<u>DWE 2305</u> Fluid mechanics (3,2,1,2) :

Designation as a 'required' or 'elective' course:
This is a required course for the D.W.R Engineering Program.

Course Description:
Fundamental concepts. Properties of fluids. Fluid Statics. Momentum and energy equations, applications. Bernoulli equation, applications. Dimensional analysis and similitude. Introduction to viscous flows. Internal flows, laminar and turbulent flows. Head loss and friction factor. Flow over immersed bodies (external flow).

Textbook:
Fluid Mechanics,
Streeter……

Prerequisites:
DWE 1203 Physics 1
DWE 1202 Calculus-II

Course Topics:

1. *Introduction,*
2. *Properties of fluids*
3. *Fluid in static pressure*
4. *Hydrostatic force on submerged surface*
5. *Acceleration fluids mass*
6. *Liquid in motion*
7. *Rate of change of momentum,*
8. *Energy and hydraulic grade lines*
9. *Pipes flow*
10. *Losses in flow of fluid*
11. *Friction factor in pipes*
12. *Simple pipe problems*
13. *Pipes in series and in parallel*
14. *Branch of pipes lines*
15. *Dimensional analysis and simulated*

Program and Course Outcomes:
The students should be able to define and describe the following basic properties of fluid such as relative density or specific density, viscosity, surface tension, atmospheric pressure as well as Newtonion and Non-Newtonion fluids.
2. The students will be able describe and define the hydrostatic forces on submerged surface, and calculate it.
8. The student will be able to identify the laminar and turbulent flow .

3. The students should demonstrate an understanding of the following concepts relating to fluid in motion: Quntiuity equation, Bernolli equation, Momentume concept

4. The student will be able to apply the fundemental concepts to problems of flow in pipes.

5. The student will be able to determine the losses of flow in pipes.

6. The students will learn the differences and similarities between pipe flow systems like, pipes in series, pipe in parallel and brach pipes and how solve these problems.

10. The student will be able to draw energy and hydraulic grade lines.

11. The students will be able to use the principales of simulation and dimentional analysis in design of model studies..

Lab.

Lab 1 Fluid Properties
Lab 2 Fluid Statics
Lab 3 Bernoulli Equation
Lab 4 Velocity Profiles
Lab 5 Sluice Gate
Lab 6 Conservation of Momentum
Lab 7 Drag Force
Lab 8 Weir Flow

CHAPTER ONE

الفصل الأول

خواص وخصائص المائع مع التعاريف

١ – ١ المقدمة

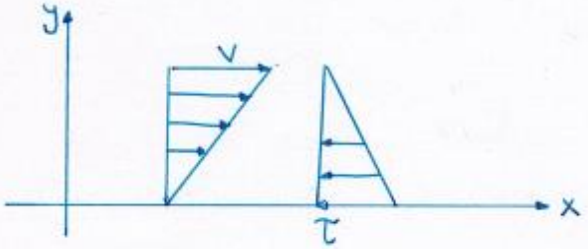
مكانيك الموائع هو علم يختص بدراسة الموائع من سوائل وغازات في حالتي السكون والحركة والقوى المؤثرة عليهما في الحالتين وتعتمد دراسة الموائع علـــى أســـلوب التحليـــل الرياضي أو على استخدام الطرق الوضعية ولهذا جاءت أهميه التجارب ألمختبريه والدراسات الميدانية ومن هذا المنطلق نجد أن هناك معاملات عديدة في المعادلات التي تستخدم في هـــذا العلم .

- تعريف علم الموائع : هو علم يختص بدراسة الموائع من سوائل وغـــازات فـــي حـــالتي السكون والحركة والقوى المؤثرة عليهما ويشمل المواد المائعة مثل الماء والهواء.
- تعريف المائع : هو المادة التي تتشوه باستمرار إذا تعرضت لأي إجهاد حتى لو كان هذا الإجهاد صغيرا.

ويمكن تقسيم المواد الموجودة في الطبيعة إلى نوعين هما :

١. المواد الصلبة : وهي التي تتميز بمرونتها والتماسك الكبير بين جزيئاتها.

٢. المواد المائعة : وتنقسم إلى جزئين الأول هي المواد السائلة والتي تتميـــز بعـــدم مقاومتها للاجهادات وان التماسك بين جزيئاتها قليل نسبيا ، والثاني هي المـــواد الغازية والتي يكون التماسك بين جزيئاتها قليل جدا .



١ – ٢ الأبعاد والوحدات

إن الأبعاد الاساسيه المستخدمة هي :

الكتلة (M) والقوه (F) والطول (L) والزمن (T) ويمكن تحويل الأبعاد من نظام (M – L – T) إلى نظام (F – L – T) بواسطة استخدام قانون نيوتن الثاني :

$$F = M \quad a$$

حيث أن :

a = التعجيل

M = الكتلة

وتوجد ثلاثة أنواع من الوحدات كما مبين أدناه :

الأبعاد الاساسيه	أنظمة الأبعاد		
	الوحدات الانكليزية	الوحدات المترية	الوحدات الدولية
الكتلة	السلاك Slug	الغرام Gram	كيلو غرام Kg
القوة	باوند Pound	الداين Dyne	نيوتن N
الطول	قدم foot	سنتيمتر cm	متر m
الزمن	ثانيه Second	ثانيه Second	ثانيه Second

وعند ربط الوحدات أعلاه بقانون نيوتن الثاني يكون ما يلي :

الوحدات	تعريف قانون نيوتن الثاني حسب كل نوع من الوحدات
الانكليزية	يكون قوه باوند واحد تعجل كتلة سلاك واحده قدم واحد كل ثانيه
المترية	يكون قوه داين واحد تعجل كتلة غرام واحده سنتيمتر واحد كل ثانيه
الدولية	يكون قوه نيوتن واحد تعجل كتلة كيلوغرام واحده متر واحد كل ثانيه

كما يجب ملاحظة أن التعجيل الأرضي ثابت تقريبا على سطح الأرض ويساوي بالوحدات الانكليزية (32.2 قدم / ثا^{٢}) ويساوي بالوحدات الدولية (9.81 م / ثا^{٢}) .

وفيما يلي التسميات المختارة للوحدات في النظام الـــدولي عنـــد تكبيرهـــا أو تـــصغيرها لعشرات المرات:

التسمية الدولية	العدد	التسمية الدولية	العدد
Millie (m)	10^{-3}	Giga (G)	10^{9}
Micro (μ)	10^{-6}	Mega (M)	10^{6}
Nano (n)	10^{-9}	Kilo (K)	10^{3}
Pico (p)	10^{-12}	Centi (C)	10^{-2}

أمثله محلوله /

مثال ١ / ما هي أبعاد المتغير f في المعادلة الآتية :

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

حيث أن hf و D و L بالبعد الطولي و V تمثل السرعة و g التعجيل الأرضي؟

الحل/

$$L, D, hf = L$$

$$V = \frac{L}{T}$$

$$g = \frac{L}{T^2}$$

$$L = f \frac{L}{L} \frac{L^2}{T^2\left(\frac{L}{T^2}\right)}$$

بحل المعادلة الاخيره أعلاه يظهر لنا أن f بدون وحدات.

مثال ٢ / اكتب قانون نيوتن الثاني للحركة وأعط أبعاد كل متغير فيه ؟

الحل /

$$F = M \quad a$$

$$F = Force = F \quad , \quad M = Mass = M \quad ,$$

$$a = \frac{L}{T^2}$$

محاضرة مساعدة - الفصل الاول

Ch. 1 Fundamentals

الفصل الاول : مفاهيم اساسية

اولاً : تعريف المائع

يقصد بالمائع (Fluid) السوائل والغازات .

وتتميز السوائل بانها تأخذ شكل الوعاء الذي توضع فيه .

بينما الغازات تأخذ شكل وحجم الوعاء الذي توضع فيه .

ويجب ملاحظة ان هناك سوائل لزوجة جداً مثل القار والعسل

لا تسيل بسهولة ويظن الشخص انها مواد صلبة لكنها من السوائل .

عليه ان الخاصية الاساسية التي تميز بها السوائل ان السائل يسيل

مهما بلغت لزوجته ولو بمعدل صغير ووقت طويل .

جدول (1-1) الفروق الأساسية بين المواد الصلبة والموائع

المادة الصلبة	السوائل
الجزيئات قريبة من بعضها	الجزيئات متباعدة من بعضها
توجد قوى جذب كبيرة بين الجزيئات مما يجعلها تحتفظ بشكلها	قوى الجذب قليلة
تحتاج إلى إجهاد معين قبل أن تبدأ السيولة	
ترجع إلى شكلها الأصلي عند إزالة الاجهادات المماسية	تتشوه تحت أقل إجهاد
	لا ترجع إلى شكلها الأصلي

جدول (1-2) مقارنة بين السوائل والغازات (الموائع)

الغازات	السوائل
الجزيئات بعيدة عن بعضها البعض	الجزيئات قريبة من بعضها البعض
سهولة قابليتها للانضغاط	غير قابلة للإنضغاط نسبياً
تتمدد بلا حدود عند إزالة الضغط الخارجي	قوى التماسك بين الجزيئات تمسكها مع بعضها مما لا يجعلها تتمدد بلا حدود
تتأثر الكثافة كثيراً بالتغير في الضغط والحرارة	تغير طفيف على الكثافة عند تغير الضغط والحرارة مع امكانية وجود سطح حر

ثانياً: الابعاد Dimensions

نعبر عن خواص المادة بثلاثة ابعاد اساسية هي:

الكتلة Mass (M)
والطول Length (L)
والزمن Time (T)

ويرمز لها بنظام (M-L-T)

وتسمى الابعاد المطلقة وهي بدون جاذبية

اما النوع الثاني من الابعاد تسمى الابعاد الهندسية وهي التي لها جاذبية وهي الطول L والقوة F والزمن T

ثالثاً: الوحدات units

تعرف الابعاد اعلاه بمجموعة من الوحدات والوحدات عدة انواع منها الفرنسية والانكليزية والعالمية

جدول 1-3 الأبعاد الأساسية والوحدات المختلفة في كل نظام

البعد	الرمز	الدولية	الطوكية	الانكليزية
الكتلة	M	Kg	gm	slug
الطول	L	m	cm	ft
الزمن	T	s	s	s

فمثلا لو اخذنا قانون نيوتن :

$$F = M \cdot a$$

حيث ان :

F = القوه M = الكتله a = التعجيل

ولو فرضنا تطبيق القانون على جسم سيقط سقوط حر عليه

$$a = g \text{ (التعجيل الارضي)}$$

$$\therefore W = Mg$$

الوحدات			الابعاد	القانون
الدوليه	الانكليزيه	الفرنسيه		
$N = kg \cdot \frac{m}{sec^2}$	$Pound = slug \cdot \frac{ft}{sec^2}$	$Dyne = g_m \cdot \frac{cm}{sec^2}$	$F = M \cdot \frac{L}{T^2}$	$W = M \cdot g$
نيوتن ، كيلوغرام	باوند بريزله (lb) ، سلاگ	داين ، غرام		
S.I unit	Poundal	Dyne		

ملاحظه / في جميع انظمه الوحدات الزمن يقاس بالثانيه والاختلاف يكون في وحدات قياس (القوة ، الكتله ، الطول).

EX. No. 1 Determine the Dimensions and units for following quantities:

المقادير	الرموز (تعريفها)	الابعاد	الوحدات
PV^2	$P=$ الضغط	$\frac{F}{L^2} \cdot \left(\frac{L}{T}\right)^2$	$\frac{N}{m^2}\left(\frac{m}{sec}\right)^2$
$\rho g h Q$	$V=$ السرعه	$\frac{M}{L^3}\left(\frac{L}{T^2}\right)(L)\frac{L^3}{T}$	$\frac{kg}{m^3}\left(\frac{m}{sec^2}\right)(m)\left(\frac{m^3}{sec}\right)$
$\frac{V^2}{2g}$	$g=$ التعجيل		
	$h=$ الارتفاع	$\frac{1}{2}\frac{L}{T^2}\left(\frac{L}{T}\right)^2$	$\frac{1}{2}\frac{m}{sec^2}\left(\frac{m}{sec}\right)^2$
	$Q=$ التصريف		
	$\rho=$ كثافه كتلية		S. I. unit

خواص الموائع

لمعرفة الموائع لابد من دراسة خواصها :

١- الكثافة الكتلية Mass Density (ρ)

$$(\text{رو})\ \rho = \frac{\text{Mass}}{\text{Volume}} = \frac{M}{V} = \frac{Kg}{m^3} = \frac{Slug}{ft^3} = \frac{gm}{cm^3}$$

المعادلة — وحدات S.I. unit — وحدات انكليزية — وحدات فرنسية

ويمكن حساب كمية تسمى (الحجم النوعي)(Specific Volume) :

$$v = \frac{1}{\rho} \quad \left(\frac{m^3}{Kg}\right)$$

٢- الكثافة الوزنية Weight Density (γ)

$$(\text{كاما})\ \gamma = \frac{\text{Weight}}{\text{Volume}} = \frac{W}{V} = \frac{N}{m^3} = \frac{\text{Pound}}{ft^3} = \frac{\text{Dyne}}{cm^3}$$

المعادلة — S.I. unit — انكليزية — فرنسية

ان العلاقة بين الكثافة الوزنية والكتلية تحدد من خلال معادلة نيوتن :

$$\gamma = \rho \cdot g$$ (معادلة مهمة)

ويمكن كتابة قيم الكثافة الوزنية والكتلية للماء كالاتي :

$$\gamma_w = 9.81\ KN/m^3 = 9810\ N/m^3$$ (S.I. unit)

$$\gamma_w = 62.4\ \frac{lb}{ft^3}$$ (نظام انكليزي)

$$\rho_w = 1000\ \frac{Kg}{m^3}$$ (S.I. unit)

$$\rho_w = 1.94\ \frac{slug}{ft^3}$$ (نظام انكليزي)

Ex. No. 2 Find the mass density for water?

Sol^n. $\gamma_w = 9.81\ KN/m^3$

$$\gamma_w = \rho_w \cdot g \Rightarrow 9.81 \times 10^3\ \frac{N}{m^3} = \rho_w \times 9.81\ \frac{m}{sec^2}$$

$$\therefore \rho_w = \frac{9.81 \times 10^3\ N/m^3}{9.81\ \frac{m}{sec^2}} = 1000\ \frac{N \cdot sec^2}{m^4} = 1000\ \frac{Kg}{m^3}$$

Hint $\frac{Kg}{m^3} = \frac{N \cdot sec^2}{m^4}$

r.d — Relative Density ٣- الكثافة النسبية

النسبة بين الكثافة الوزنية او الكتلية لاي سائل نسبة للكثافة النسبية او الوزنية للماء . وهي كمية عديمة الابعاد .

$$r.d = \frac{\gamma_i}{\gamma_w} = \frac{\rho_i}{\rho_w}$$

Ex. No. 3 Find the weight and mass Density For Mercury?

