1.1- السعة الكهربائية (Electric Capacitance)

الجهد الكهربائي لموصل كروي معزول في الفراغ هو

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{q}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

اذا ان q تمثل الشحنة الموضوعة على الجسم الكروي الذي نصف قطره R . ويمكن كتابة هذه المعادلةبالشكل الاتي

$$q = (4\pi\varepsilon_0 R)V$$

اذ يتضح ان الشحنة التي يحملها الموصل الكروي تتناسب طرديا مع جهده الكهربائي. وقد اثبتت التجارب ان هذه النتيجة تنطبق على كافة الموصلات المشحونة مهما كانت اشكالها . ومن ذلك يتبين انه يمكن زيادة الشحنة الموضوعة على اي موصل فيرتفع بذلك جهده . ولكن هذه الزيادة اذا استمرت فأنها ستؤدي الى ارتفاع الجهد الى الحد الذي يحدث عنده التفريغ الكهربائي . ويمكن تشبيه ذلك بضخ الغاز في اناء ذو حجم معين ، فكلما زادت كمية الغاز التي تضخ في الاناء كلما زاد ضغط الغاز حتى يصل الى درجة من الارتفاع يؤدي الى انفجار الاناء .

اما مقدار الزيادة في الشحنة التي توضع على الموصل والتي تسبب زيادة معينة في جهده او بمعنى اخر نسبة الشحنة الى الفولتية ، فانها تعتمد على شكل الموصل وحجمه كما تعتمد على الموصلات المشحونة الاخرى المتواجدة في المنطقة المجاورة . فكما ان عدد جزيئات الغاز التي يمكن ضخها في الاناء تعتمد على كل من ضغط الغاز وعلى حجم الاناء ، كذلك نجد ان الشحنة التي توضع على الموصل تعتمد على كل من جهده وسعته الكهربائية .

تعرف سعة الموصل بأنها نسبة كمية الشحنة التي يحملها الموصل الى جهده الكهربائي .

اي ان

$$C = \frac{q}{V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

ومن المعادلتين (15 & 14) نجد ان السعة لكرة موصلة معزولة في الفراغ تساوي

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

من المعادلة (15) تظهر لنا وحدات السعة والمسماه فاراد (Farad) وهي (كولوم / فولت)

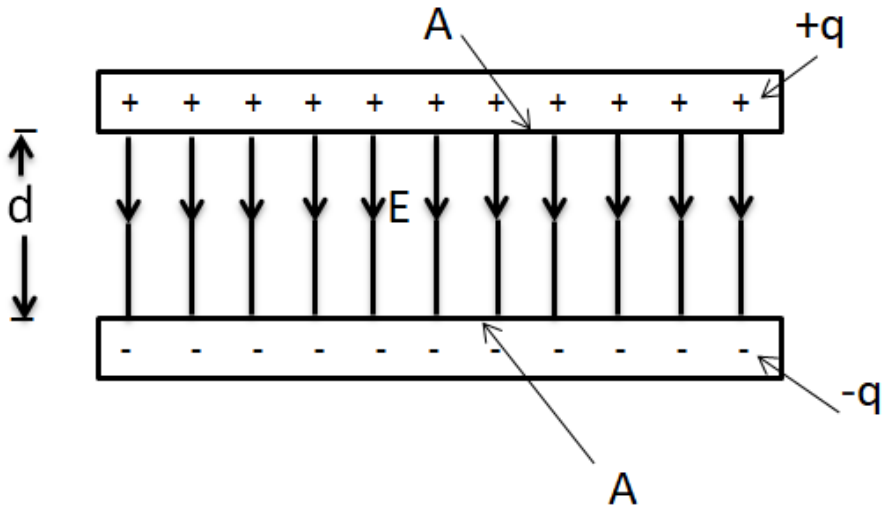
$$1F = \frac{1C}{1V}$$

وهذا يعني ان السعة تساوي فاراد واحد اذا احتاجت المتسعة الى شحنة مقدارها كولوم واحد لرفع فرق الجهد بين طرفيها بمقدار فولت واحد .

تعتمد قيمة السعة على الشكل الهندسي للوحي المتسعة وعلى المسافة الفاصلة بين اللوحين وعلى نوع الوسط العازل بينهما الا اننا سناخذ اولا الحالة الخاصة التي يكون فيها الوسط الفاصل بين اللوحين الهواء .

