# الفصل الحادي عشر

## المعولية [3] -Reliability

المعولية *Reliability* : هي إحتمال إنجاز الجهاز ( أو المنظومة ) لمهامه المطلوبة بدون عطل خلال فترة زمنية محددة تحت شروط عمل معينة ، مع الأخذ بنظر الإعتبار :

1- تحديد معنى العطل بشكل دقيق وغير غامض بحيث يمكن ملاحظته .

2- تحديد وحدة الزمن وفي بعض الحالات لا تقاس المعولية بفترة زمنية وإنما بمسافة (ميل مثلاً) أو بعدد الوحدات أو الطلبات المنتجة .

3- يتم عمل الجهاز ( المنظومة ) تحت ظروف طبيعية ، إذ تتضمن عدة عوامل منها التحميل (كالوزن ، الفولتية ، الضغط) ، البيئة (كدرجة الحرارة ، الرطوبة ، الإهتزاز ، الإرتفاع العمودي ) وشروط العمل (كالخزن ، الصيانة والنقل) .

بإفتراض إن $T$ متغير عشوائي مستمر *Continuous Random Variable* يمثل وقت عطل الجهاز بحيث $T \geq 0$ . لذا يمكن صياغة دالة المعولية *Reliability function* ،كما يلي :

$$R(t) = Pr(T \geq t) \quad \forall t \geq 0$$

$$\begin{aligned} \text{where} \quad & 1) \quad 0 \leq R(t) \leq 1 \\ & 2) \quad R(0) = 1 \\ & 3) \quad \lim_{t \to \infty} R(t) = 0 \end{aligned}$$

وعليه فإن إحتمال عطل الجهاز قبل الزمن $t$ يكون :

$$F(t) = 1 - R(t) = Pr(T < t)$$

$$\begin{aligned} \text{where} \quad & 1) \quad 0 \leq F(t) \leq 1 \\ & 2) \quad F(0) = 0 \\ & 3) \quad \lim_{t \to \infty} F(t) = 1 \end{aligned}$$

علماً إن $F(t)$ هي دالة التوزيع التجميعي *Cumulative distribution function ( c.d.f. )* لدالة العطل *Failure function* .

أما إحتمال حدوث العطل في الجهاز خلال الفترة الزمنية $[a, b]$ يكون :

$$Pr(a \leq T \leq b) = F(b) - F(a) = R(a) - R(b) = \int_a^b f(t)dt$$

إذ إن $f(t)$ تمثل دالة الكثافة الإحتمالية *Probability distribution function ( p.d.f.)* لدالة العطل ، وتحسب من الصيغة التالية :

$$f(t)=\frac{d}{dt}F(t)=-\frac{d}{dt}R(t)$$

$$\text{where} \quad 1)\quad f(t)\geq 0$$

$$2)\quad \int_0^t f(t)=1$$

وعليه فإن :

$$F(t)=\int_0^t f(u)du \quad \text{and} \quad R(t)=\int_t^\infty f(u)du$$

<u>مثال-1</u> – إذا علمت إن دالة الكثافة الإحتمالية للمتغير العشوائي $T$ الذي يمثل الزمن المستغرق (ساعة عمل ) قبل عطل الضاغطة *Compressor* هي :

$$f(t)=\frac{0.001}{(0.001t+1)^2} \quad t\geq 0$$
$$=0 \qquad\qquad o.w$$

أوجد : أ) دالة المعولية لإشتغال الضاغطة 100 ساعة عمل .

ب) ما هو الزمن الممكن أن تشتغل فيه الضاغطة إذا كانت المعولية هي 0.95 ؟

ج) إحتمال إشتغال الضاغطة فترة [ 10 , 100 ] ساعة عمل .

<u>الحل</u> – أ)

$$R(t)=\int_t^\infty \frac{0.001}{(0.001t+1)^2}dt=-\left[\frac{1}{0.001t+1}\right]_t^\infty=-\frac{1}{\infty}+\frac{1}{0.001t+1} \quad \Rightarrow \quad R(t)=\frac{1}{0.001t+1}$$

$$R(100)=\frac{1}{0.001*100+1}=0.909$$

ب)

$$R(t)=\frac{1}{0.001t+1}=0.95 \quad \Rightarrow \quad t=\frac{1}{0.001}\left(\frac{1}{0.95}-1\right)=52.6 \quad hrs.$$

ج)

$$Pr(10\leq T\leq 100)=R(10)-R(100)=\frac{1}{0.001*10+1}-\frac{1}{0.001*100+1}=0.081$$