Soln.

$$r.d = \frac{\gamma_{Hg}}{\gamma_w} \Rightarrow 13.55 = \frac{\gamma_{Hg}}{9.81 \frac{KN}{m^3}}$$

$$\therefore \gamma_{Hg} = 13.55 \times 9.81 \frac{KN}{m^3} = 133 \frac{KN}{m^3}$$

$$r.d = \frac{\rho_{Hg}}{\rho_w} \Rightarrow 13.55 = \frac{\rho_{Hg}}{1000 \frac{kg}{m^3}}$$

$$\therefore \rho_{Hg} = 13.55 \times 1000 \frac{kg}{m^3} = 13550 \frac{kg}{m^3}$$

٣- الكثافة النسبية Relative Density $\boxed{r.d}$

النسبة بين الكثافة الوزنية او الكتلية لاي سائل نسبة للكثافة النسبية او الوزنية للماء . وهي كمية عديمة الابعاد .

$$r.d = \frac{\gamma_i}{\gamma_w} = \frac{\rho_i}{\rho_w}$$

Ex. No. 3 Find the weight and mass Density For Mercury?

Soln.

$$r.d = \frac{\gamma_{Hg}}{\gamma_w} \Rightarrow 13.55 = \frac{\gamma_{Hg}}{9.81 \frac{KN}{m^3}}$$

$$\therefore \gamma_{Hg} = 13.55 \times 9.81 \frac{KN}{m^3} = 133 \frac{KN}{m^3}$$

$$r.d = \frac{\rho_{Hg}}{\rho_w} \Rightarrow 13.55 = \frac{\rho_{Hg}}{1000 \frac{kg}{m^3}}$$

$$\therefore \rho_{Hg} = 13.55 \times 1000 \frac{kg}{m^3} = 13550 \frac{kg}{m^3}$$

(٤) الانضغاطية Compressibility $\boxed{K}$

تتأثر المائع بأي ضغط خارجي يؤثر عليه وتعرف الانضغاطية بدلالة متوسط معامل المرونة الحجمي $(\bar{K})$ وحسب المعادلة الآتية:

$$\bar{K} = -\frac{(P_2 - P_1)}{\frac{V_2 - V_1}{V_1}} = E$$

حيث ان:

P_2, P_1 = الضغط القديم والجديد

V_2, V_1 = الحجم قبل وبعد تسليط الضغط الجديد

ويمكن كتابة المعادلة اعلاه بدلالة الكثافة الكتلية كما يأتي:

$$\bar{K} = +\frac{\Delta P}{\frac{\Delta \rho}{\rho_1}} = E$$

ويمكن كتابتها بدلالة الكثافة الوزنية:

$$E = \frac{\Delta P}{\Delta \gamma / \gamma_1}$$

اما الانضغاطية هي مقلوب معامل المرونة اعلاه:

$$K = \frac{1}{\bar{K}} \quad \frac{N}{m^2}$$

Ex. No. 4 The Volume of cylinder is 1 litter at Pressure of $1\ M\frac{N}{m^2}$, the Pressure increcing to become $2\ \frac{MN}{m^2}$ at Volume $995\ cm^3$ find the compressibility?

Soln.

$$K = \frac{1}{\bar{K}}$$

$$\bar{K} = -\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V_1}} = -\frac{(2-1)\times 10^{6}\ \frac{N}{m^2}}{\frac{(995-1000)\,cm^3}{1000\ cm^3}} = +200\ MPa$$

$$\therefore K = \frac{1}{\bar{K}} = \frac{1}{200\times 10^{6}}\ Pa^{-1}$$

⑤ ضغط البخار Vapour Pressure

يبدأ السائل بالغليان عند تساوي ضغط بخار السائل مع الضغط الخارجي المؤثر على سطح المائع.

⑥ اللزوجة Viscosity $\boxed{\mu, \nu}$

اللزوجه هي مقياس لمقاومه الانسياب وتوجد بنوعين:

(A) اللزوجه الديناميكيه μ

$$\mu = -\frac{\tau}{\frac{dv}{dy}} = -\frac{\text{اجهاد القص}}{\text{معدل تغير السرعه}}$$

وحداتها: $\frac{N.sec}{m^2} = \frac{Kg}{m.sec}$

$$10\ Poise = \frac{Kg}{m.sec}$$

(B) اللزوجه الكينماتيه ν

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$$10^{4}\ stoke = \frac{m^2}{sec}$$

The *specific weight* γ of a fluid is its weight per unit volume. Thus,

$$\boxed{\gamma = \rho g \text{ (in units of N/m}^3\text{)}}$$

The standard value of acceleration due to gravity is 9.806 m/s^2 and is usually taken as 9.81 m/s^2. At standard temperature (20°C) and pressure (1 atmospheric pressure or 760 mm of mercury), the density of water is 998 kg/m^3. Thus, the specific weight of water (at 20°C and 1 atmospheric pressure) is $\gamma = 998 \times 9.81 = 9790$ N/m^3 = 9.79 kN/m^3.

Relative Density (RD) of a fluid is the ratio of its density to that of pure water at standard conditions. Hence it is dimensionless. Thus,

$$\text{RD} = \frac{\text{Density of substance}}{\text{Density of pure water at standard temperature and pressure}}$$

$$= \frac{\text{Density of the substance (kg/m}^3\text{)}}{998\text{ (kg/m}^3\text{)}} \text{ at } 20°\text{C}$$

The term *specific gravity* used in CGS and FPS units is the same as relative density.

If the relative density of a liquid is 0.850, it means that its density is $0.850 \times 998 = 848.3$ kg/m^3 at 20°C.

Commonly used values of approximate relative densities in fluid flow calculations are 1.0 and 13.6 for water and mercury respectively. When no other information is available, the following standard values (corresponding to 20°C and standard atmospheric pressure) are used:

Item	*water*	*Air*
Density ρ	998 kg/m^3	1.205 kg/m^3
Relative density (RD)	1.00	1.204×10^{-3}
Specific weight γ	9790 N/m^3 (= 9.79 kN/m^3)	11.82 N/m^3

(Unless otherwise stated the above standard values for ρ and γ will be used in this book).

[*Note:* For approximate/quick calculations for water, $\rho = 1000$ kg/m^3 and $\gamma = 9.8$ kN/m^3 can be used].

1.3 PRESSURE

Pressure is the compressive stress on the fluid and is given by

$$\text{Pressure } p = \frac{\text{Force } F}{\text{Area } A} \text{ for uniform pressure}$$

$$= \frac{dF}{dA} \text{ for variable pressure}$$

The units are N/m^2 = Pa.

Other commonly used units are

kPa = kilo pascals = 1000 N/m^2

bar = 100 kPa = 10^5 N/m^2

Sometimes the pressure is expressed in terms of the height h of an equivalent column of fluid of density ρ. Thus,

$$\boxed{p = \rho g h = \gamma h} \tag{1.1}$$

$$\text{and } h \text{ (meteres of fluid)} = \frac{p}{\rho g} = \frac{p\ (\text{N/m}^2)}{\gamma\ (\text{N/m}^3)}$$

In such cases h is called the pressure head.

For example: (i) A pressure head of 5 m of water is equivalent to a pressure of

$$5.0 \times 9790 = 48950 \text{ Pa} = 48.95 \text{ kPa}$$

(ii) A pressure head of 3 cm of mercury = $h\gamma$

$$= \frac{3}{100} \times (13.6 \times 9790) \text{ Pa}$$

$$= 3994 \text{ Pa} = 3.994 \text{ kPa}$$

1.4 SHEAR STRESS AND VISCOSITY

While the pressure, a normal stress, is encountered in both fluid static and dynamic situations, the shear stress (τ) is encountered in the motion of all real fluids. The unit of shear stress is N/m^2 and is designated in Pa or kPa depending on the magnitude.

1.4.1 Viscosity

Viscosity is the resisting property of a fluid to shearing force. The shear stress τ is related to the deformation rate by the *Newton's law of viscosity*, as

$$\boxed{\tau = \mu \frac{du}{dy}} \tag{1.2}$$

where $\frac{du}{dy}$ = velocity gradient in the y direction and

μ = coefficient of viscosity.

The fluids which obey Newton's law of viscosity are known as *Newtonian fluids*.

The coefficient of viscosity μ (also known variously as coefficient of dynamic viscosity, absolute viscosity or simply viscosity) has the units

$$\mu = \frac{\tau}{(du/dy)} = \frac{\text{N/m}^2}{\left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{\text{m}}\right)} = \text{N.s/m}^2 = \text{Pa.s}$$

The ratio of the coefficient of dynamic viscosity to the density of the fluid is designated by Greek letter (nu) ν. Hence,

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\text{N.s/m}^2}{\text{kg/m}^3} = \frac{\text{kg.m}^{-1}\text{s}^{-1}}{\text{kg.m}^{-3}} = \text{m}^2/\text{s}$$

This term ν has the dimensions of $[L^2/T]$ and is known as *kinematic viscosity* of the fluid.

Sometimes the coefficient of dynamic viscosity μ is designated by *poise* (abbreviated as P) or *centipoise* (abbreviated as CP) where

$$1 \text{ poise} = 1\ \frac{\text{gm}}{\text{cm.s}} = \frac{1 \text{ dyne. second}}{\text{cm}^2}$$

$$= \frac{10^{-5}}{(10^{-2})^2}\ \frac{\text{N.s}}{\text{m}^2} = \frac{1}{10} \text{ Pa.s}$$

$$1 \text{ centipoise} = \frac{1}{100} \text{ poise} = \frac{1}{1000} \text{ Pa.s}$$

The kinematic viscosity ν is sometimes expressed in *stoke* or *centi stoke* where

$$1 \text{ stoke} = 1\ \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} = 1\,(10^{-2})^2\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}} = 10^{-4}\ \text{m}^2/\text{s}$$

$$1 \text{ centistoke} = \frac{1}{100} \text{ stoke} = 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$$

The coefficient of viscosity μ depends upon the temperature. Generally, for liquids the value of μ decreases with an increase in the temperature, and for gases the value of μ increases with an increase in the temperature.

Table 1.2 gives the viscosities of some commonly used fluids at 20°C and standard presssure.

1.5 SURFACE TENSION

A liquid forms an interface with a second liquid or gas. The surface energy per unit area of interface is known as *surface tension* or *coefficient of surface tension* σ. The most common interfaces and values of σ, for clean surface at 20°C, are:

$\sigma = 0.073$ N/m for air-water interface.

and $\sigma = 0.480$ N/m for air-mercury interface.

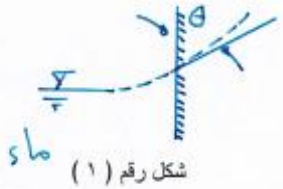
Note that the surface tension σ has the dimension of force/unit length (N/m).

When a liquid interface interacts with a solid surface, a contact angle θ is formed. For water-clean glass surface $\theta \approx 0°$ and for mercury-clean glass $\theta \approx 130°$.

Due to surface tension, pressure changes occur across a curved interface. The pressure difference between inside and outside of a curved surface Δp is related to the radius of curvature R and surface tension σ as:

Table 1.2 *Properties of Some Common Fluids at 20°C and 1 atm Pressure*

Fluids	*Density* ρ(kg/m^3)	*Dynamic viscosity* μ(Ns/m^2)	*Kinematic viscosity* ν(m^2/s)	*Surface tension* σ(N/m)	*Bulk modulus* K (N/m^2)
(a) Liquids					
Water	998	1.00×10^{-3}	1.00×10^{-6}	7.28×10^{-2}	2.19×10^{9}
Sea water	1025	1.07×10^{-3}	1.04×10^{-6}	7.28×10^{-2}	2.28×10^{9}
Petrol	680	2.92×10^{-4}	4.29×10^{-7}	2.16×10^{-2}	9.58×10^{8}
Kerosene	804	1.92×10^{-3}	2.39×10^{-4}	2.80×10^{-2}	1.43×10^{9}
Glycerine	1260	1.49	1.18×10^{-3}	6.33×10^{-2}	4.34×10^{9}
Mercury	13550	1.56×10^{-3}	1.15×10^{-7}	4.84×10^{-1}	2.55×10^{10}
SAE 10 oil	917	1.04×10^{-1}	1.13×10^{-4}	3.60×10^{-2}	1.31×10^{9}
SAE 30 oil	917	2.90×10^{-1}	3.16×10^{-4}	3.50×10^{-2}	1.38×10^{9}
Castor oil	960	9.80×10^{-1}	1.02×10^{-3}	3.92×10^{-2}	1.44×10^{9}
	ρ(kg/m^3)	μ(Ns/m^2)	ν(m^2/s)		Specific heat ratio, $k = C_p/C_v$
(b) Gases					
Air	1.205	1.80×10^{-5}	1.494×10^{-5}		1.40
Carbon dioxide	1.840	1.48×10^{-5}	0.804×10^{-5}		1.28
Hydrogen	0.084	0.90×10^{-5}	10.714×10^{-5}		1.40
Nitrogen	1.160	1.76×10^{-5}	1.517×10^{-5}		1.40
Methane	0.668	1.34×10^{-5}	2.000×10^{-5}		1.30
Oxygen	1.330	2.00×10^{-5}	1.504×10^{-5}		1.40
Water vapour	0.747	1.01×10^{-5}	1.352×10^{-5}		1.33

			ويعد الماء والهواء مثالين على الموائع المثالية.		
٧	الشد السطحي والخاصية الشعرية The surface tension and capillarity	σ	يحدث عندما تلامس السوائل السطوح الصلبة وناتج من التماسك والتلاصق بين الجزيئات ويوجد بحالتين : الحالة الأولى: عند كون قوة التماسك اقل من قوة التلاصق كما هي الحالة في الماء حيث يرتفع السائل إلى الأعلى والزاوية θ بين السطح الصلب وامتداد تقاطع سطح السائل (زاوية التماس) قد تكون صفرا إذا كان الزجاج نظيفا وكما مبين في الشكل رقم (١) . الحالة الثانية : عند كون قوة التماسك اكبر من قوة التلاصق كما هي الحالة في الزئبق حيث يتجه السائل إلى الأسفل ومقدار θ يساوي ١٣٠ درجة كما مبين في الشكل رقم (٢) .	$\frac{N}{m}$	 شكل رقم (١)  شكل رقم (٢) تحدث الخاصية الشعرية نتيجة لا د السطحي والقيمة النسبية للالتصاق بين السائل والجسم الصلب إلى تماسك السائل فالنفرض أن سائلا وضع في أنبوبة قطرها (r) (r يجب أن يكون اقل من 2.5 mm) نرى أن السائل يرتفع h . كما مبين في الشكل رقم (٣)  $h = \frac{2\,\sigma \cos\theta}{\gamma\, r}$ Where : σ = The Force of Surface tension

