مقاييس التشتت أو الاختلاف
Measures of Dispersion or Variation

مقاييس التشتت او الاختلاف هي مؤشرات لمدى التباعد او التقارب بين قيم مشاهدات متغير ما، وتضم مقاييس التشتت:

أولا: مقاييس التشتت المطلق:

وهي التي تكون وحداتها نفس وحدات القيم الاصلية وأهمها:

1. المدى: The Range
2. الانحراف المتوسط: The Mean Deviation
3. التباين والانحراف القياسي: The Variance and The Standard Deviation

ثانيا: مقاييس التشتت النسبي:

وهي المقاييس الخالية من وحدات القياس وأهمها:

معامل الاختلاف: Coefficient of Variation

المدى: The Range

المدى هو الفرق بين اعلى قيمة واقل قيمة ويرمز له R

$$R = y_{max} - y_{min}$$

مثال: جد المدى لكل من المجموعات التالية:

a = 5,7,2,1, 9, 6

b= 98, 104, 102, 100, 103, 99

c = 3, 2,6,4,5,210

الحل:

(a) R = 9-1= 8

(B) R= 104 -98 = 6

(c) R = 210 -2 = 208

ان المدى أحيانا يكون مضللاً ولا يعطي فكرة واضحة عن طبيعة البيانات لأنه يعتمد على القيمتين الصغرى والكبرى اللتين كثيراً ما تكون شاذة.

الانحراف المتوسط: The Mean Deviation

يعرف الانحراف المتوسط بانه معدل الانحرافات المطلقة عن وسطها الحسابي، ويرمز له .M.D اذا هو يمثل معدل تشتت القيم عن وسطها الحسابي ويحسب:

Dr. Ahmed Shehab

$$\text{للعينة } M.D. = \frac{\sum|xi-\bar{x}|}{n}$$

حيث ان:

$\bar{X}$= متوسط القيم

Xi= القيم

n= عدد القيم

$|xi - \bar{x}|$ = مجموع الانحرافات المطلقة عن المتوسط الحسابي، اي دون الاخذ بنظر الاعتبار الاشارة السالبة اوالموجبة وانما تكون جميع القيم موجبة ويسمى بالفرق المطلق.

وتجدر الاشارة الى ان مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي = 0 دائماً، لذلك تؤخذ القيمة المطلقة لحساب الانحراف المتوسط.

$$\text{للمجتمع } M.D. = \frac{\sum|xi-\bar{u}|}{N}$$

مثال: جد الانحراف المتوسط للبيانات التالية، والذي يمثل أوزان 5 دجاجات.

Xi= 2, 1, 2.5, 1.5, 3 kg

1- أستخراج المتوسط الحسابي $\bar{X}$ للقيم

$$\bar{X} = \frac{\sum xi}{n}$$
$$= \frac{2+1+2+2.5+1.5+3}{5}$$
$$= \frac{10}{5}$$
$$= 2$$

تسلسل القيم	Xi	الفرق بين القيمة والمتوسط الحسابي $Xi - \bar{X}$	الفرق المطلق $\|xi - \bar{x}\|$
1	3	3-2 =1	1
2	1.5	1.5 -2 = -0.5	0.5
3	2.5	2.5-2 = 0.5	0.5
4	1	1-2 = -1	1
5	2	2-2 = 0	0
المجموع	**10**	**0**	**3**

Dr. Ahmed Shehab

$$M.D. = \frac{\sum |xi - \bar{u}|}{N}$$
$$= \frac{3}{5}$$
$$= 0.6 \text{ kg}$$

وهذا يعني ان معدل انحراف الوزن عن المتوسط = 0.6 كغم

التباين: Variance

هو من اهم مقاييس التشتت و يعبر عن مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي ويرمز له (δ^2) للمجتمع و (S^2) للعينة

$$\boldsymbol{\delta^2 = \frac{\sum(xi - \bar{\mu})^2}{N}}$$

μ= المتوسط الحسابي للمجتمع

N= حجم المجتمع

ويمكن كتابة القانون اعلاه بصيغة اخرى:

$$\boldsymbol{\delta^2 = \frac{\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{N}}{N}}$$

أما تباين العينة

$$\boldsymbol{S^2 = \frac{\sum(xi - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

$\bar{x}$ = المتوسط الحسابي للعينة

n = حجم العينة

ويمكن ان تكتب المعادلة بالصيغة التالية:

$$\boldsymbol{S^2 = \frac{\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}}{n - 1}}$$

مثال: جد قيمة التباين للقيم التالية التي تمثل وزن اللحم الصافي لعينة من ستة رؤوس من الغنم.