- **حساب السعة الكهربائية لمتسعة ذات اللوحين المتوازية**

من الملاحظ انة من التسمية يتضح لنا انها عبارة عن لوحين متوازيين يفصل بينهما طبقة رقيقة من مادة عازلة او (فراغ). ويتم شحن المتسعة بان يربط اللوحين الى قطبي بطارية كهربائية فيكتسب اللوح المتصل بالقطب الموجب شحنة موجبة اما اللوح الاخر فيكتسب شحنة سالبة مساوية في مقدارها الشحنة الموجبة . والشكل (9) يبين متسعة من هذا النوع احد لوحيها يحمل شحنة قدرها $+q$ والاخر $-q$ ومساحة كل منهما A ويفصلهما الفراغ . واذا كانت المسافة بين اللوحين d صغيرة مقارنة مع ابعاد اللوحين ، فان المجال الكهربائي بين اللوحين يمكن اعتباره منتظماً . وبذلك تكون خطوط القوة الكهربائية متوازية ومتساوية البعد عن بعضها البعض (عدا المنطقة المحيطة بحافات اللوحين حيث تكون الخطوط منحنية والمجال غير منتظم) .



شكل (9)

ان مقدار شدة المجال الكهربائي بين لوحين متوازيين يساوي

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 A} \qquad \text{.....} \qquad (17)$$

حيث ان (σ) هي الشحنة لوحدة المساحة مقاسة بالكولوم لكل متر مربع

وبما ان المجال الكهربائي بين اللوحين منتظم فان فرق الجهد بينهما هو

$$V = Ed = \frac{q}{\varepsilon_0 A} d \qquad \text{.....} \qquad (18)$$

لذا فان سعة المتسعة ذات اللوحين المتوازيين تصبح

$$C = \frac{q}{V} = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \qquad \text{.....} \qquad (19)$$

ومن هذه المعادلة نلاحظ ان السعة مقدار ثابت لمتسعة معينة لا تعتمد على شحنة النتسعة . بل تتناسب طردياً مع مساحة اللوحين وعكسياً مع المسافة بينهما .

مثال3

كم متراً مربعاً تحتاج من الصفائح المعدنية لصنع متسعة ذات لوحين متوازينين سعتها فاراد واحد بحيث يكون سمك الطبقة الهوائية الفاصلة بين لوحيها ملليمتراً واحد ؟

الحل:

يمكن حساب مساحة كل لوح من المعادلة (19) فينتج

$$A = \frac{Cd}{\varepsilon_0} = \frac{(1F)(1 \times 10^{-3}m)}{8.85 \times 10^{-12}C^2N^{-1}m^{-2}}$$

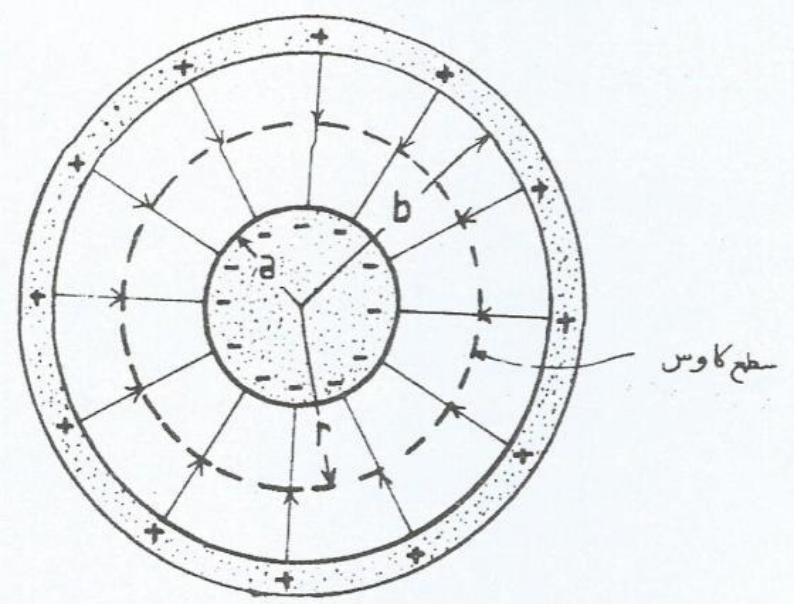
$$= 1.13 \times 10^8 m^2$$

$$= 113km^2$$

ومن الطبيعي ان نحتاج ضعف هذه المساحة لعمل لوحي المتسعة . ان هذا العدد الكبير لمساحة اللوح ان دل على شيء فأنما يدل على ان الفاراد وحدة كبيرة جداً للاغراض العملية ، ولهذا يفضل استخدام المايكروفاراد والبيكوفاراد .