<u>متوسط زمن العطل *Mean Time of Failure ( MTTF)*</u> : يمكن حساب متوسط زمن العطل من الصيغة التالية :

$$MTTF=E(t)=\int_0^\infty t.f(t)dt=\int_0^\infty R(t)dt$$

أما التباين *Variance* للتوزيع الإحتمالي للعطل فيحسب من الصيغة :

$$\sigma^2=V(t)=\int_0^\infty t^2.f(t)dt-(MTTF)^2$$

ومن الطبيعي فإن الإنحراف المعياري *Standard deviation* للتوزيع يكون الجذر التربيعي للتباين.

**مثال-2-** إذا كانت دالة الكثافة الإحتمالية *p.d.f.* كما يلي :

$$f(t) = 0.002 * e^{-0.002t} \qquad t \geq 0$$
$$= 0 \qquad\qquad o.w$$

إحسب متوسط زمن العطل *MTTF* والتباين والإنحراف المعياري .

**الحل-** أ) متوسط زمن العطل يكون :

$$MTTF = \int_0^\infty t.f(t)dt = \int_0^\infty 0.002t * e^{-0.002t}dt$$

$$MTTF = -\left[t * e^{-0.002t} + \int e^{-0.002t}\right]_0^\infty = \left[-t * e^{-0.002t} - \frac{1}{0.002}e^{-0.002t}\right]_0^\infty = 500 \qquad hrs.$$

$$where \quad \lim_{t\to\infty} \frac{t}{e^{0.002t}} = 0 \quad by \quad L'Hopital \quad rule$$

ب) التباين يكون :

$$\sigma^2 = \int_0^\infty t^2 f(t)dt - (MTTF)^2 = \int_0^\infty t^2 (0.002 * e^{-0.002t})dt - (500)^2$$

بإستخدام طريقة التجزئة لتكامل الدالة أعلاه نحصل على :

$$\sigma^2 = \left[-t^2 e^{-0.002t} - \frac{2t}{0.002}e^{-0.002t} - \frac{2}{0.00004}e^{-0.002t}\right]_0^\infty - (500)^2 = 250000 \qquad hrs.^2$$

$$By \quad L'Hopital \quad rule \quad \lim_{t\to\infty}\frac{t^2}{e^{0.002t}} = 0 \quad and \quad \lim_{t\to\infty}\frac{t}{e^{0.002t}} = 0$$

ج) الإنحراف المعياري

يكون : $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{250000} = 500 \qquad hrs.$

**دالة نسبة المخاطرة *Hazard rate function*** : وتسمى أيضاً دالة نسبة العطل *Failure rate function* ، إذ تتمثل بالإحتمال الشرطي لعطل الجهاز خلال الفترة $t$ , $t + \Delta t$ ، علماً بأن الجهاز إشتغل حتى الزمن $t$ ، أي إن :

$$Pr(t \leq T \leq t + \Delta t / T \geq t) = \lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad \Rightarrow \quad R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$$

**مثال-3-** إذا كانت دالة نسبة المخاطرة الخطية هي :

$$\lambda(t) = 5 * 10^{-6}\, t$$

إذ إن $t$ تمثل ساعات الإشتغال ، ما هو الزمن الذي يشتغله الجهاز قبل عطله ، إذا علمت إن المعولية هي 0.98 ؟

<u>الحل</u>-

$$R(t)=e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} \quad \Rightarrow \quad 0.98=e^{-\int_0^t 5*10^{-6}\, tdt}$$

$$0.98=e^{-2.5*10^{-6}t^2} \quad \Rightarrow \quad t=\sqrt{\frac{ln 0.98}{-2.5*10^{-6}}}\cong 90hrs.$$

<u>مثال-4</u>- إذا علمت إن دالة المعولية لجهاز هي :

$$R(t)=1-\frac{t^2}{a^2} \quad where \quad 0\le t\le a$$

إذ إن $a$ تمثل معلمة التوزيع ( أعلى عمر للجهاز ) ، أوجد :

أ) دالة الكثافة الإحتمالية $p.d.f.$ للعطل .

ب) دالة نسبة المخاطرة ( العطل ) للجهاز خلال الفترة $t$ .

ج) متوسط زمن العطل $MTTF$ .