٤	الحجم النوعي Specific Volume	S.V	حجم المادة في وحدة ثقل	$\frac{L^3}{F}$	$\frac{M^3}{N}$ Where : $S.V = \frac{1}{\gamma}$
٥	الانضغاطية أو المرونة Elasticity	E	كل الموائع يقل حجمها عندما يسلط عليها الضغط وبهذه العملية تخزن طاقه مرنه ثم ترجع إلى حجمها الأصلي عندما يرفع عنها هذا الضغط المسلط لذا يوصف المائع على انه **وسط مرن**	$\frac{F}{L^2}$	$\frac{N}{m^2}$ كما يمكن حساب المرونة من معادلتين هي : A- $E = -\frac{dP}{\frac{dV}{V_O}} = -\frac{P_2 - P_1}{\frac{V_1 - V_O}{V_O}}$ أو : B- $E = \frac{dP}{\frac{d\gamma}{\gamma_O}} = \frac{P_2 - P_1}{\frac{\gamma_1 - \gamma_O}{\gamma_O}}$
٦	اللزوجة Viscosity وتوجد بنوعين هما : • اللزوجة الدينامية • اللزوجة الكينماتية	μ ν	هي الخاصية التي يمكن بواسطتها للمائع أن يقاوم اجتهادات القص وهي ناتجة عن تماسك الجزيئات مع بعضها البعض ومن تبادل الزخم بين الطبقات وتسمى هذه الموائع ذات اللزوجة العالية **بالموائع الحقيقية** أو اللزجة. أما الموائع التي لا لزوجة لها أو لها لزوجة قليلة جدا فتسمى **الموائع المثالية**. وبسبب تكون الاحتكاك بين طبقات المائع اللزج عند الجريان تحصل حالتين من الجريان : الأولى هي الجريان الطباقي وهي جريان المائع بدون امتزاج بين طبقاته والثاني هو الجريان الاضطرابي وهو جريان المائع حيث يحصل امتزاج دوامي بين طبقاته . ويعد العسل والقار مثالين على الموائع الحقيقية		• اللزوجة الدينامية : $\mu = \frac{\tau}{\frac{dv}{dy}}$ عليه الوحدات تكون لهذه الحالة: $\frac{N.S}{m^2}$ Or $\frac{Kg}{m.Sec}$ وان عشر هذه الكمية تسمى **بويز** $0.1 \frac{Kg}{m.\sec} = POICE$ • اللزوجة الكينماتية : $\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{m^2}{\sec}$ $10^{-4} . \frac{m^2}{\sec} = \text{stokes}$

٨	ضغط البخار	P_v	وهو الضغط الناتج من ضغط الجزيئات التي تترك سطح السائل بصورة مستمرة ويزداد بزيادة درجة الحرارة . إن حالة الغليان تحدث عندما يتساوى ضغط البخار مع الضغط الجوي ويعتمد على مقدار الضغط المحيط بالسائل ودرجة الحرارة.	$\frac{F}{m^2}$	$\frac{N}{m^2}$ فمثلا من اجل أن يغلي الماء بدرجة حرارة ٩٠ فأننا يجب أولا معرفة ضغط بخار الماء عند هذه الدرجة (وذلك من جداول خاصة) والذي يظهر لنا انه يساوي (70.1 Kpa) عليه ومن اجل أن يغلي الماء بهذه الدرجة يجب أن نرفع هذا الضغط إلى أن يصل لقيمة الضغط الجوي والذي يساوي (101.3 Kpa) أي أن قيمة الزيادة اللازمة تساوي (31.2 Kpa).

ملاحظات مهمة /

١ – إن الكثافة النسبية للماء تساوي (1) وللزئبق تساوي (13.55) أي إن الزئبق أثقل من الماء (13.55) مرة.

٢ – إن الكثافة الكتلية للماء تساوي ($1000\ Kg/m^3$) والكثافة الوزنية للماء تساوي ($9810\ N/m^3$) أو تساوي تقريبا ($10\ KN/m^3$) .

٣ – الجدول الأتي يبين قيم الشد السطحي لبعض السوائل عند درجة حرارة 20C :

السائل	قيم الشد السطحي σ
الماء	0.073
الزئبق	0.51
النفط الخام	0.03
البنزين	0.029

٤ – يمكن المقارنة بين الموائع الحقيقية والمثالية من خلال الشكل الأتي:

١ – ٤ خصائص الجريان

يطلق اصطلاح خصائص الجريان أو خصائص المائع على الكميات التي قد تتغير فيه من نقطة إلى أخرى أو من حين لأخر ومن هذه الخصائص :

١ – السرعة Velocity : وهي كمية موجهة ويرمز لها الحرف v أي أنها تحدد بمقدار واتجاه وأبعاد السرعة هي بعد طول على بعد الزمن (L / T) ووحداتها (m / sec) .

٢ – الضغط Pressure : ويرمز له بالحرف P وهو يساوي مقدار قوة الضغط مقسومة على المساحة التي تؤثر بها تلك القوة أي إن أبعاده (F / L^2) ووحداته هي (N / m^2). ويوجد الضغط في جميع نقاط المائع الواقع تحت ضغط سواء أكان المائع في حالة سكون آو في حالة حركة . والضغط كمية غير موجهة لوقوعه في جميع الجهات على نقطة في المائع.

٣ – القص Shear : ويرمز له بالحرف (τ) وهو الإجهاد الناتج بسبب انزلاق السائل بأتجاه مواز لسطح الجريان وهو كمية موجهة وابعادة (F / L^2) ووحداته (N / m^2) .

٤ – التصريف Discharge : ويرمز له بالحرف Q وهو كمية المائع الجاري في وحدة الزمن عبر أي مقطع للجريان ويقاس بالحجم في وحدة الزمن أي إن أبعادة (L^3 / T) ووحدة قياسه هي (m^3 / sec) .

٥ – التعجيل acceleration : ورمزه هو a وهو كمية موجهة وأبعاده (L / T^2) ووحدة قياسه هو (m / sec^2) .

أمثلة محلولة

مثال ٤ / سائل كثافته النسبية (0.8) ولزوجته الكينماتيـــة (5 stokes) احـــسب لزوجته؟

الحل /

$$r.d = \frac{\rho_i}{\rho_{water}} \Rightarrow o.8 = \frac{\rho_i}{1000\ \frac{Kg}{m^3}} \Rightarrow \rho_i = 800\ \frac{Kg}{m^3}$$

$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho_i} \Rightarrow 5\times10^{-4} = \frac{\mu}{800\ \frac{Kg}{m^3}} \Rightarrow \mu = 4000\times10^{-4}\ \frac{Kg}{m.sec}$$

مثال ٥ / في مكان بعيد عن الأرض وجد بان (500 Kg) تـــزن (3 KN) احـــسب مقدار التعجيل الجاذبي ؟

الحل / من قانون نيوتن الثاني للحركة وبعد كتابته بصيغه جديدة نجد إن :

$$F = \frac{M.a}{g} \Rightarrow 300N = \frac{500\ Kg \times a}{9.81\ \frac{m}{sec^2}} \Rightarrow a = 5.9\ \frac{m}{sec^2}$$

مثال ٦ / وعاء مملوء بالزيـــت ثقلـــة (2 KN) وثقلـــه فـــارغ (200N) وحجمـــه (190 L) احسب الكثافة الثقلية والكثافة الكتلية والكثافة النسبية والحجم النوعي ؟

الحل /

$$\gamma = \frac{F}{V} = \frac{(2000-200)\ N}{\frac{190}{1000}\ m^3} = 9474\ \frac{N}{m^3}$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{9474\ \frac{N}{m^3}}{9.81\ \frac{m}{sec^2}} = 966\ \frac{Kg}{m^3}$$

$$r.d = \frac{\rho_i}{\rho_{water}} = \frac{966\ \frac{Kg}{m^3}}{1000\ \frac{Kg}{m^3}} = 0.966$$

$$S.V = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{9474\ \frac{N}{m^3}} = \frac{1}{9474}\ \frac{m^3}{N}$$

مثال ٧ / انخفض حجم سائل بمقدار (0.4 %) عنـدما سـلط عليـه ضـغط مقـداره (700 Kpa) احسب مقدار معامل المرونة ؟

الحل /

$$E = -\frac{(P_2 - P_1)\,Kpa}{\dfrac{(V_1 - V_0)\,m^3}{(V_0)\,m^3}} = -\frac{(700 - 0)\,Kpa}{-\dfrac{0.4}{100}} = 1750 \times 10^2\ Kpa$$

مثال ٨ / إذا كان مقطع توزيع السرعة لمائع يجري فوق سطح صلب يتمثـل بالمعادلـة ($V = 2\,y^{2/3}$) احسب انحدار السرعة على السطح وعلـى بعـد (2m , 4m) مـن السطح ؟

الحل /

$$\frac{dv}{dy} = 2 \times \left(\frac{2}{3}\right) y^{-\frac{1}{3}} = \frac{4}{3\sqrt[3]{y}}$$

$\therefore$ on the surface ($y = 0$) :

$$\frac{dv}{dy} = \alpha$$

$\therefore$ at ($y = 2m$) :

$$\frac{dv}{dy} = 1.06$$

$\therefore$ at ($y = 4m$) :

$$\frac{dv}{dy} = 0.84$$

مثال ٩ / وضع لوح كبير في وسط المسافة بين سطحين صلبين فإذا كانت المسافة بـين السطحين (4 cm) وكانت لزوجة السائل أعلى اللوح تساوي ضعف لزوجته أسفل اللوح وعند سحب اللوح بسرعة (0.5 m / sec) وجد بان القوة لكل متر مربع مـن اللـوح الناتجة من إجهاد القص تساوي ($41\ N/m^2$) احسب لزوجة السائل ؟

الحل /

Ex. No. 5 The Kinematic Viscosity of fluid is $(3\times10^{-4}\ \frac{m^2}{sec})$ and the relative Density is (0.8), Find the dynamic viscosity?

Sol^n.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$$\rho_i = r.d \times \rho_w = 0.8 \times 1000\ \frac{kg}{m^3} = 800\ \frac{kg}{m^3}$$

$$\therefore 3\times10^{-4}\ \frac{m^2}{sec} = \frac{\mu}{800\ \frac{kg}{m^3}}$$

$$\therefore \mu = 3\times10^{-4} \times 800\ \frac{kg.}{m.sec} = 2400\times10^{-4}\ \frac{kg}{m.sec}$$

$$= 2.4\times10^{-4}\ \frac{N.sec}{m^2}$$

اسئلة متنوعة

(1) كثافة نوع معين من السوائل $800\ \frac{kg}{m^3}$
اوجد الكثافة الوزنية والنسبية ؟

(2) اذا كان معدل تغير السرعة نسبة للعمق لسائل معين يمثل بالمعادلة الاتية :

$$V = 144y^2 - 72y$$

احسب اللزوجة الديناميكية اذا كان اجهاد القص المؤثر يساوي $(1\ N/m^2)$ ؟

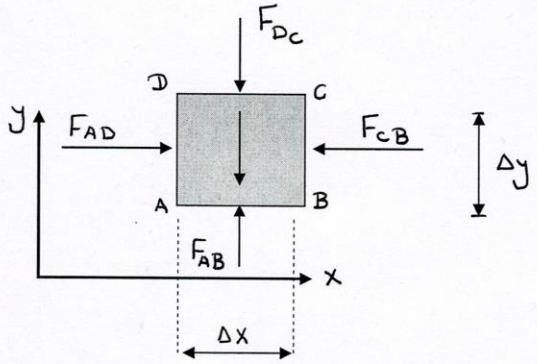
(3) سائل يوجد بين لوحين المسافة بينهما $(0.4mm)$ يتحرك بسرعة $(0.4\ m/sec)$ و يحتاج الى قوة $(3N)$ لكل وحدة مساحة للحفاظ على هذه السرعة اوجد لزوجة السائل ؟

1 – 2 المقدمة

علم الموائع الساكنة سيدرس بجزئين : الأول هو دراسة الضغط وتغيره خلال المائع والثاني هو دراسة الضغط على سطح محدود . وعندما يكون المائع في حالة السكون لا توجد حركة نسبية بين طبقاتة المختلفة فيكون انحدار السرعة صفرا . ونتيجة لذلك يكـــون إجهـــاد القص صفرا أيضا مهما كبرت لزوجة المائع . وعليه فجميع الأجسام الحـــرة فـــي الموائـــع الساكنة لها فقط قوى ضغط عمودي يؤثر على أسطحها .

2 – 2 العلاقة بين الضغط والكثافة الثقيلة والارتفاع (الضغط عند نقطة) قانون باسكال

من المعادلات الأساسية للمائع في حالة السكون هي تلك التي تـــربط بـــين الـــضغط والكثافة الثقيلة وارتفاع عمود المائع . ويمكن اشتقاق هذه المعادلة بأخذ شريحة تفاضلية داخل مائع ساكن وملاحظة تغير الكثافة والضغط بين أجزائها (كما في الشكل رقم 1) :



شكل رقم (1)

النقطة	الكثافة الثقلية γ	الضغط P
A	γ_A	P_A
B	$\gamma_B = \gamma_A + \frac{\partial \gamma_A}{\partial X} \Delta X$	$P_B = P_A + \frac{\partial P_A}{\partial X} \Delta X$
C	$\gamma_C = \gamma_B + \frac{\partial \gamma_B}{\partial Y} \Delta Y$	$P_C = P_B + \frac{\partial P_B}{\partial Y} \Delta Y$

عليه فأن معدل الضغط على كل وجه سيكون كالأتي :

$$P_{AB} = \frac{1}{2}\left[\gamma_A + \gamma_B\right]$$

$$P_{BC} = \frac{1}{2}\left[\gamma_B + \gamma_C\right]$$

وبما إن المائع ساكن عليه يمكن تطبيق قانون نيوتن الأول :

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0$$

$$\therefore F_{DA} = F_{CB} \quad \text{and,} \quad F_{DC} = F_{AB}$$

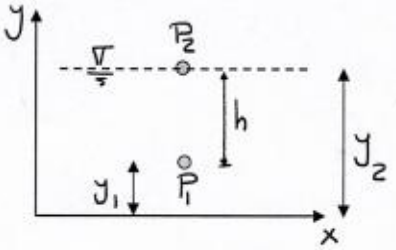
وبحل هذه المعادلات ينتج لنا :

$$\frac{\partial P}{\partial X} = 0$$

وهذا يعني إن الضغط يتغير بالاتجاه العمودي فقط ويبقى ثابتا بالاتجاه الأفقي .

عليه فان الضغط في السائل يعتمد على الاتجاه الراسي فقط وان الضغط لا يتغير بالاتجاه الأفقي . والشكل رقم (2) يبين تغير الضغط بين نقطتين مثل 1 و 2 ويمكن كتابة المعادلة لتغير الضغط كالأتي :

$$-\frac{dP}{dy} = \gamma$$



شكل رقم (2)

إن الإشارة السالبة تعني إن اتجاه زيادة الضغط كلما اتجهنا إلى الأسفل .

$$\therefore \int_{P_1}^{P_2} dP = -\int_{y_1}^{y_2} \gamma \, dy$$

$$P_2 - P_1 = -\gamma \left(y_2 - y_1 \right)$$

$$P_2 - P_1 = -\gamma h$$

$$\therefore P_1 - P_2 = \gamma h$$

حيث إن الضغط عند النقطة رقم 2 هو الضغط الجوي والذي يعتبر مقياسا لباقي الضغوط المسلطة على النقاط الأخرى ، عليه نعتبر إن السطح المعرض للضغط الجوي معرض لضغط مقداره صفر قياسي وعليه تصبح معادلة الضغط تحت سطح السائل المعرض للضغط الجوي بمسافة مقدارها h يساوي :

$$P = \gamma h \quad ----------1$$

حيث إن P هو الضغط عند أي نقطة مثل i تقع تحت سطح سائل كثافته الثقيلة مقدارها γ_i بمسافة h_i .

- الأبعاد : $\frac{F}{L^2}$
- الوحدات : $\frac{N}{m^2}$

وتسمى هذه الوحدة باسكال ويرمز لها (Pa) .

إن المعادلة رقم 1 هي من أهم المعادلات الأساسية في الموائع الساكنة ويمكن كتابة المعادلة السابقة بالصيغة الآتية :

$$\frac{P}{\gamma} = h \quad --------2$$

إن الكمية ($\frac{P}{\gamma}$) تسمى بشحنة الضغط (Pressure head) ويمكن تعريفها كالأتي :

- هو الضغط الذي يسببه عمود سائل بارتفاع h ويطلق على هذا الارتفاع (بالشحنة h) (head h) ويمكن إن يقاس بوحدات طول من سائل أخر مثل الزئبق أو الماء .