- **حساب السعة الكهربائية للمتسعة الاسطوانية**

تتكون المتسعة الاسطوانية من اسطوانتين متحدتي المحور طولهما (l) نصف قطر الاسطوانة الداخلية (a) ونصف قطر السطح الداخلي للاسطوانة الخارجية (b) ويفترض ان يكون طول المتسعة كبيراً لكي يمكن اهمال التشوية الحاصل في المجال الشعاعي عند نهايتي المتسعة عند حساب السعة. الشكل (10) يبين مقطعاً لهذه المتسعة الاسطوانية .



شكل (10)

لحساب السعة نفترض ان شحنة قدرها q– وضعت على الاسطوانة الداخلية وشحنة اخرى q+ وضعت على الاسطوانة الخارجية ، عندئذ ينشأ بينهما مجال كهربائي شعاعي . ويمكن ايجاد شدة المجال باستخدام قانون كاوس المتمثل بالمعادلة

$$\oint E^{\rightarrow} ds^{\rightarrow} = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad \text{.....} \qquad (20)$$

نختار سطحاً كاوسياً بشكل اسطوانة متحدة المحور نصف قطرها (r) وطولها (l) . وهنا نلاحظ عند تطبيق قانون كاوس ان المجال يكون موازياً للنهاتين المستويتين للاسطوانة وعمودياً على الجزء الاسطواني من سطح كاوس . لذا ينتج

$$E(2\pi l) = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad \text{or} \qquad E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 rl}$$

اما المجال فيكون شعاعياً ومتجهاً من الاسطوانة الخارجية الموجبة نحو الاسطوانة الداخلية السالبة. ولايجاد فرق الجهد بين اللوحين الاسطوانين للمتسعة نستخدم المعادلة

$$V = V_a - V_b = -\int_a^b E^{\rightarrow} d^{\rightarrow} = -\int_a^b E\cos 180^{\circ} dl = \int_a^b E\, dl$$

اذ ان المسار يمتد من الاسطوانة الداخلية الى الاسطوانة الخارجية وبالاتجاه الشعاعي اي عكس اتجاه المجال . لذا تصبح الزاوية بينهما 180 وباستبدال عنصر المسار dl بالعنصر الشعاعي للمسار dr وبالتعويض عن قيمة E نحصل على فرق الجهد .

$$V = \int_a^b E\, dr = \int_a^b \frac{q}{2\pi\epsilon_0 l}\frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l} ln\frac{b}{a}$$

ومما يلاحظ ان $dr = dl$ في هذه الحالة وذلك لان كلاهما يمتد بالاتجاه نفسه . واخيراً يمكن حساب السعة من قسمة الشحنة على فرق الجهد اي ان

$$C = \frac{q}{V} = \frac{2\pi l\varepsilon_0}{\ln(\frac{b}{a})} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (21)$$

مثال4

احسب سعة متسعة اسطوانية طولها متراً واحداً ، اذا علمت ان قطري الاسطوانتين الداخلية والخارجية هما 3.0 cm، 10 cm على الترتيب والهواء يعزل احدى الاسطوانتين عن الاخرى .

الحل:

بالتعويض عن قيمة $l = 1m$,a=1.5cm , b=5cm في المعادلة (21) نحصل على السعة .

$$C = \frac{2\pi l \varepsilon_0}{\ln(\frac{b}{a})}$$

$$= \frac{2\pi \times 1 \times 8.85 \times 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2}}{ln\frac{5}{1.5}}$$

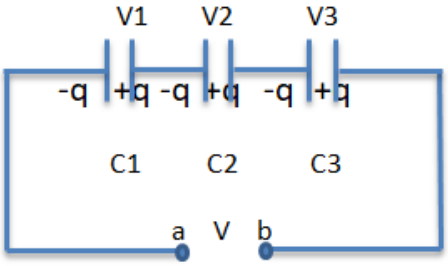
= 46 pF

1.2- توصيل المتسعات

كثيراً ما تتطلب الدوائر الكهربائية العملية توصيل عدد من المتسعات بشكل من الاشكال لتحقيق غرض معين . فأما ان توصل توصيلاً يقوم على التوالي او على التوازي واحياناً توصل بكلتا الطريقتين معاً .

a.1.9 – توصيل المتسعات على التوالي (Capacitors in series)

لنفرض ان ثلاث متسعات سعتها C_3 , C_2 , C_1 متصلة على التوالي كما مبين بالشكل (11) .