35, 34, 40, 38, 37, 32 kg

الحل:

- إيجاد مجموع القيم
- إيجاد مجموع مربعات القيم

Dr. Ahmed Shehab

Xi	Xi^2
35	1225
34	1156
40	1600
38	1444
37	1369
32	1024
$\sum Xi = 216$	$\sum Xi^2 = 7818$

$$s^2 = \frac{\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1}$$

$$= \frac{7818 - \frac{(216)2}{6}}{6-1}$$

$$= \frac{7818 - \frac{46656}{6}}{6-1}$$

$$= \frac{42}{5} =$$

$$= 8.4\ Kg^2$$

وهذا يعني ان متوسط تباين كل قيمة عن المتوسط الحسابي للمجتمع هو 8.4 كغم^2 وبما ان هذه الوحدات غير متداولة في الحياة العامة او غير مألوفة (كغم^2) لهذا يمكن التعبير عن التشتت بوحدات قياس اعتيادية وذلك عن طريق استخدام مقياس تشتت يطلق علية بالانحراف القياسي او المعياري.

Standard Deviation:الانحراف القياسي

الانحراف القياسي (S) هو عبارة عن الجذر التربيعي للتباين (S^2) وعلية فان الانحراف القياسي يمكن حسابة من المعادلات الآتية بالنسبة للمجتمع او العينة:

$$\delta \text{ للمجتمع} = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum xi)^2}{N}}{N}}$$

$$S \text{ للعينة} = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1}}$$

Dr. Ahmed Shehab

مثال: جد قيمة الانحراف المعياري للبيانات المعطاة في المثال السابق؟

$$S = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1}} = \sqrt{\frac{7818 - \frac{(216)^2}{6}}{5}} = \sqrt{8.4} = 2.89 \text{ kg}$$

ويبدو واضحا ان الانحراف المعياري يأخذ بنظر الاعتبار جميع القيم دون استثناء ويعطي التشتت مقاساً بوحدات قياس متداولة ومتعارف عليها. ولهذه الاسباب وغيرها فان الانحراف المعياري يعتبر أكثر مقاييس التشتت شيوعاً سواء بصيغته المباشرة او عن طريق المقاييس المشتقة منه كمعامل الاختلاف.

معامل الاختلاف: Coefficient of Variation

أن درجة تشتت مفردات مجموعة معينة قد تختلف عن درجة تشتت مجموعة أخرى، وقد يكون هذا الاختلاف كبيراً او صغيراً. وبناء على ذلك، يستخدم معامل الاختلاف كوسيلة لمقارنة درجات التشتت بين مجموعات مختلفة.

ويرمز لمعامل الاختلاف بالرمز C. V. ويحسب وفق المعادلة الاتية:

$$\mathbf{C.V.} = \frac{\mathbf{S_x}}{\bar{\mathbf{x}}} \times \mathbf{100}$$

S_x هو الانحراف القياسي

$\bar{x}$ هو الوسط الحسابي

مثال: أجريت تجربة لدراسة طول النبات (سم) والحاصل (كغم دونم) لمحصول الذرة الصفراء، وتم الحصول على النتائج المبينة في الجدول ادناه:

	الطول (سم)	كمية الحاصل (كغم)
الوسط الحسابي	200	800
الانحراف القياسي	16	36

قارن بين تشتت الطول والحاصل (ايهما أكثر تشتتاً)

الحل:

$$C.V. = \frac{S_x}{\bar{x}} \times 100$$

بالنسبة للطول $C.V. = \frac{16}{200} \times 100$

$$= 8\ \%$$

بالنسبة للحاصل $C.V. = \frac{36}{800} \times 100$

$$= 4.5\ \%$$

Dr. Ahmed Shehab

نستنتج ان الطول كان أكثر تشتتاً

نلاحظ انه لو قارنا التشتت بمقياس الانحراف القياسي لكان التشتت أكبر في الحاصل.

Dr. Ahmed Shehab

المصادر:

1. الراوي، خاشع محمود. 1989. المدخل الى الإحصاء. وزارة التعليم العالي والبحث العلمي. جامعة الموصل.
2. طبيه، احمد عبدالسميع. 2007. مبادئ الإحصاء، عمان. دار البداية. ر.أ: www.daralbedayah.com (2007/6/1709)
3. David, M. Lane. Introduction to Statistics. Online Edition.