<u>الحل</u>- أ)

$$f(t)=-\frac{d}{dt}R(t)=-\frac{d}{dt}\left(1-\frac{t^2}{a^2}\right)=\frac{2t^2}{a^2}$$

ب)

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{R(t)}=\frac{2t}{a^2}\div\left(1-\frac{t^2}{a^2}\right)=\frac{2t}{a^2-t^2}$$

ج)

$$MTTF=\int_0^a R(t)dt=\int_0^a\left(1-\frac{t^2}{a^2}\right)dt=\left[t-\frac{t^3}{3a^2}\right]_0^a=\frac{2}{3}a$$

<u>دالة المعولية الشرطية *Conditional Reliability*</u> : تمثل إحتمال إشتعال الجهاز فترة زمنية إضافية قدرها $t$ أكثر من الزمن الذي إشتغله فعلاً $T_0$ ، أي إن :

$$R(t/T_0)=exp\left(-\int_{T_0}^{T_0+t}\lambda(t)dt\right)=\frac{R(T_0+t)}{R(T_0)}$$

<u>مثال-5</u>- إذا كانت

$$\lambda(t)=\frac{1}{2000}\left(\frac{t}{1000}\right)^{-0.5} \quad where \quad t \quad in \quad years$$

أوجد قيمة إذا علمت إن : $1)R(t)=0.90 \quad and \quad 2)R(t/0.5)=0.90$

<u>الحل</u>- 1)

$$R(t)=e^{-\int_0^t\lambda(t)dt}=e^{-\int\frac{1}{2000}\left(\frac{t}{1000}\right)^{-0.5}}=e^{-\left(\frac{t}{1000}\right)^{0.5}}=0.90$$

$$\Rightarrow \quad t=1000*(ln0.09)^2=11.1years$$

$$R(t/0.5)=\frac{R(t+0.5)}{R(0.5)}=\frac{e^{-\left(\frac{t+0.5}{1000}\right)^{0.5}}}{e^{-\left(\frac{0.5}{1000}\right)^{0.5}}}=0.90$$

(2

$$\Rightarrow \quad t=1000\left[\left(\frac{0.5}{1000}\right)^{0.5}-\ln 0.90\right]^{2}-0.5=15.813\,years$$

<u>مثال-6</u>- إذا كانت $\lambda>0$ where $\lambda(t)=\lambda t$ ، أوجد قيمة $R(t/T_0)$ .

<u>الحل</u>-

$$R(t)=e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}=e^{-\int_0^t \lambda t dt}=e^{-\frac{\lambda}{2}t^2}$$

$$R(t/T_0)=\frac{R(t+T_0)}{R(T_0)}=\frac{e^{-\frac{\lambda}{2}(t+T_0)^2}}{e^{-\frac{\lambda}{2}T_0^2}}=e^{-\frac{\lambda}{2}(t^2+2T_0t)}$$

<u>مثال-7</u>- أوجد $R(t/T_0)$ لدالة المثال-4 .

<u>الحل</u>- $$R(t/T_0)=\frac{R(t+T_0)}{R(T_0)}=\frac{1-\frac{(t+T_0)^2}{a^2}}{1-\frac{T_0^2}{a^2}}=\frac{a^2-(t+T_0)^2}{a^2-T_0^2}$$

<u>دالة المعولية الأسية ***The Exponential Reliability function***</u> : يعتبر التوزيع الأسي ***exponential distribution*** من أكثر التوزيعات إستخداماً في الدوال الهندسية للمعولية ويسمى أيضاً نموذج ***Constant Failure Rate ( C.F.R.)*** .

بإفتراض ثبات دالة نسبة العطل ( أي إن: $t\geq 0 \quad \lambda(t)=\lambda$ ) ، وعليه فإن :

$$R(t)=e^{-\lambda t} \quad , \quad F(t)=1-e^{-\lambda t}$$

$$f(t)=\lambda e^{-\lambda t} \quad , \quad MTTF=\frac{1}{\lambda}$$

$$\sigma^2=\frac{1}{\lambda^2} \quad and \quad R(t/T_0)=R(t)$$

<u>مثال-8</u>- جهاز ***Microwave transmitter*** يعطي نسبة عطل ثابتة مقدارها ***0.00034*** لكل ساعة عمل ، لذا فإن :

$$\lambda(t)=0.00034 \qquad , \qquad R(t)=e^{-0.00034t}=R(t/T_0)$$
$$F(t)=1-e^{-0.00034t} \qquad , \qquad f(t)=0.00034*e^{-0.00034t}$$
$$MTTF=\frac{1}{0.00034}=2941.18hrs. \quad and \quad \sigma^2=\frac{1}{(0.00034)^2}=8650519hrs.^2$$