2 – 3 وحدات ومقاييس قياس الضغط

هناك أسلوبان لقياس الضغط :

- الأول : قياس الضغط نسبة إلى الضغط المحيط به (الضغط الجـوي) فيـسمى بضغط المقياس (Gage pressure) فإذا كان أعلى من الضغط الجوي فيكـون موجبا ويسمى بضغط المقياس ووحداته ($\frac{N}{m^2}$) وإذا كان اقـل مـن الـضغط الجوي فيكون سالبا ويسمى بضغط الفراغ (Vacuum pressure) ويعبر عنه بارتفاع مليمتر من الزئبق (أي إن كل 760mm ارتفاع عمود من الزئبق يعادل الضغط الجوي كمقياس للضغط السالب) . ويقاس ضغط المقياس أما بأسـتخدام جهاز بوردن أو المانوميتر والذي يستخدم به سائل ذو كثافة عالية مثل الزئبق .
- الثاني : قياس الضغط نسبة إلى الصفر المطلق (Absolute zero) ويعبر عنه بباسكال مطلق ويـسمى (Absolute pressure) ويقـاس بأسـتخدام جهـاز الانارويد أو جهاز البارومتر .

وعليه تكون العلاقة بين ضغط المقياس والضغط المطلق كالأتي :

$$P_{(abs)} = P_{(Gage)} + P_{(Atm.)}$$

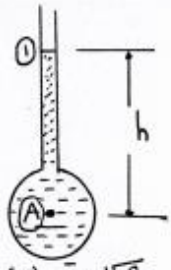
$$P_{(abs)} = - P_{(Vacuum)} + P_{(Atm.)}$$

حيث إن $P_{(Atm.)}$ هو مقدار الضغط الجوي والذي يساوي ($101.3 \ \frac{KN}{m^2}$) .

2 – 4 المانومترات

تعريف : وهي أجهزة تستخدم أعمدة السوائل في تعيين الفرق فـي الـضغط ويسمى المانوميتر الأكثر بدائية بالبيزوميتر كما موضح في الشكل وهو يقيس الضغط في سائل إذا كان الضغط أعلى من الضغط الجوي .

ولقياس الضغط في الشكل رقم (3) أعلاه خـلال البيزومتـر المبين نتبـع ما يلي :



شكل رقم (٣)

1- $P_1 + \gamma h = P_A$

2 – يضاف الضغط الناتج عن عمود السائل h لان اتجاه الضغط متجه إلـى الأسفل وإذا كان اتجاه حركة السائل إلى الأعلى تكون إشارة قياس الضغط سالبة .

3 – بما إن النقطة (1) معرضة للضغط الجوي (الصفر القياسي) عليـه يكون :

$P_1 = Zero$

4 – إذن يكون الضغط عند نقطة A كالأتي : $P_A = \gamma h$

من المثال أعلاه واضح إن البيزومتر لا يمكن إن يعمل لقياس أي ضغط سـالب لان الهواء سوف يسري إلى الوعاء خلال الأنبوب كما انه غير عملي لقياس ضغوط كبيرة عنـد نقطة A .

ولقياس ضغط موجب وسالب في سائل يمكن إن يأخذ الأنبوب الشكل الموضـح فـي شكل رقم (4) ونتبع الخطوات الآتية لقياس الضغط :

1 - $P_A + \gamma h + \gamma X - \gamma X = P_1$

2 – الضغط الناتج من الحركة إلى الأسفل موجب والناتج من الحركة إلـى الأعلـى يكون سالب .

3 – الضغط الناتج من الحركة الأفقية لا يضاف لان الـضغط النـاتج لان الـضغط بالاتجاه الأفقي لا يتغير.

4 – نقطة رقم (1) معرضة للضغط الجوي عليه يكون : $P_1 = Zero$

5 – إذن يكون الضغط المقاس عند نقطة A كالأتي : $P_A = -\gamma h$

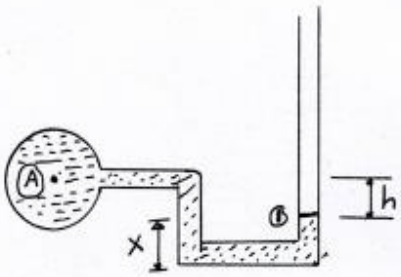
وإذا كان الضغط الموجب أو السالب كبير جدا فيمكن استخدام سائل ذو كثافة نسبية اكبر مثل الزئبق وكما موضح في المانوميتر المبين في الشكل رقم (5) حيث نتبع الخطوات الآتية لقياس الضغط :

$$P_A + \gamma_w (r.d_1) h_1 + \gamma_w (r.d_2) x - \gamma_w (r.d_2) x - \gamma_w (r.d_2) h_2 = 0 \quad -1$$

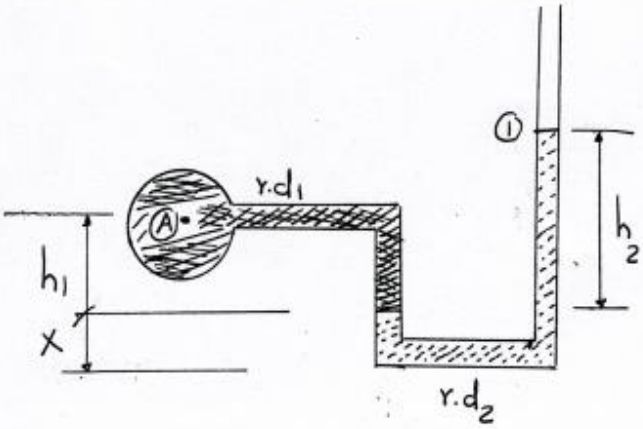
2 – عليه يكون الضغط عند نقطة A كالأتي :

$$P_A = \gamma_w (r.d_2) h_2 - \gamma_w (r.d_1) h_1$$

ملاحظة : ليست هناك أية معادلة عامة للمانوميتر وإنما تشتق كل حالة حسب ظروف السؤال .



شكل رقم (٤)



شكل رقم (٥)

تمارين محلولة

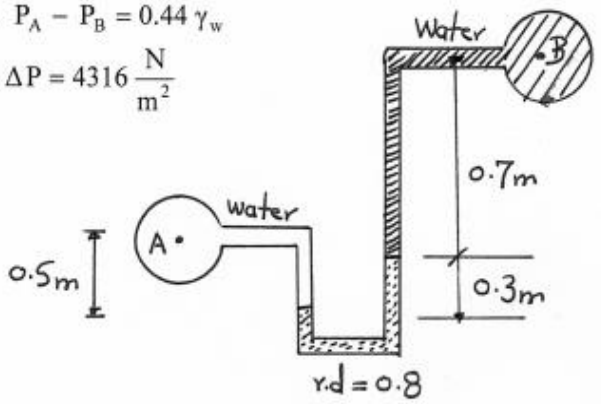
س1 / جد العلاقة بين الضغط عند نقطة A ونقطة B للشكل الأتي :

$$P_A + \gamma_w (0.5m) - \gamma_w (0.8)(0.3m) - \gamma_w (0.7m) = P_B$$

$$P_A + 0.5\,\gamma_w - 0.24\,\gamma_w - 0.7\,\gamma_w = P_B$$

$$\therefore\ P_A - P_B = 0.44\,\gamma_w$$

$$\therefore \Delta P = 4316\,\frac{N}{m^2}$$



س2 / اسطوانة طولها (1.2m) مملوءة بالزيت ذات كثافة ثقلية مقـدارها ($9.15\ \frac{KN}{m^3}$)
فإذا كان قطر الاسطوانة (0.5m) احسب مقدار القوة الضاغطة على قعر الاسطوانة ؟

$$P = \gamma\, h = 9.15\left(\frac{KN}{m^3}\right) \times (1.2m) = 10.98\,\frac{KN}{m^3}$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = P \times A = 10.98\,\frac{KN}{m^3} \times \frac{\Pi}{4}(0.5)^2\ m^2$$

$$\therefore F = 2.145\ KN$$

كما يمكن حله بطريقه اخرى باعتبار ان القوه الضاغطه تساوي وزن السائل اعلى قاعده الاسطوانه :

$$F = W = \gamma_{oil}\,(V) = 9.15\,\frac{KN}{m^3}\left(\frac{\pi}{4}\right)(0.5)^2(1.2)$$

$$F = 2.145\ KN \downarrow$$

س3 / إذا كانت قراءة الضغط البارومتري (760mm) من الزئبق فما هو الضغط المطلـق لقراءة مقياس سالب من الزئبق تعادل (300mm) ؟

الضغط البارومتري = الضغط الجوي

$$P_{Hg_{300mm}} = \gamma_{Hg}\, h_{Hg} = 13.55 \times \gamma_w \times \frac{-300}{1000}\, m$$

$$P_{Hg} = 13.55 \times 9.81 \frac{KN}{m^3} \times 0.3m$$

$\therefore P_{Hg} = -40$ KPa

$\therefore P_{abs.} = -P(\text{Vacuum pressure}) + P_{atm.}$

$P_{atm.} = -40 + 101.3 = 61.3$ KPa

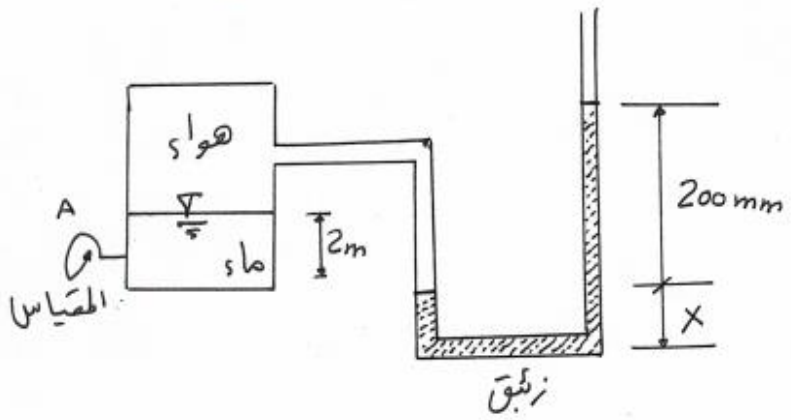
س4 / احسب قراءة المقياس المبين في الشكل الأتي :

$$P_A - \gamma_w \times (2m) + \gamma_w \times (13.55)x - \gamma_w \times (13.55)x - \gamma_w \times (13.55)(0.2m) = P_B$$

$P_B = \text{ZERO}(\text{Parometrec pressure})$

$$\therefore P_A = \gamma_w\,(2 + 13.55(0.2m)) = 46205\,\frac{N}{m^2} = 46.2\text{KPa}$$

$$(PA)_{abs} = P_A + P_{Atm.} = 46.2 + 101.3 = 147.5\text{KPa}$$



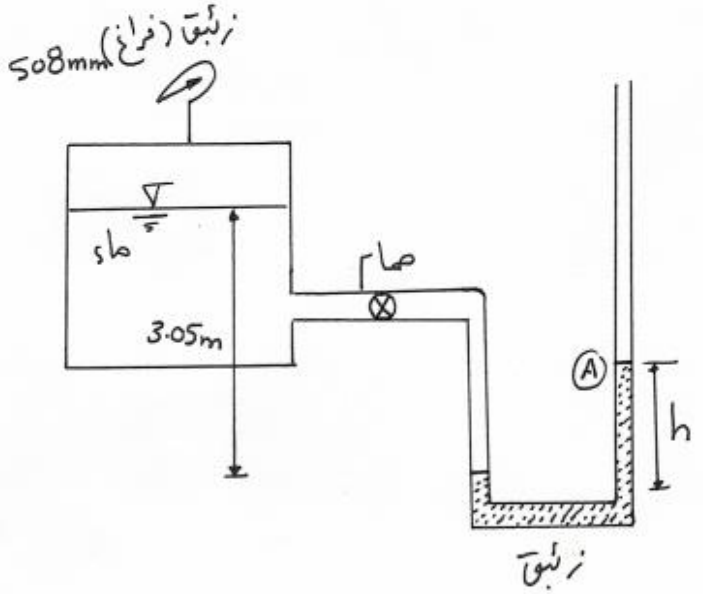
س5 / إذا كانت قراءة الضغط الجوي (711mm) وان قراءة المانوميتر هي كما مبين في الشكل عندما يكون الصمام مغلق وقد افرغ الخزان من الهواء وان قراءة المقياس في أعلى الخزان هي قراءة سالبة مقدارها (508mm) من الزئبق احسب مقدار الضغط المطلق للخزان واحسب قراءة المانوميتر عند فتح الصمام ؟

$$-0.508\,\text{m} \times \gamma_w\,(13.55) + \gamma_w\,(3.05\,\text{m}) - \gamma_w\,(13.55) \times h = P_A$$

$$-6.8834\,\gamma_w + 3.05\,\gamma_w + 13.55 \times h \times \gamma_w = 0$$

$$\therefore h = 0.29\,\text{m}$$

إن الإشارة السالبة هنا تعني إن اتجاه حركة الزئبق هي صعود الزئبق باتجاه الفراغ عند فتح الصمام .



$$P_{abs.\,Tank} = -0.508_m * \gamma_w * 13.55 + 0.711_m\,\gamma_w * 13.55$$

$$P_{abs.} = 13.55\,\gamma_w\,(0.711 - 0.508) = 27\,\text{KPa}$$

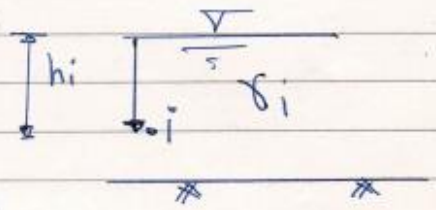
محاضرة مساعدة
الفصل الثاني

Ch.2 Fluid statics
الموائع في حالة السكون

اولاً: الضغط في الموائع Pressure in fluids

يدل الضغط على قوة عمودية تؤثر في وحدة المساحة وفي السوائل يكون ضغط السائل عند اي نقطة يعتمد على عمق هذه النقطة تحت سطح السائل وكما مبين في المعادلة الاتية:

$$P_i = \gamma_i h_i = \rho_i g h_i$$



حيث ان:

$P =$ ضغط السائل عند اي نقطة

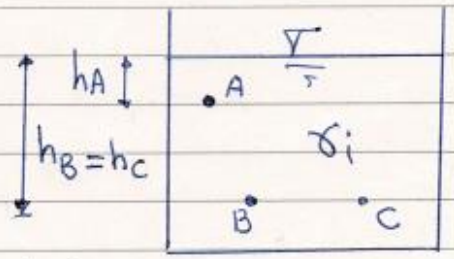
$\gamma_i =$ كثافة السائل الوزنية

$h_i =$ عمق النقطة تحت سطح السائل

ويكون الضغط بالاتجاه الافقي لنفس السائل متساوي:

$$P_A = \gamma_i h_A$$

$$P_B = P_C = \gamma_i h_B = \gamma_i h_C$$



لانه نفس السائل فان الضغط عند B يساوي الضغط عند C (مستوى افقي).

