4	11
6	8	19
	19	

نجد مرتبة الوسيط

$$\text{مرتبة الوسيط} = \frac{n+1}{2}$$

$$= \frac{19+1}{2}$$

= 10

قيمة الوسيط هي القيمة التي تكرارها التجميعي التصاعدي يشمل مرتبة الوسيط، فنجد ان 5 تكرارها التجميعي التصاعدي 11 وهو اول او اقل تكرار تجميعي تصاعدي يشمل مرتبة الوسيط (10)

اذاً قيمة الوسيط = 5

Dr. Ahmed Shehab

اذا كانت البيانات مبوبة حسب الفئة وتكرارها فان قيمة الوسيط تحدد حسب المعادلة التالية:

$$\mathbf{Me = L + \frac{(U - L)}{K} \times (nm - A)}$$

حيث ان:

L= قيمة الحد الادنى لفئة الوسيط

U= الحد الاعلى لفئة الوسيط

K= تكرار فئة الوسيط

nm= مرتبة الوسيط

A= التكرار التجميعي التصاعدي للفئة السابقة لفئة الوسيط

مثال: جد الوسيط لجدول التوزيع التكراري الآتي:

Classes الفئات	fi التكرار
31-40	1
41-50	2
51-60	5
61-70	15
71-80	25
81-90	20
91-100	12

الحل: نجد التكرار التجميعي التصاعدي

Classes الفئات	fi التكرار	UCF التكرار التجميعي التصاعدي
31-40	1	1
41-50	2	3
51-60	5	8
61-70	15	23
71-80	25	48
81-90	20	68
91-100	12	80

نجد مرتبة الوسيط: بما عدد القيم (80) زوجي، اذاً توجد مرتبتان للوسيط، ولإيجادهما:

مرتبة الوسيط الأولى = $\frac{80}{2}$

= 40

مرتبة الوسيط الثانية = $\frac{80}{2}$ +1

= 41

Dr. Ahmed Shehab

نحدد فئة الوسيط، وهي الفئة التي تكرارها التجميعي التصاعدي يشمل مرتبتي الوسيط (40 و41)

فنجد ان الفئة الخامسة هي فئة الوسيط لان تكرارها التجميعي التصاعدي 48 يشمل مرتبتي الوسيط، يعني انه اقل تكرار تجميعي تصاعدي يشمل مرتبتي الوسيط.

نجد الوسيط عند المرتبتين 40 و41

$$\text{Me} = 71 + \frac{(80-71)}{25} \times (40-23)$$
$$= 71 + 0.36 \times 17$$
$$= 77.12$$

$$\text{Me} = 71 + \frac{(80-71)}{25} \times (41-23)$$
$$= 71 + 0.36 \times 18$$
$$= 77.48$$

قيمة الوسيط هو الوسط الحسابي لقيمتي الوسيط

$$\text{Me} = \frac{77.12+77.48}{2}$$
$$= 77.3$$

المنـــوال: The Mode

هو القيمة الاكثر شيوعا او تكرار بين مجموعة القيم ويرمز له Mo.

1. في حالة البيانات غير المبوبة:

مثال: جد قيمة المنوال للبيانات التالية والتي تمثل اطوال 10 اشجار

(15، 14، 14، 15، 12، 12، 14، 16، 14، 13)

الحل//

يبدو ان الطول 14 هو الاكثر شيوعا لذا فان قيمة المنوال هي 14

2. في حالة البيانات المبوبة:

- في حالة كون البيانات مبوبة حسب القيمة وتكرارها:

مثال: جد قيمة المنوال للبيانات التالية التي تمثل أوزان 20 حملا عند الولادة

الوزن kg	عدد الحملات (التكرارات)
2	3
2.5	7
4	7
4.5	3

Dr. Ahmed Shehab

القيمتان 2.5 و4 كغم هما الأعلى تكرارا ومتساويتان في التكرار لذا فأن كل منهما تمثل قيمة مستقلة للمنوال وعليه فأن قيمتي المنوال هي 2.5 و4 وهذا يعني ان الاوزان الشائعة للحملان قيد الدراسة هي 2.5 و4.

- أما اذا كانت البيانات مبوبة حسب الفئات وتكرارها فان قيمه المنوال تحدد وفق المعادلة التالية:

$$Mo = L + \frac{K2 - K1}{(K2 - K1) + (K2 - K3)} \times (U - L)$$

حيث ان:

L= الحد الادنى للفئة المنوالية

K1= تكرار الفئة السابقة للفئة المنوالية

K2= تكرار الفئة المنوالية

K3= تكرار الفئة اللاحقة للفئة المنوالية

U= قيمة الحد الاعلى للفئة المنوالية

مثال:

جد المنوال لجدول التوزيع التكراري التالي:

Classes الفئات	fi التكرار
31-40	1
41-50	2
51-60	5
61-70	15
71-80	25
81-90	20
91-100	12

الحل: تحديد الفئة المنوالية، وهي الفئة الأعلى تكراراً.

الفئة الخامسة هي الفئة المنوالية لانها الأعلى تكراراً (25).

نطبق القانون

$$Mo = L + \frac{K2 - K1}{(K2 - K1) + (K2 - K3)} \times (U - L)$$

$$Mo = 71 + \frac{25 - 15}{(25 - 15) + (25 - 20)} \times (80 - 71)$$

Dr. Ahmed Shehab

$$Mo = 71 + \frac{10}{(10) + (5)} \times (9)$$

$$= 77$$

لاحظ ان الناتج يقع ضمن الفئة المنوالية

Dr. Ahmed Shehab

المصادر:

1. الراوي، خاشع محمود. 1989. المدخل الى الإحصاء. وزارة التعليم العالي والبحث العلمي. جامعة الموصل.
2. طبيه، احمد عبدالسميع. 2007. مبادئ الإحصاء، عمان. دار البداية. ر.أ: www.daralbedayah.com (2007/6/1709)
3. David, M. Lane. Introduction to Statistics. Online Edition.