أما إحتمال إشتغال الجهاز لأكثر من 30 يوماً بشكل متواصل يكون :

$$t=30*24=720 \quad \Rightarrow \quad R(720)=e^{-0.00034*720}=0.783$$

**<u>توزيع ويبل للمعولية *Weibull distribution in reliability*</u>** : من التوزيع ات الأخ رى الأكثر أهمية هو توزيع ويبل . بإفتراض إن دالة نسبة العطل هي :

$$\lambda(t)=\frac{\beta}{\theta}\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} \qquad , \qquad \theta,\beta>0 \quad , \quad t\geq 0$$

*where $\theta$ is scale parameter*

*$\beta$ is shape parameter*

وعليه فإن :

$$R(t)=e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} \qquad , \qquad F(t)=1-e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}$$
$$f(t)=\frac{\beta}{\theta}\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1}e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} \qquad , \qquad MTTF=\theta.\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)$$
$$\sigma^2=\theta^2\left[\Gamma\left(\frac{2}{\beta}+1\right)-\left(\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)\right)^2\right]$$
$$and \quad R(t+T_0)=exp\left[-\left(\frac{t+T_0}{\theta}\right)^{\beta}+\left(\frac{T_0}{\theta}\right)^{\beta}\right]$$
$$where \quad \Gamma(\alpha)=\int_0^\infty y^{\alpha-1}e^{-y}dy=(\alpha-1).\Gamma(\alpha-1)$$

علماً بأن $\Gamma(\alpha)$ يمكن إستخراجها من الجداول المرفقة .

**<u>مثال-9</u>**- إذا كانت معلمات توزيع ويبل لعطل الجهاز كالآتي :

***Shape parameter (β) = 1 / 3 and Scale parameter (θ) = 16000*** ، لذا فإن :

$$1)\quad \lambda(t)=\frac{\frac{1}{3}}{1600}\left(\frac{t}{16000}\right)^{\frac{1}{3}-1}=0.0132283*t^{-\frac{2}{3}}$$

$$2)\quad R(t)=e^{-\left(\frac{t}{16000}\right)^{\frac{1}{3}}}=e^{-0.0132283*t^{\frac{1}{3}}}$$

$$3)\quad F(t)=1-e^{-0.0132283*t^{\frac{1}{3}}}$$

$$4)\quad f(t)=\frac{\frac{1}{3}}{16000}\left(\frac{t}{16000}\right)^{\frac{1}{3}-1}e^{-\left(\frac{t}{16000}\right)^{\frac{1}{3}}}=0.0132283*t^{-\frac{2}{3}}e^{-0.0132283*t^{\frac{1}{3}}}$$

$$5)\quad MTTF=16000*\Gamma\left(\frac{1}{\frac{1}{3}}+1\right)=16000*\Gamma(4)=16000*3!=96000hrs.$$

$$6)\quad \sigma^2=(16000)^2\left[\Gamma\left(\frac{2}{\frac{1}{3}}+1\right)-\left(\Gamma\left(\frac{1}{\frac{1}{3}}+1\right)\right)^2\right]=(16000)^2\left[\Gamma(7)-(\Gamma(4))^2\right]$$

$$=(16000)^2\left[6!-(3!)^2\right]=1.75104*10^{11}\quad\Rightarrow\quad\sigma=418454.3$$

$$7)\quad R(t/T_0)=exp\left[-\left(\frac{t+T_0}{16000}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(\frac{T_0}{16000}\right)^{\frac{1}{3}}\right]$$

بإفتراض إن $R(t/10)=0.90$ لذا فالزمن سيكون :

$$0.90=exp\left[-\left(\frac{t+10}{16000}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(\frac{10}{16000}\right)^{\frac{1}{3}}\right]$$

$$\Rightarrow\quad t=16000\left[\left(\frac{10}{16000}\right)^{\frac{1}{3}}-\ln 0.90\right]^3-10=101.24hrs.$$

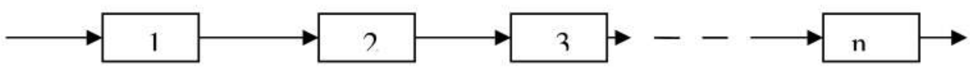
**ربط المنظومة** : يتم ربط الأجهزة داخل المنظومة في إحدى الحالات الثلاثة التالية :

1- ربط على التوالي ***Serial configuration*** .

2- ربط على التوازي ***Parallel configuration*** .