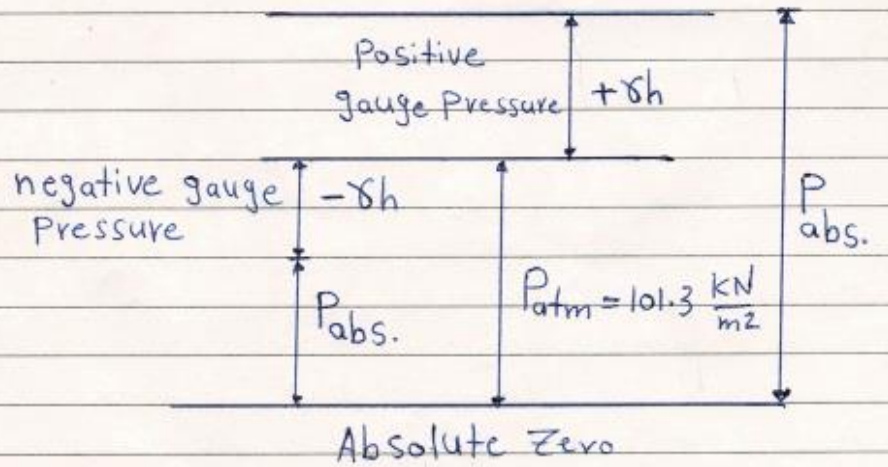
ثانياً : انواع الضغط Type of Pressure

(١) ضغط المقياس Gauge Pressure : ويكون ضغط موجب او سالب نسبة للضغط الجوي .

(٢) الضغط الجوي : ضغط موجود حولنا دائماً وهو يعادل ارتفاع (10.3m) من الماء او (760mm) من الزئبق ويعادل كضغط مقدار $(101.3 \frac{kN}{m^2})$.

(٣) الضغط المطلق Absolute pressure :

$$P_{abs.} = P_{atm} \mp P_{gauge}$$



Ex. No. 6

A rectangular tank is 1m long and 0.7m wide and contains fresh water to depth (0.5m)

a) what is the gauge Pressure at bottom of tank ?

$$P_{gauge} = \gamma_w h = 9.81 \frac{KN}{m^3} \times 0.5_m = 4.905 \frac{KN}{m^2}$$

b) what is the absolute pressure at bottom ?

$$P_{abs.} = P_{gauge} + P_{atm.} = 4.905 + 101.3 = 106 \frac{KN}{m^2}$$

Ex. No. 7

a) what is approximate value of atmospheric pressure as head of water ?

$$P_{atm.} = \gamma_w h_w \Rightarrow 101.3 \frac{KN}{m^2} = 9.81 \frac{KN}{m^3} \times h_w$$

$$\therefore h_w = \frac{101.3}{9.81} = 10.33 m \text{ of water.}$$

b) what is approximate of $P_{atm.}$ as head of mercury ?

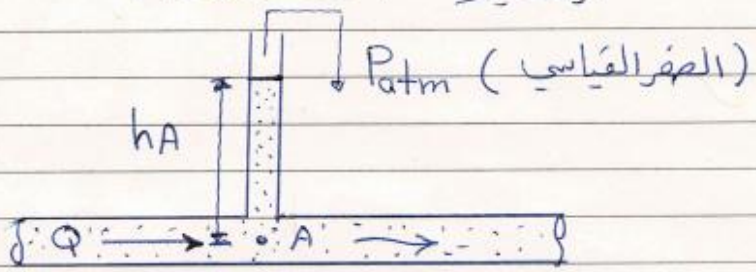
$$P_{atm.} = \gamma_{Hg} \cdot h_{Hg} \Rightarrow 101.3 = 9.81 \times 13.55 \frac{KN}{m^3} \times h_{Hg}$$

$$\therefore h_{Hg} = \frac{101.3}{9.81 \times 13.55} = 0.76_m = 760 mm$$

ثالثاً: المانومتر

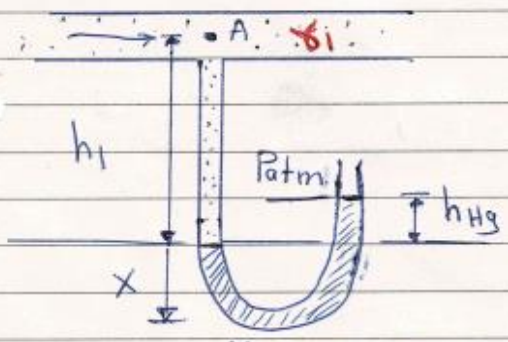
هو جهاز لقياس الضغط باستخدام ارتفاع السوائل رئيساً وابسط انواعه يسمى

- البيزومتر Piezometer



$P_A = \gamma_1 h_A$ قياس اي نقطة في المجرى الانبوبي المسمى بمعرفة ارتفاع الماء اعلاه.

- ومن ابسط انواع المانومتر ما يسمى (U-tube manometer) كما في الشكل الاتي:



نلاحظ ان المانومتر يحتوي على اكثر من سائل من ضمنها وجود سائل القياس (الزئبق).

ولحساب الضغط نعمل مايلي:

① نبدأ من نقطة A

② اي حركة للاسفل تكون موجبة وللاعلى سالبة

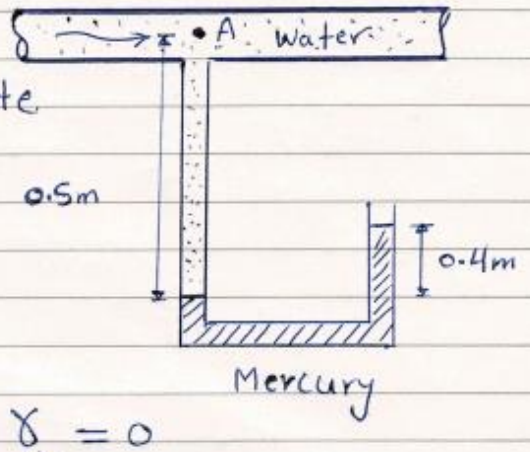
③ استخدام معادلة الضغط العامة $P_i = \gamma_i h_i$

④ تكون معادلة الضغط كالاتي:

$$P_A + \gamma_1 h_1 + X\gamma_{Hg} - X\gamma_{Hg} - h_{Hg}\gamma_{Hg} = P_{atm}.$$

Ex. No. 8

Determine the absolute Pressure at Point A for U - manometer shown?



Soln.

$$P_A + \gamma_w (0.5) - 0.4\,\gamma_{Hg} = 0$$

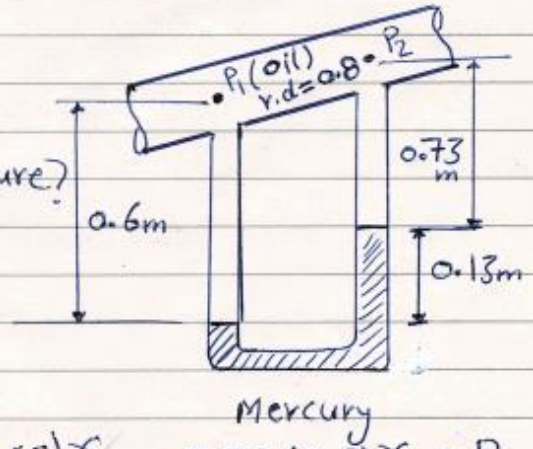
$$P_A + 9.81(0.5) - 0.4 \times 9.81 \times 13.55 = 0$$

$$P_{A_{gauge}} = 53.17 - 4.905 = 48.3\ kN/m^2$$

$$\therefore P_{A_{abs.}} = 48.3 + 101.3 = 149.6\ \frac{kN}{m^2}$$

Ex. No. 9

Calculate the difference in Pressure?



Soln.

$$P_1 + 0.6(0.8)\gamma_w - 0.13(13.55)\gamma_w - 0.73(0.8)\gamma_w = P_2$$

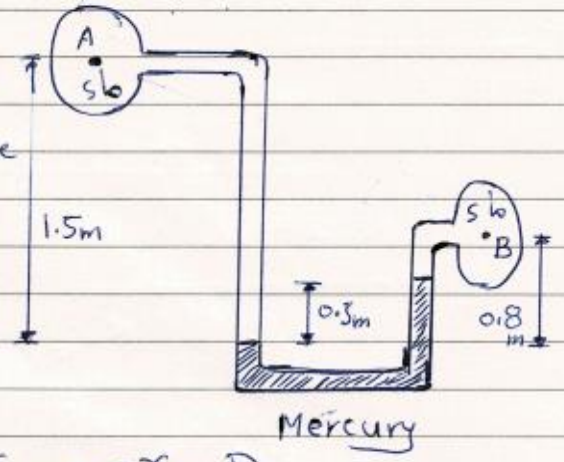
$$P_1 - P_2 = \gamma_w (0.73 \times 0.8 + 0.13 \times 13.55 - 0.6 \times 0.8)$$

$$P_1 - P_2 = 1.87\ \frac{kN}{m^2}$$

(IV)

Ex. No. 10

calculate the difference in Pressure between A and B ?



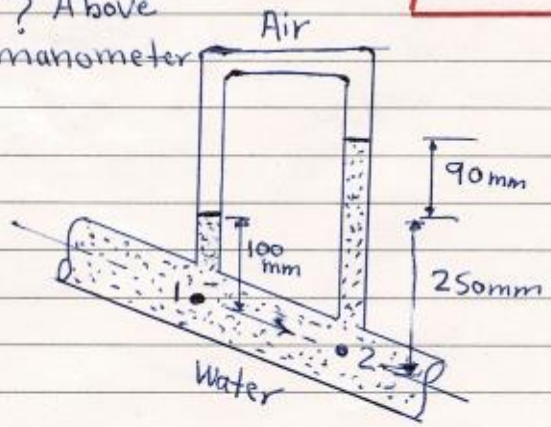
Soln.

$$P_A + 1.5\gamma_w - 0.3 \times 13.55\gamma_w - 0.5\gamma_w = P_B$$

$$P_A - P_B = \gamma_w\left[0.3 \times 13.55 + 0.5 - 1.5\right] = 30 \ \frac{kN}{m^2}$$

Quiz

What is the value of $(P_1 - P_2)$ in N/m^2? Above the water in the manometer is air?



رابعاً: Hydrostatis Pressure and Force

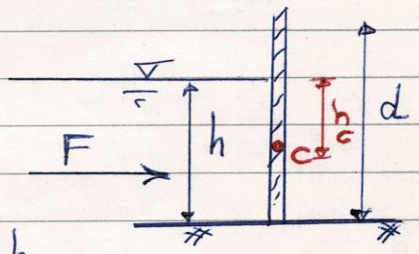
The term "hydrostatis" means that the liquid is not moving, Therefore at any depth, h, below the water surface the pressure is:

$$P = \rho g h = \gamma h \quad \frac{KN}{m^2}$$

(A) Force on vertical immersed surface

$$F = \gamma_i h_c A$$

حيث ان:



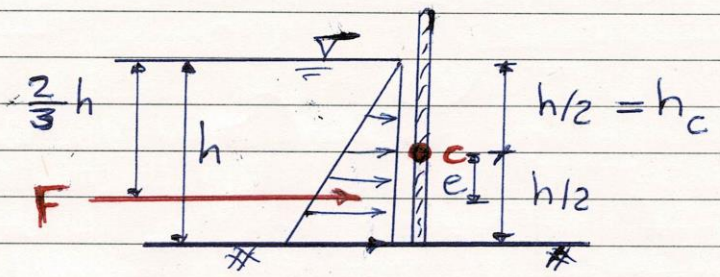
h_c = المسافة من مركز الشكل المغمور الى سطح السائل المعرض للضغط الجوي.

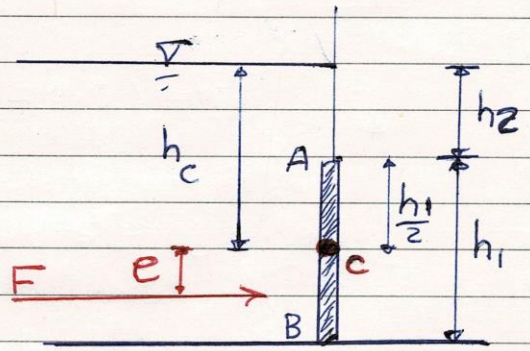
A = مساحة الشكل المغمور فقط المتعرض للضغط

$$F = \gamma_i h_c A = \gamma_i \left(\frac{h}{2}\right)(h \times B)$$

B = عرض البوابة العمودي على الورقة

موقع تأثير القوة: في مركز الضغط الهيدروستاتيكي يبعد بمسافة e عن مركز الشكل الهندسي.





$$F = \gamma h_c A$$

$$h_c = \frac{h_1}{2} + h_2$$

$$A = h_1 B$$

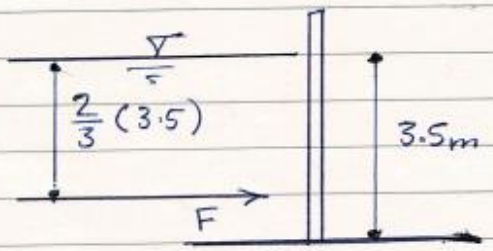
$$e = \frac{I \sin\theta}{h_c A}$$

$$I = \frac{B(h_1)^3}{12} \qquad \sin\theta = \sin 90^\circ = 1$$

EX. No. 11

The gate shown is 3m wide, when the lock the water on one side of gate depth of (3.5m), a) what is the hydrostatic force

b) what is the center of act force?



$F = \gamma h_c A$

$A = 3.5 \times 3 = 10.5 m^2$

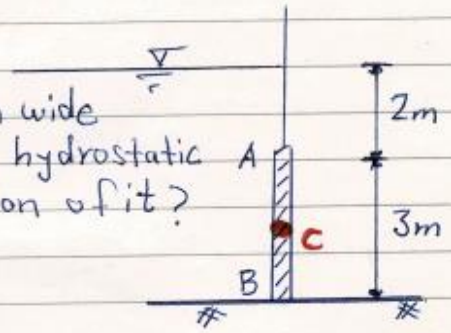
$h_c = \frac{h}{2} = \frac{3.5}{2} = 1.75 m$

$F = 9.81 \times 1.75 \times 10.5 = 180.26 \ KN \rightarrow$

$C.P = \frac{2}{3}(3.5) = 2.33 \ m$ تحت سطح السائل الحر.

مركز القوه

EX. No. 12 The gate shown wide (2.5m), Find the hydrostatic force and location of it?