الشكل (11)

لحساب السعة المكافئة (C) لهذه المجموعة من المتسعات ، نفرض ان طرفي المجموعة قد ربط الى بطارية . فنتج فرق جهد بين النقطتين a و b قدره V عندئذ تكتسب كافة الواح المتسعات المتصلة بهذه الطريقة الموضحة في الشكل (11) نفس المقدار من الشحنات q ومن المعادلة (21) نستطيع ان نجد فرق الجهد بين طرفي كل من المتسعات الثلاثة .

$$V_1 = \frac{q}{C_1}, \quad V_2 = \frac{q}{C_2}, \quad V_3 = \frac{q}{C_3}$$

وحيث ان

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\text{اذن} \quad V = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

$$\text{اي ان} \quad \frac{V}{q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

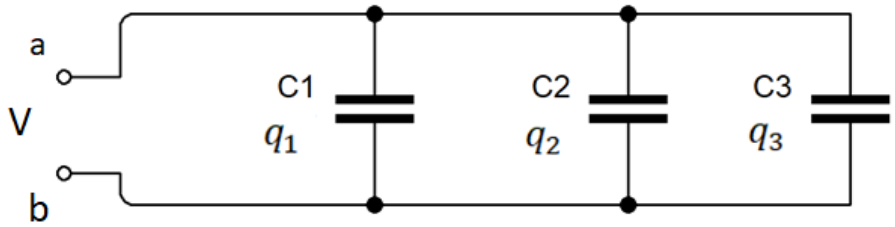
بيد ان السعة المكافئة (C) لمجموعة المتسعات هذه تعرف بانها سعة تلك المتسعة التي تحمل شحنة المجموعة نفسها (اي q) عندما يكون فرق الجهد نفسة (V) مسلطاً عليها ، اي $C = \frac{q}{V}$

لذا

$$\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{C}} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{C_1}} + \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{C_2}} + \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{C_3}} \qquad \text{.....} \qquad (22)$$

b.1.9 – توصيل المتسعات على التوازي (Capacitors in parallel)

لحساب السعة المكافئة للمجموعة المكونة من المتسعات C_1, C_2, C_3 المتصلة على التوازي كما مبين في الشكل (12) نفرض ان طرفي المجموعة قد ربطا الى بطارية فنتج فرق جهد بين النقطتين a وb قدرة V عندئذ يكون فرق الجهد عبر كل من المتسعات الثلاثة نفسه . وباستخدام العلاقة $q = CV$ نستطيع ان نجد شحنة كل من المتسعات الثلاث.



شكل (12)

$$q_1 = C_1V\ , \qquad q_2 = C_2V\ ,\ q_3 = C_3V$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3 \Longrightarrow \quad q = C_1V + C_2V + C_3V$$

$$\frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3$$

لكن السعة المكافئة لمجموع المتسعات تساوي $C = \frac{q}{V}$

لذا

$$\boldsymbol{C = C_1 + C_2 + C_3} \qquad \text{.....} \qquad (23)$$

مثال5

متسعتان متصلتان على التوالي سعتهما $2.00\mu F$, $4.00\mu F$ سلط عليهما فرق جهد قدره 150V

(أ) احسب شحنة وفرق جهد كل من المتسعتين .

(ب) اذا عزلت المتسعتان عن بعضهما وعن مصدرالفولتية المسلطة ووصل لوحاهما الموجبان معاً وكذلك لوحاهما السالبان . فما مقدار الشحنة وفرق جهد كل من المتسعتين ؟

الحل:

(أ) ان السعة المكافئة لمجموعة المتسعتين على التوالي تساوي

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1+C_2}{C_1C_2} \Longrightarrow C = \frac{2\times4}{2+4} = \frac{8}{6} = 1.33\mu F$$

ومنها نجد الشحنة الكلية للمتسعتين

$$q = CV = 1.33 \times 150 = 200\mu F$$

وهذا يعني ان

$$q_1 = q_2 = 200\mu F$$

والان يصبح بالامكان حساب الفولتية عبر كل من المتسعتين

$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{200}{2} = 100V$$

$$V_1 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{200}{4} = 50V$$

(ب) ان السعة المكافئة لمجموعة المتسعتين ستصبح

$$C` = C_1 + C_2 = 2 + 4 = 6\mu F$$

وذلك لان التوصيل اصبح قائماً على التوازي في هذه الحالة . كما ان الشحنة الكلية التي تحملها المتسعتان ستساوي .

$$q` = q_1 + q_2 = 200 + 200 = 400\mu C$$

وعلية تصبح الفولتية عبر كل من المتسعتين

$$V` = \frac{q`}{C`} = \frac{400}{6} = 66.7V$$

اي ان $V_1` = V_2` = 66.7V$

اما الشحنة التي ستستقر على كل من المتسعتين فتساوي

$$q_1` = C_1 V_1` = 2 \times 66.7 = 133\mu C$$

$$q_2` = C_2 V_2` = 4 \times 66.7 = 267\mu C$$