**3- ربط على التوالي والتوازي معاً *Combined series-parallel system*** .

**1- الربط على التوالي *Serial configuration* : لضمان إشتغال المنظومة في هذا الربط يجب أن تعمل جميع المركبات في داخلها ، وإن عطل أي جهاز يؤدي إلى عطل المنظومة ككل ، ومخطط الربط يكون :**



أما معولية المنظومة $System\ Reliability\ R_S(t)$ عند الزمن $t$ لهذا الربط تكون :

$$R_S(t)=\prod_{i=1}^{n} R_i(t)$$

إذ إن $R_i(t)$ تمثل معولية الجهاز $i$ عند الزمن $t$ .

بشرط أن تكون عطلات المركبات مستقلة فيما بينها .

تكون معولية المنظومة إذا كان العطل لجميع المركبات يخضع :

أ- للتوزيع الأسي *exponential dist.* :

$$R_S(t)=\prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda_i t} \quad \Rightarrow \quad R_S(t)=e^{-\lambda_S t} \quad where \quad \lambda_S=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i$$

ب- لتوزيع ويبل *Weibull dist.* :

$$R_S(t)=\prod_{i=1}^{n} exp\left[-\left(\frac{t}{\theta_i}\right)^{\beta_i}\right] \Rightarrow \quad R_S(t)=exp\left[-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t}{\theta_i}\right)^{\beta_i}\right] and \quad \lambda(t)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\beta_i}{\theta_i}\left(\frac{t}{\theta_i}\right)^{\beta_i-1}$$

<u>مثال-10</u>- منظومة تحتوي على أربعة مركبات مستقلة ومتماثلة تتوزع توزيعاً أسـ ياً مرتبطـ ـة علـ ى التوالي ، إذا علمت إن $R_S(100) = 0.95$ . أوجد متوسط زمن العطل *MTTF* للجهاز الواحد.

<u>الحل</u>-

$$R_S(100)=e^{-100\lambda_S}=0.95 \quad \Rightarrow \quad \lambda_S=\frac{ln\,0.95}{-100}=0.0005129$$

$$\lambda=\frac{0.0005129}{4}=0.000128$$

$$MTTF=\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{0.000128}=7812.5$$

<u>مثال-11</u>- منظومة تحتوي على أربعة مركبات مرتبطة على التوالي كل واحـ ـدة لهـ ـا توزيـ ـع ويبـ ـل ومعلماتها كما مثبتة في الجدول أدناه :

| Component | Scale parameter | Shape parameter |
|---|---|---|
| 1 | 100 | 1.20 |
| 2 | 150 | 0.87 |
| 3 | 510 | 1.80 |
| 4 | 720 | 1.00 |

أوجد معولية المنظومة عند الزمن $t = 10$ .

<u>الحل</u>-

$$R_S(t)=exp\left[-\left(\left(\frac{t}{100}\right)^{1.20}+\left(\frac{t}{150}\right)^{0.87}+\left(\frac{t}{510}\right)^{1.80}+\left(\frac{t}{720}\right)\right)\right]$$

$$R_S(10)=exp\left[-\left(\left(\frac{10}{100}\right)^{1.20}+\left(\frac{10}{150}\right)^{0.87}+\left(\frac{10}{510}\right)^{1.80}+\left(\frac{10}{720}\right)\right)\right]=0.8415$$

<u>ملاحظة</u> : إذا إرتبطت $n$ من المركبات على التوالي وكل مركبة عطلها يتوزع توزيع ويبـ ـل بحيـ ـث $\beta$ تكون ثابتة للتوزيع و $\theta$ تكون مختلفة ( أي ظهور $\theta_i$ ) ، وعليه فإن :

$$R(t)=exp\left[-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right] \quad where \quad \theta=\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\theta_i}\right)^{\beta}\right]^{-\frac{1}{\beta}}$$

<u>مثال-12</u>- محرك نفاث *Jet engine* يتألف من خمسة مركبات مرتبطة على التوالي وكل مركبة لهـ ـا توزيع ويبل للعطل بحيث :

$\theta_5 = 9300$ , $\theta_4 = 4780$ , $\theta_3 = 5850$ , $\theta_2 = 7200$ , $\theta_1 = 3600$ و $\beta = 1.5$

أوجد *MTTF* ، و دالة معولية المحرك .