$F = \gamma h_c A$

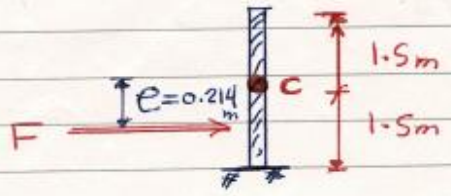
$h_c = \frac{3}{2} + 2 = 3.5 m$

$A = 3 \times 2.5 = 7.5 m$

$F = 9.81 \times 3.5 \times 7.5 = 257.5 \ KN \rightarrow$

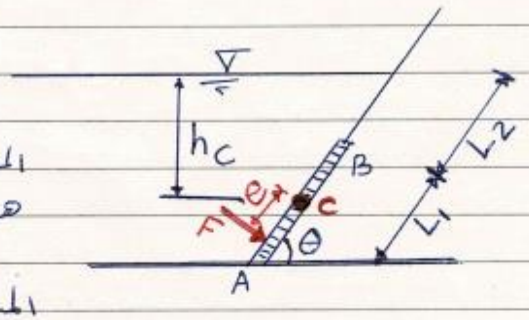
$e = \frac{I \sin\theta}{h_c A}$ $\qquad I = \frac{2.5(3)^3}{12} = 5.625 \ m^4$

$e = \frac{5.625(1)}{3.5(7.5)} = 0.214 \ m$



(B) Force on inclined immersed surface

$F = \gamma h_c A$



$A = L_1 B$ المساحة الجزء المغمور كما هو اي بصورة مائلة

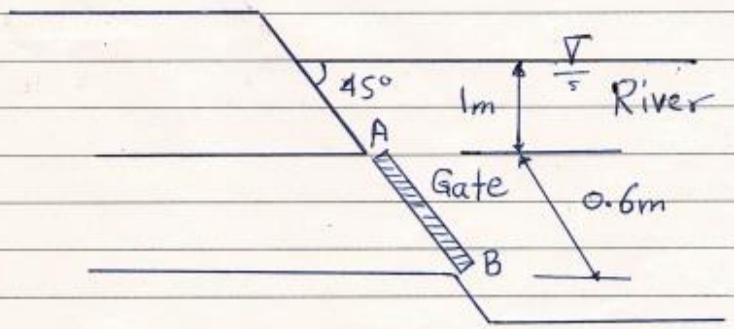
$h_c =$ المسافة العمودية من مركز الشكل الهندسي الى السطح الحر.

القوة F تؤثر بصورة عمودية على السطح المغمور المائل ويبعد مركز تأثيرها بمقدار (e) عن مركز الشكل الهندسي

$$e = \frac{I \sin\theta}{h_c A}$$

Ex. No. 13 A sewer discharge to a river. The gate is inclined at angle of 45°. The width of gate is (0.6m), calculate:

a) The force on gate b) Center of act the force.



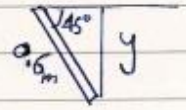
(cc)

Soln. $F = \gamma h_c A$

$$A = 0.6 \times 0.6 = 0.36\ m^2$$

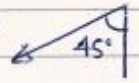
$$\sin 45^\circ = \frac{y}{0.6} \Rightarrow y = 0.6 \times \sin 45^\circ = 0.42\ m$$

$$h_c = \frac{y}{2} + 1 = \frac{0.42}{2} + 1$$



$$h_c = 1.212\ m$$

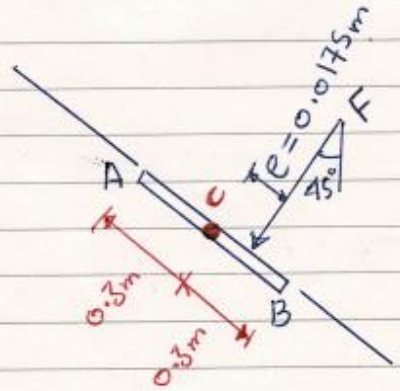
$$F = 9.81 \times 1.212 \times 0.36 = 4.28\ KN$$



$$e = \frac{I \sin\theta}{h_c A}$$

$$I = \frac{0.6(0.6)^3}{12} = 0.011\ m^4$$

$$e = \frac{0.011 \sin 45^\circ}{1.212 \times 0.36} = 0.0175\ m$$

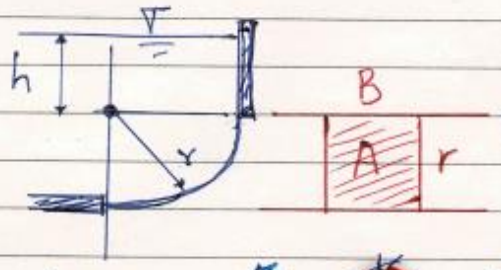


(c) Force on acurved immersed surface

The result force F acts to the curved surface can be having both horizontal (F_H) and avertical (F_V).

(1) $F_H = \gamma h_c A$

F_H تحسب من خلال تحويل السطح المائل الى مسقط عمودي كما في المثال الاتي:



- المسقط العمودي للجسم المنحني المغمور

$A = r \times B$

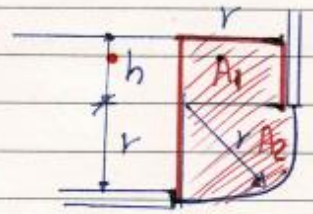
$h_c = \frac{r}{2} + h$

(2) $F_V = \gamma_i V$

تحسب من معرفة حجم الماء فوق السطح المنحني وكما في المثال الاتي:

$V = [A_1 + A_2] \times B$

$V = \left[h \times r + \frac{\pi}{4} r^2\right] \times B$



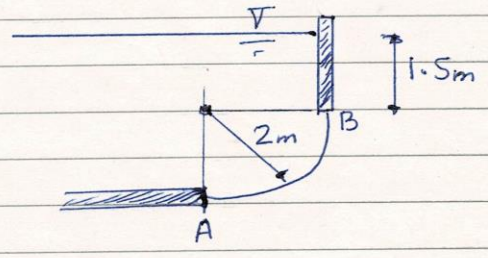
وهذا يمثل حجم الماء المزاح.

(3) $F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$

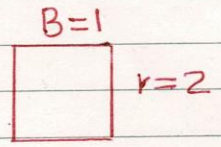
(c2)

EX. NO. 14

A surface consists of a quarter of circle of radius of (2m), calculate the magnitude of result force on surface?



Sol^n.

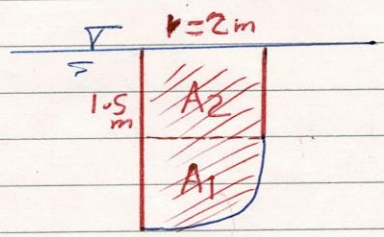


$$F_H = \gamma h_c A$$

$$h_c = \frac{r}{2} + 1.5 = 2.5m$$

$$F_H = 9.81 \times 2.5 \times (2 \times 1) = 49.05 \text{ KN} \longrightarrow$$

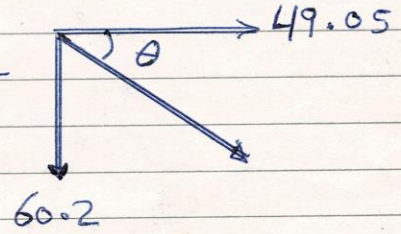
$$F_V = \gamma V$$



$$F_V = \gamma_w \left[\frac{\pi}{4}(2)^2 + (2 \times 1.5)\right] \times 1$$

$$F_V = \gamma_w \left[6.14\right] = 60.2 \text{ KN} \downarrow$$

$$\therefore F = \sqrt{(49.05)^2 + (60.2)^2} = 77.7 \text{ KN}$$



$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_V}{F_H} = 50^\circ$$

With respect to the centroid of the plane :

$$Y_p = \frac{I_o + Ay'^2}{Ay'} = \frac{I_o}{Ay'} + y'$$

4- Curved Surface:

There are two components or two forces exerted by water (or any other liquids) on the curved surface that is submerged in it;

1- the horizontal component of the total pressure force,

$$F_h = \gamma h' A$$

h=is the distance from *free surface* of water or liquid to the ***centre of projection of the surface***.
A=area of the ***projection of the surface***.
The centre of pressure force

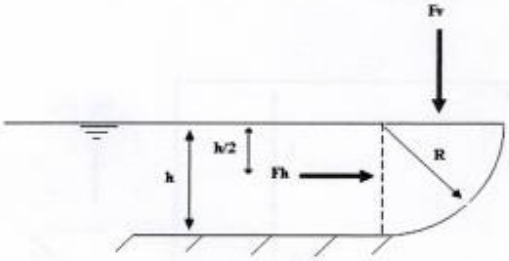
2-the vertical component;

$$F_V = \gamma V$$

V=is the ***volume of water or liquid on the surface***.

Cases of Curved Surface:

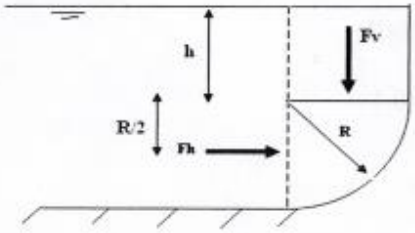
Case(1):



$$F_h = \gamma h' A = \gamma \cdot (h/2) \cdot (R \times 1)$$

$$F_V = \gamma V = \gamma \cdot (\frac{R^2 \pi}{4}) \cdot 1$$

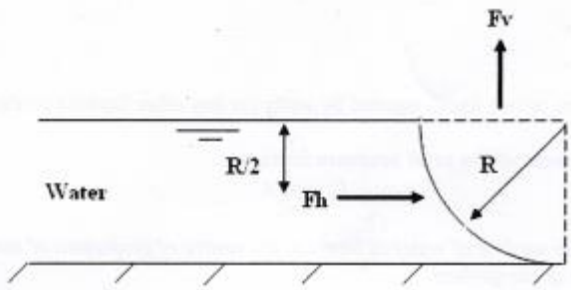
Case(2):



$$F_h = \gamma h' A = \gamma \cdot (h + \frac{R}{2}) \cdot (R \times 1)$$

$$F_V = \gamma V = \gamma \cdot (\frac{R^2 \pi}{4} + R \cdot h) \cdot 1$$

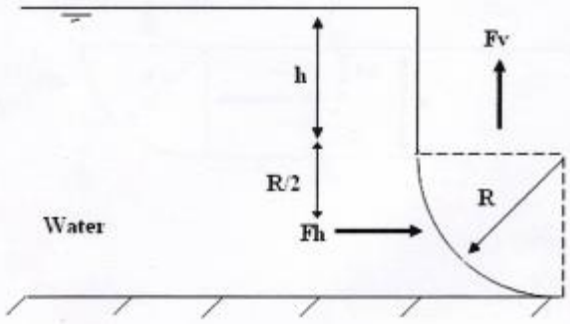
Case(3):



$$F_h = \gamma h' A = \gamma \cdot (R/2) \cdot (R \times 1)$$

$$F_V = \gamma V = \gamma \cdot (\frac{R^2 \pi}{4}) \cdot 1$$

Case(4):

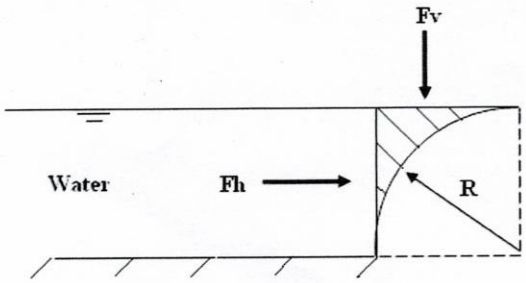


$$F_h = \gamma h' A = \gamma \cdot (h + \frac{R}{2}) \cdot (R \times 1)$$

$$F_V = \gamma V = \gamma \cdot (\frac{R^2 \pi}{4} + R \cdot h) \cdot 1$$

Case(5):

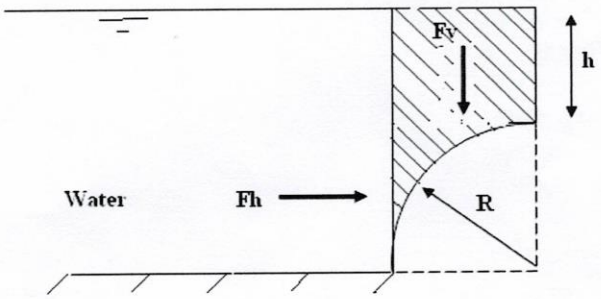
Case(5):



$$F_h = \gamma h' A = \gamma \cdot (\frac{R}{2}) \cdot (R \times 1)$$

$$F_V = \gamma V = \gamma \cdot (R \cdot R - \frac{R^2 \pi}{4}) \cdot 1$$

Case(6):



$$F_h = \gamma h' A = \gamma \cdot (h + \frac{R}{2}) \cdot (R \times 1)$$

$$F_V = \gamma V = \gamma \cdot \left\{ R(R+h) - \frac{R^2 \pi}{4} \right\} \cdot 1$$

For all above cases the resultant of force can be determined by :

$F_R = \sqrt{Fv^2 + Fh^2}$

The direction of resultant is:

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{Fv}{Fh}\right)$

CHAPTER THREE

الفصل الثالث

حركة السوائل الكينماتية

1 – المقدمة :

في هذا الفصل سوف توصف حركة السائل نسبة إلى ثلاثة متغيرات أساسية وهي :

1. الإزاحة أو المسافة 2. السرعة 3. التعجيل

وهناك طريقتان لوصف حركة المائع وهما :

- الطريقة الأولى : وهي طريقة لاغرانج والتي تدرس سلوك المائع من حيث السرعة والتعجيل مع مرور الزمن إثناء حركته مسافة معينة باتجاه ثلاثة محاور (X, y , z) .
- الطريقة الثانية : وهي طريقة اويلر والتي تدرس جريان المائع إثناء حركته باتجاه واحد (بأتجاه احد المحاور الثلاثة) مع مرور الزمن .

والطريقة الأولى هي الأكثر استعمالا في المجالات الهندسية .

2 – أنواع الجريان :

– النوع الأول / الجريان الثابت والجريان غير الثابت steady and unsteady flow

ويدرس تغير المسافة أو السرعة أو التعجيل أو التصريف نسبة إلى الزمن فمثلا إذا كان التصريف لا يتغير مع الزمن فيسمى جريانا ثابتا وبعكس ذلك يكون جريان غير ثابت وعليه يمكن كتابة المعادلات التفاضلية الاتيه لوصف هذا النوع من الجريان :

$$\frac{dv}{dt} = 0 \qquad \text{steady flow}$$

$$\frac{dv}{dt} \neq 0 \qquad \text{unsteady flow}$$

حيث أن :

V = السرعة عند أية نقطة تنتمي لمسار الجريان .

dv = مقدار تغير السرعة بين نقطتين .

t = الزمن .

- النوع الثاني/الجريان المنتظم والجريان غير المنتظم uniform and non uniform flow ويدرس تغير السرعة أو التعجيل أو التصريف نسبة إلى المسافة فإذا كان مقطع توزيع السرعة لا يتغير مع المسافة يكون الجريان منتظم وبعكس ذلك يكون الجريان غير منتظم وعليه يمكن كتابة المعادلات التفاضلية الآتية لوصف هذا النوع من الجريان :

$$\frac{dv}{ds} = 0 \quad \text{uniform flow}$$

$$\frac{dv}{ds} \neq 0 \quad \text{non uniform flow}$$

حيث أن :

ds = مقدار فرق المسافة بين نقطتين .