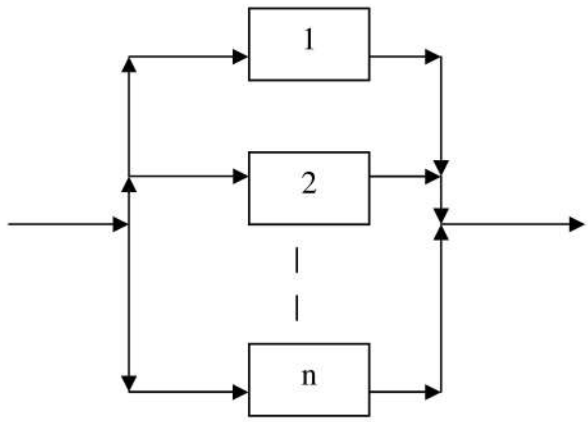
<u>الحل</u>-

$$\theta=\left[\left(\frac{1}{3600}\right)^{1.5}+\left(\frac{1}{7200}\right)^{1.5}+\left(\frac{1}{5850}\right)^{1.5}+\left(\frac{1}{4780}\right)^{1.5}+\left(\frac{1}{9300}\right)^{1.5}\right]^{-\frac{1}{1.5}}=1842.7$$

$$MTTF=\theta.\Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)=1842.7*\Gamma\left(\frac{1}{1.5}+1\right)=1842.7*0.9033=1664.5$$

$$R_S(t)=exp\left[-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}\right]=exp\left[-\left(\frac{t}{1842.7}\right)^{1.5}\right] \quad , \quad t\geq 0$$

3- <u>الـ ـربط علـ ـى التـ ـوازي *Parallel configuration*</u> : ويـ ـسمى أيـ ـضاً الـ ـربط الفـ ـائض *Redundante* ، وفي هذا الربط فإن أي عطل في أي مركبة لا يـ ـؤدي بالتـ ـالي إلـ ـى عطـ ـل المنظومة ككل التي تنتمي إليها هذه المركبة . وإن إشتغال أي من هذه المركبات تـ ـؤدي إلـ ـى إستمرار إشتغال المنظومة ، وبمعنى آخر إن عطل أي منظومة بكاملها يتأتى فقط نتيجة لعطـ ـل جميع مركباتها في آنٍ واحد . والمخطط التاي يمثل إسلوب الربط :




وإن معولية المنظومة $R_S(t)$ عند الزمن $t$ لهذا الربط تكون :

$$R_S(t)=1-\prod_{i=1}^{n}(1-R_i(t))$$

إذ إن $R_i(t)$ تمثل معولية الجهاز $i$ عند الزمن $t$ .

وبشرط أن تكون عطلات المركبات مستقلة فيما بينها .

أما معولية المنظومة إذا كان العطل لجميع المركبات يخضع للتوزيع الأسي :

$$R_S(t)=1-\prod_{i=1}^{n}(1-e^{-\lambda_i t})$$

إذ إن $\lambda_i$ تمثل نسبة العطل للمركبة $i$ .

<u>مثال-13</u>- منظومة تتكون من مركبتين مربوطتين على التوازي بتوزيع أسي ، أوجد متوسط زمن العطل للمنظومة .

<u>الحل</u>-

$$R_S(t)=1-\prod_{i=1}^{n}(1-e^{-\lambda_i t})=1-(1-e^{-\lambda_1 t})(1-e^{-\lambda_2 t})=e^{-\lambda_1 t}+e^{-\lambda_2 t}-e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}$$

$$MTTF=\int_0^\infty R_S(t)dt=\int_0^\infty\left(e^{-\lambda_1 t}+e^{-\lambda_2 t}-e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}\right)dt=\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}-\frac{1}{\lambda_1+\lambda_2}$$

<u>مثال-14</u>- مركبتان مستقلتان ومتماثلتان مربوطتان على التوازي لها توزيع أسي إذا رغبنا أن تكون $R_S(1000)=0.95$ ، أوجد متوسط زمن العطل $MTTF$ للمركبة وللمنظومة .

<u>الحل</u>-

$$R_S(1000)=1-(1-e^{-1000t})(1-e^{-1000t}) \quad\Rightarrow\quad 0.95=2e^{-1000\lambda}-e^{-2000\lambda}$$

$$Let \quad e^{-1000\lambda}=X \quad\Rightarrow\quad X^2-2X+0.95=0$$

$$either \quad X=1.223606798 \quad\Rightarrow\quad \lambda=-0.000201802 \quad neglicted$$

$$or \quad X=0.776393202 \quad\Rightarrow\quad \lambda=0.000253096$$

$$MTTF=\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{0.000253096}=3951$$