ومن هذا يمكن تقسيم الجريان إلى الأنواع الآتية أيضا :

أ – جريان ثابت ويقسم إلى :

1. جريان ثابت منتظم ويمكن كتابة المعادلات التفاضلية الآتية لوصف هذا النوع من الجريان

$$\frac{dv}{dt} = 0 \quad \text{and} \quad \frac{dv}{ds} = 0$$

2. جريان ثابت غير منتظم ويمكن كتابة المعادلات التفاضلية الآتية لوصف هذا النوع من الجريان

$$\frac{dv}{dt} = 0 \quad \text{and} \quad \frac{dv}{ds} \neq 0$$

ب – جريان غير ثابت ويقسم إلى :

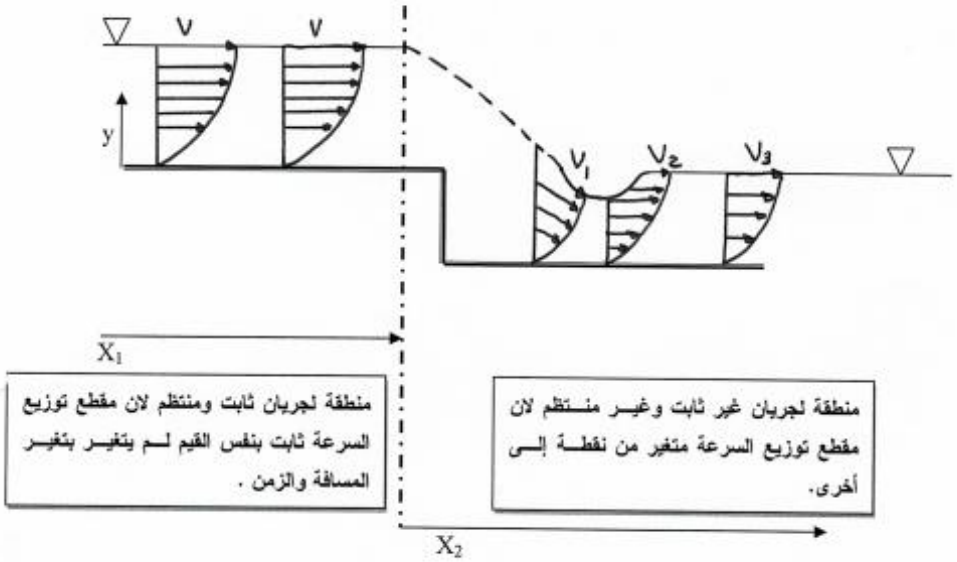
1. جريان غير ثابت منتظم ويمكن كتابة المعادلات التفاضلية الآتية لوصف هذا النـــوع مـــن الجريان

$$\frac{dv}{dt} \neq 0 \quad \text{and} \quad \frac{dv}{ds} = 0$$

2. جريان غير ثابت وغير منتظم ويمكن كتابة المعادلات التفاضلية الآتية لوصف هذا النوع من الجريان

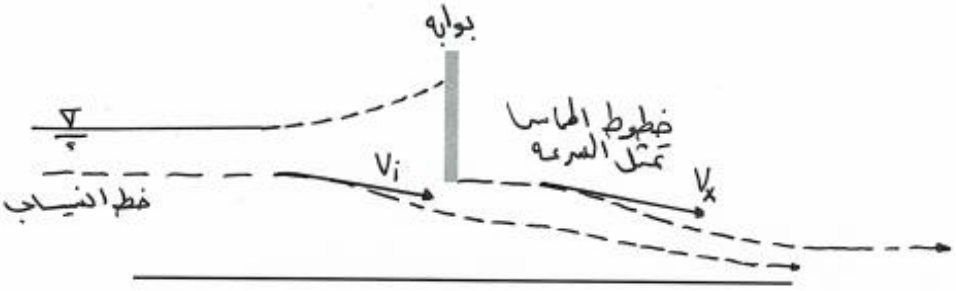
$$\frac{dv}{dt} \neq 0 \quad \text{and} \quad \frac{dv}{ds} \neq 0$$

ويمكن توضيح أنواع الجريان السابقة من خلال هذا الشكل :



3 – خط الانسياب :

وهو منحني يمثل المماس له في أية نقطة وفي أي لحظة اتجاه السرعة في تلك النقطة في تلك اللحظة .



4 – السرعة والتعجيل :

– تعريف السرعة / وهي تغير الإزاحة أو المسافة نسبة إلى الزمن وهي كمية متجهه ويمكن التعبير عنها بالمعادلة التفاضلية الآتية :

$$V = \frac{ds}{dt} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

– تعريف التعجيل / وهو معدل تغير السرعة نسبة إلى الزمن وهو كمية متجهه أيضا ويمكن التعبير عنها بالمعادلة التفاضلية الآتية :

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

حيث ان :

V = السرعة .

a = التعجيل .

t = الزمن .

s = المسافة .

ويمكن التعبير عن السرعة والتعجيل أيضا بالصيغ الرياضية الآتية وكما يلي :

- السرعة هي المشتقة الأولى للإزاحة .
- التعجيل هو المشتقة الأولى للسرعة أو هو المشتقة الثانية للإزاحة .

وهناك نوعين من التعجيل وهما :

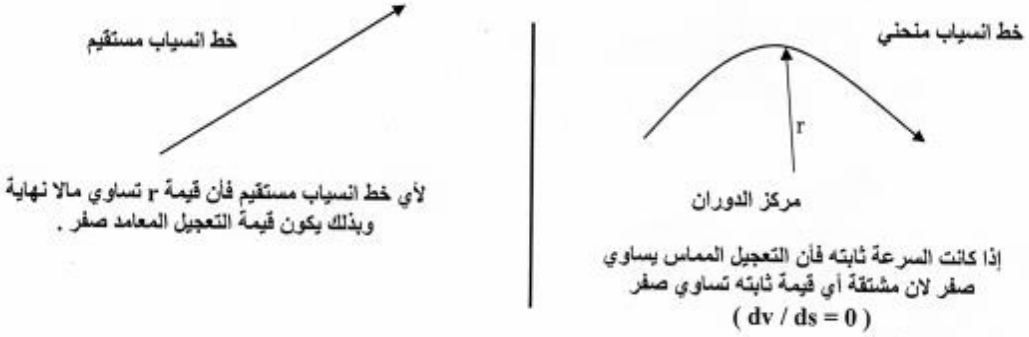
1. التعجيل المماس (a_s) : ويحدث عندما تتغير السرعة في المقدار فقط دون تغير في اتجاهها ويمكن تمثيله بالمعادلة الآتية :

$$a_s = v \times \frac{dv}{ds}$$

2. التعجيل المعامد (a_r) : ويحدث عندما تتغير السرعة في الاتجاه فقط ويمكن تمثيلـــه بالمعادلة الآتية :

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

حيث إن (r) هو نصف قطر تدوير خط الانسياب إذا كان هذا الخط منحني.

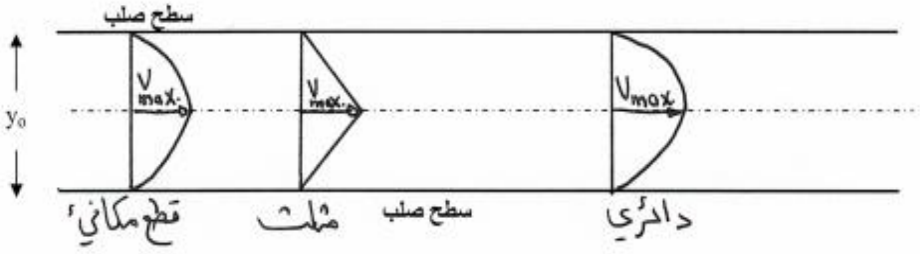


5 – معدل السرعة والتصريف :

إن تمثيل العلاقة الرياضية لتغير مقدار السرعة مع المسافة العمودية ينتج عنه ما يـــسمى (مقطع توزيع السرعة) حيث يمكن إن يكون مقطع توزيع السرعة منتظما أو يمكن أن يكون غير منتظم وكما مبين في الشكل الأتي :

مقطع توزيع سرعة غير منتظم

ويمكن أن يكون مقطع توزيع السرعة منتظما وكما مبين في الشكل الأتي :



وعليه يكون معدل السرعة لأي شكل غير منتظم كما يلي :

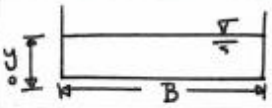
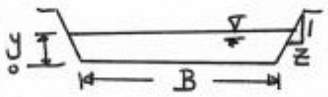
$$V = \frac{\int_0^{y_o} v_i \times dy}{y_o} \quad ---------- (1)$$

حيث أن v_i هي معدل السرعة بدلالة الارتفاع y (وهي تمثل المعادلة التي يمثلها مقطع توزيع السرعة) .

أما التصريف (Q) فهو يمثل حجم السائل الذي يمر بمقطع معين في وحدة الزمن ويمكن حسابه من خلال المعادلة الآتية :

$$Q = V \times A \quad ---------- (2)$$

حيث أن V هي السرعة المحسوبة من المعادلة رقم (1) . وان A هي مساحة المقطع ويحسب من خلال شكل المقطع العرضي للجريان وكما يلي :

المقطع	شكل المقطع	المساحة
المستطيل		$A = B \times y_o$
شبه المنحرف		$A = B \times y_o + Zy_o^2$
دائري		$A = \pi \times r^2$

علما أن أبعاد التصريف هي ($\frac{L^3}{T}$) ووحداته حسب النظام الدولي هي ($\frac{m^3}{sec}$) .

6 – تمارين محلولة :

س1 / على امتداد خط الانسياب المبين في الشكل الأتي يمكن حساب السرعة من خلال المعادلة الآتية :

$$V = 2 \times \sqrt{x^2 + y^2}$$

احسب مقدار السرعة والتعجيل عند النقطة (2 و 3) ؟

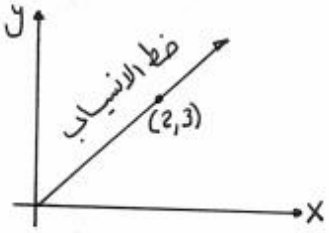
الحل / 1 . حساب مقدار السرعة :

$$V = 2 \times \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \times \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = 7.2 \frac{m}{sec}$$

2 . حساب مقدار التعجيل :

بما أن خط الانسياب مستقيم عليه فأن مقدار التعجيل المعامد (a_r) يساوي صفر لان :

$$\Theta \ r = \alpha \ \Rightarrow a_r = zero$$



أما التعجيل المماس فيمكن حسابه كما يلي :

$$V = 2\times\sqrt{x^2 + y^2} = 2\times S$$

$$\therefore \frac{dv}{ds} = 2$$

$$a_s = V \times \frac{dv}{ds} = 7.2 \times (2) = 14.4\frac{m}{sec^2}$$

س2 : إذا كان العمق الكلي في مقطع الجريان المبين في الشكل الأتي هو ($y_0 = 3m$) وان مقطع توزيع السرعة يمكن تمثيله بالمعادلة :

$$V = 2\times y^{\frac{1}{2}}$$

احسب معدل السرعة ومقدار التصريف المار عبر هذا المقطع ؟

الحل / 1. حساب السرعة :

$$V = \frac{\int_0^{y_0} v_i \times dy}{y_o} = \frac{\int_0^3 \left(2\times y^{\frac{1}{2}}\right)\times dy}{3} = \frac{1}{3}\left[2\times\int_0^3 y^{\frac{1}{2}} \times dy\right]$$

$$\therefore V = \frac{2}{3}\times\frac{y^{1.5}}{1.5} = 2.31\frac{m}{sec}$$

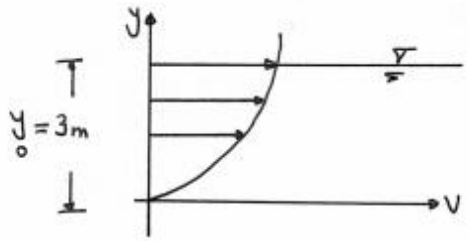
2. حساب التصريف :

$$Q = V \times A$$

$$A = y_o \times B = 3\times1=3m^2$$

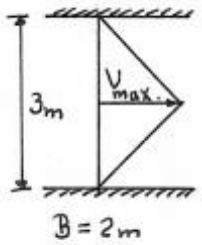
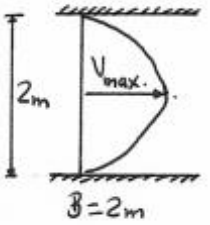
$$\therefore Q = 2.31\times3 = 6.93\frac{m^3}{sec}$$

ملاحظة / يفرض عرض المقطع يساوي واحد ($B = 1m$) إذا لم يعطى في السؤال.



س3 / لمقاطع السرعة المنتظمة الآتية احسب معـدل الـسرعة لكـل منهـا إذا كانـت ($v_{max} = 3$ m/sec) إذا عرض مقطع الجريان في الحالتين يساوي (B = 2m) ؟

الحل /

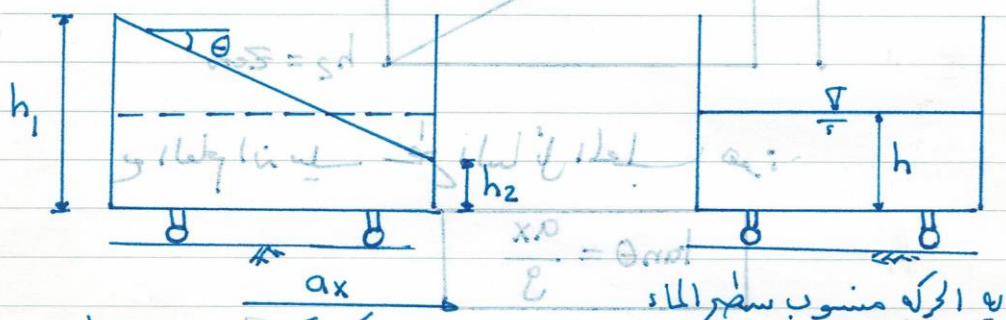
شكل المقطع	مقدار معدل السرعة	التصريف
	$V = \frac{1}{2} \times V_{max.}$ $\therefore V = \frac{1}{2} \times 3 = 1.5 \frac{m}{sec}$	$Q = V \times A$ $\therefore Q = 1.5 \times (3 \times 2) = 9 \frac{m^3}{sec}$
نصف دائري 	$V = \frac{\pi}{2} \times V_{max.} = \frac{\pi}{2} \times 3$ $\therefore V = 4.7 \frac{m}{sec}$	$Q = V \times A$ $\therefore Q = 4.7 \times (2 \times 2) = 18.8 \frac{m^3}{sec}$

كتل الموائع المعجلة .

توجد ثلاثة انواع من التعجيل يمكن ان يتعرض لها الموائع في حالة الحركة وهي :-

١- التعجيل الافقي horizontal acceleration
٢- التعجيل العمودي vertical acceleration
٣- التعجيل الدوراني radial acceleration .

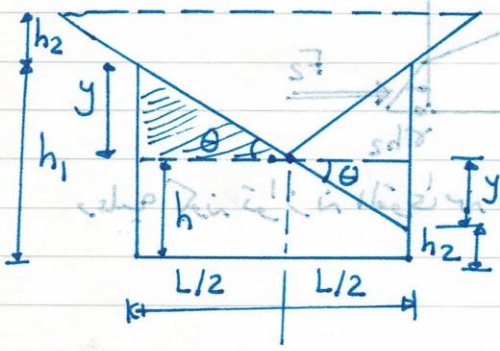
اولاً : التعجيل الافقي : يحدث عند حركة كتلة المائع على سطح افقي ويمكن تمثيل هذه الحالة كما يلي :-

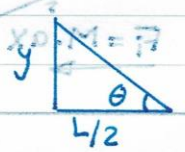


قبل بداية الحركة منسوب سطح الماء ثابت (h) . with out acceleration .

بعد بداية الحركة بتعجيل افقي بمقدار a_x تتغير منسوب السطح الافقي .

- ولحساب قيمة h_1 , h_2 نتبع الطريقة الاتية :





$$\tan\theta = \frac{y}{L/2}$$

$$\therefore y = \frac{L}{2}\tan\theta$$

$$\therefore h + y > OR < OR = h_1$$

حالة اولى / اذا كان $h + y > h_1$

عليه مقدار الفرق يمثل مقدار الماء الطافح من الخزان ونفسه تمثل h_2

$$\therefore h_2 = (h + y) - h_1$$

.. حالة ثانية / اذا كانت $h + y < h_1$

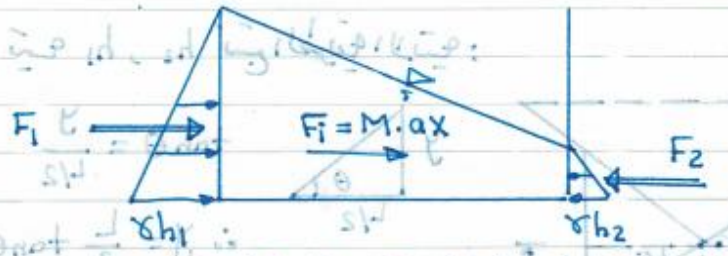
عليه هنا لا يوجد ماء زائد من الحوض ولا يوجد هنا يتبع لـ h_2

.. حالة ثالثة / اذا كانت $h + y = h_1$ هنا تكون قيمة h_2 تساوي صفر ويصبح شكل الكتلة المعلقة كالآتي:

مع العلم ان ميل سطح السائل المعلق هو:

$$\tan\theta = \frac{a_x}{g}$$

وبصورة عامة سيكون توزيع القوى على جانبي الحوض كالآتي:



وعليه يكون توازن القوى من خلال قانون النيوتن الثاني هو:

$$\Sigma F_x = M \cdot a_x$$

$$F_1 - F_2 = M \cdot a_x$$

س/ حوض مستطيل الشكل مفتوح من الاعلى عرضه (2m) وطوله (4m) وعمقه (1.5m) يحوي على ماء بعمق (1m). تحرك هذا الحوض بتعجيل افقي مقداره ($3.27\ m/sec^2$) احسب حجم الماء المزال من الحوض بسبب الحركة؟

الحل/ ١- حجم الماء قبل الحركة هو:-

$$V_1 = 4 \times 2 \times 1 = 8\,m^3$$

٢- ميل سطح الماء بسبب الحركة هو:-

$$\tan\theta = \frac{a_x}{g} = \frac{3.27}{9.81} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\frac{1}{3} = 18.4$$

٣- ايجاد قيمة y :-

$$y = \frac{L}{2}\tan\theta = \frac{4}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}\,m$$

وتضاف هذه القيمة لارتفاع الماء قبل حدوث الحركة (h):-

$$h + y = 1 + 0.67 = 1.67\,m$$

٤- مقارنة قيمة $(h+y)$ مع h_1 نجد ان

$$(h+y = 1.67) > (h_1 = 1.5\,m)$$

عليه فمقدار ارتفاع الماء المزال (h_2) هو:-

$$h_2 = (h+y) - h_1 = 1.67 - 1.5 = 0.167\,m$$

٥- حجم الماء المتبقي هو:-

$$V_2 = \left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right) \times 4 \times 2$$

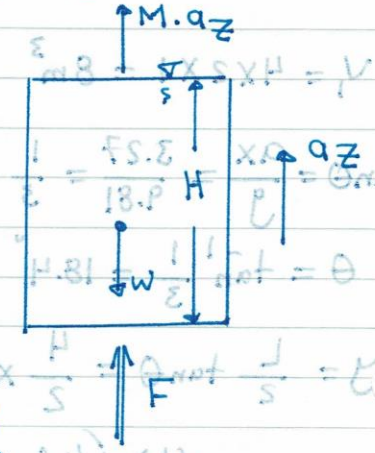
$$\therefore V_2 = \left(\frac{1.5 + 0.167}{2}\right) \times 4 \times 2 = 6.67\,m^3$$

٦- اذن الحجم المزال هو:-

$$\Delta V = V_1 - V_2$$

$$\therefore \Delta V = 8 - 6.67 = 1.33\,m^3.$$

ثانياً: التعجيل العمودي: يحدث عند حركة كتلة الماء للاعلى او للاسفل ويمكن تمثيل هذه الحركة كما يلي:



ولحساب القوة التي تتولد كمحصلة بسبب الحركة للاعلى والتي تساوي (F) نعمل ما يلي:-

① حساب مقدار الضغط المسلط على قاعدة الحوض:-

$$P = \gamma \cdot H\left(1 \mp \frac{a_z}{g}\right)$$

اذا كانت الحركة للاعلى تصبح الاشارة في القانون (+) واذا كانت الحركة للاسفل تصبح الاشارة (−).

② القوة F تحسب من خلال:-

$$F = P \times L \times B$$

س/ حوض مستطيل الشكل مفتوح من الاعلى بطول (2.5m) وعرضه (2m) يحتوي على زيت ($r.d = 0.85$) بعمق (1.5m)، احسب القوة على قاعدة الحوض اذا كان التعجيل العمودي ($a_z = g/2$) في حالة:-

١- الحركة للاعلى ٢- الحركة للاسفل.

الحل/

اولاً:- الحركة للاعلى:-

$$P = \gamma H\left(1 + \frac{a_z}{g}\right) = 9810 \times 0.85 \times 1.5\left(1 + \frac{g/2}{g}\right)$$

$$\therefore P = 18761 \ N/m^2$$

$$\therefore F_1 = P \times 2.5 \times 2 = 18.761 \times 2.5 \times 2 = 94 \ KN$$

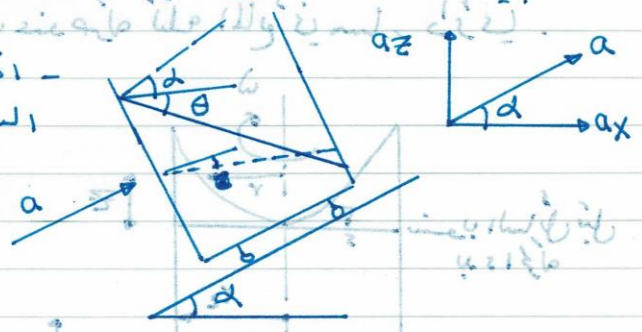
ثانياً:- الحركة للاسفل:-

$$P = \gamma H\left(1 - \frac{a_z}{g}\right) = 9810 \times 0.85 \times 1.5\left(1 - \frac{g/2}{g}\right) = 6254 \ N/m^2$$

$$\therefore F = P \times 2.5 \times 2 = 62.54 \times 2.5 \times 2 = 31 \ KN$$

• التعجيل على طول السطوح المائلة Acceleration along Inclined Plane :-

- اذا كانت الحركة للاعلى يصير ميل سطح السائل المعجل هو :-

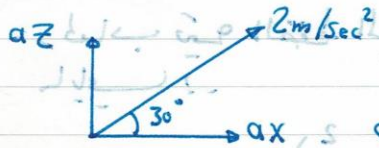


$$\tan\theta = \frac{a_x}{g + a_z}$$

- واذا كانت الحركة للاسفل يصير ميل سطح السائل المعجل هو :-

$$\tan\theta = \frac{-a_x}{g - a_z}$$

س / حوض مستطيل الشكل طوله (2.5m) وعرضه (2m) يحتوي على ماء بعمق (1m) احسب ميل السطح الحر للسائل اذا كان التعجيل ($2 m/sec^2$) على سطح مائل (30°) للاعلى ؟



الحل / ١- ايجاد a_x , a_z :-

$$a_x = 2\cos 30^\circ = 1.73 \ m/sec^2$$

$$a_z = 2\sin 30^\circ = 1 \ m/sec^2$$

٢- ايجاد $\tan\theta$:-

$$\tan\theta = \frac{a_x}{g + a_z} = \frac{1.73}{9.81 + 1} = 0.1602$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} 0.1602 = 9^\circ$$

CHAPTER FOUR

الفصل الرابع

القوانين الأساسية للجريان الثابت

١ – المقدمة :

هناك ثلاثة قوانين أساسية يعتمد عليها في اشتقاق المعادلات الأساسية في علم الموائع وهذه القوانين هي :

١. قانون حفظ الكتلة Conservation of Mass Low .

٢. قانون حفظ الطاقة Conservation of Energy Low.

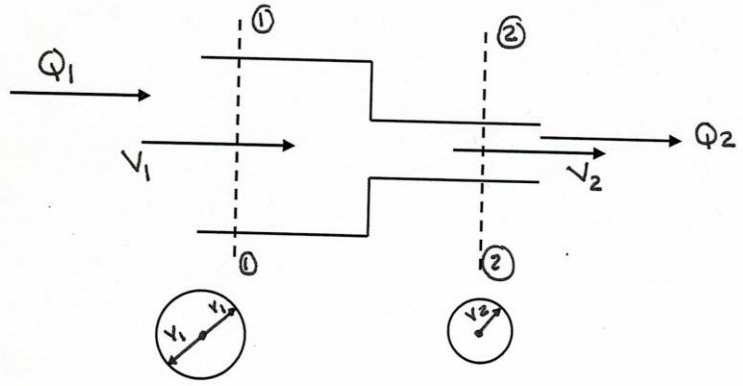
٣. قانون حفظ الزخم Conservation of Momentum Low.

وهنا سوف يدرس كل قانون على حدة وسوف توضح أهميته في الحصول على القوانين النهائية أما التحليل فسوف يقتصر على حالة الجريان الثابت فقط .

٢ – قانون حفظ الكتلة Conservation of Mass Low

يبين قانون حفظ الكتلة بأن المادة لا يمكن أن تفنى ولكنها تتحول من شكل إلى أخر وأهمية هذا القانون بأننا نحصل منه على معادلة تسمى بمعادلة الاتصال (Continuity Equation).

لنأخذ على سبيل المثال أنبوب الجريان ذات البعد الواحد المبين في الشكل أدناه ولنفرض أن المائع يتحرك من مقطع الجريان رقم ١ إلى مقطع الجريان رقم ٢ .



حيث أن :

V_1 = معدل السرعة عند المقطع رقم ١ .

V_2 = معدل السرعة عند المقطع رقم ٢ .

وعلى فرض أن شكل كل مقطع من المقطعين هو دائري عليه فأن مساحة كل مقطع تحسب كما يلي :

$$A_1 = \pi \times r_1^2 \qquad \text{and,} \qquad A_2 = \pi \times r_2^2$$

ولكن ومن خلال الشكل أعلاه يجب الانتباه إلى النقطة الآتية :

إن الشكل أعلاه يبين أن حجم السائل الذي يمر في المقطع الأول وفي فترة زمنية معينه (التصريف الحجمي في المقطع الأول) يساوي حجم السائل الذي مر في المقطع الثاني في نفس هذه الفترة الزمنية (التصريف الحجمي في المقطع الثاني).

$$Q_1 = Q_2$$
$$\Theta\ Q_i = V_i \times A_i$$
$$\therefore\ V_1 \times A_1 = V_2 \times A_2 = V_i \times A_i$$
$$\therefore V \times A = Q = \text{Constant}$$

وتفسير هذه المعادلة هو :

- في الجريان الثابت ذي البعد الواحد ولسائل غير قابل للانضغاط فأن حاصل ضرب معدل السرعة في مساحة المقطع يكون متساويا في جميع نقاط الجريان .

٢ – أنواع مقاطع الجريان الشائعة

يمكن تقسيم أنواع المقاطع حسب مجال الجريان المستخدم وكما يلي :

- أولا : الجريان في القنوات المغلقة (الجريان في الأنابيب) The Pipe

$$\text{Area} = A = \pi \times r^2$$

حيث أن r هو نصف قطر المقطع الدائري والمعادلة أعلاه صحيحة التطبيق فقط عند كـون الأنبوب مملوء بالسائل تماما . وستتم مناقشة باقي الحالات الخاصة بالأنابيـب فـي الفـصل الخامس .

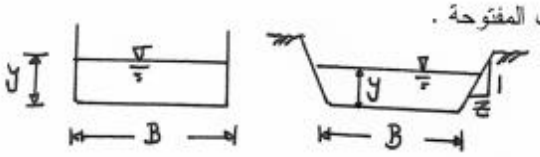
- ثانيا : الجريان في القنوات المفتوحة Open Channel

والأشكال الشائعة منها هي المقاطع المستطيلة أو المقاطع الشبه منحرفة .

Area for rectangular section = $A = B \times y$

Area for trapizoidal section = $A = B \times y + Z \times y^2$

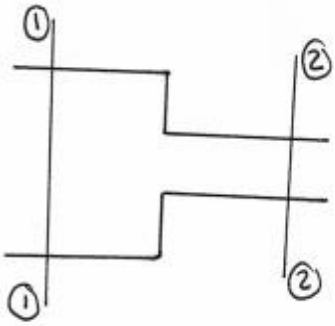
وهنا يجب ملاحظة أن الفرق بين أولا وثانيا هو أن الجريان في الأنابيب غير معرض للضغط الجوي على العكس من الجريان في القنوات المفتوحة .



٣ – تمارين محلولة :

س١ / الشكل أدناه يمثل جريان الماء في أنبوب وان قطر الأنبوب في المقطـع 1 يـساوي 20cm وفي المقطع 2 يـساوي 16cm وان معـدل الـسرعة فـي المقطـع 1 يـساوي (2 m / sec) احسب معدل السرعة في المقطع 2 ؟

الحل /



$$V_1 \times A_1 = V_2 \times A_2$$

$$A_1 = \pi \times \left(\frac{10}{100}\right)^2 = 0.0314\,m^2$$

$$A_2 = \pi \times \left(\frac{8}{100}\right)^2 = 0.02\,m^2$$

$$\therefore\ V_1 \times A_1 = V_2 \times A_2$$

$$2 \times 0.0314 = V_2 \times 0.02$$

$$\therefore\ V_2 = 3.14\,\frac{m}{sec}$$

س٢ / أنبوب بقطر 100 mm يجري به ماء بسرعة 6m / sec وينتهي في حـوض طولـه 10m وعرضه 5m وارتفاع الماء به 2m ، احسب :

١ – سرعة الماء في الحوض ؟

٢ – المدة اللازمة لملئ الحوض بالماء ولارتفاع مقداره 2m ؟

الحل /

١ – نعتبر أن الأنبوب هو المقطع رقم 1 وان الحوض هو المقطع رقم 2 :

$$V_1 \times A_1 = V_2 \times A_2$$

$$A_1 = \pi \times \left(\frac{50}{1000}\right)^2 = 0.0078\,m^2$$

$$A_2 = B \times y = 5 \times 2 = 10\,m^2$$

$$\therefore\ V_1 \times A_1 = V_2 \times A_2$$

$$6 \times 0.0078 = V_2 \times 10$$

$$\therefore\ V_2 = 0.0047\frac{m}{sec}$$

٢ – إيجاد المدة اللازمة لملئ الحوض بالماء :

$$Q = V_2 \times A_2 = 0.0047 \times (5 \times 2) = 0.047\frac{m^3}{sec}$$

and,

$$Q = \frac{Volume}{Time} = \frac{5 \times 2 \times 10}{t} = 0.047\frac{m^3}{sec}$$

$$\therefore t = 2127.66\ sec = 35.5\ min$$

٤ – قانون حفظ الطاقة Conservation Energy Low

يبين قانون حفظ الطاقة بأن الطاقة لا يمكن أن تفنى ولكنها تتحول من شكل إلـى أخـر وان المعادلة التي نحصل عليها باستخدام هذا القانون تسمى بمعادلة الطاقة أو معادلـة برنـوللي (Bernoulli's Equation) .

ومن اجل الحصول على معادلة مبسطة للطاقة هناك عدد من الفرضيات اللازمة للتطبيق في هذا المجال :

أ. المائع غير قابل للانضغاط (أي انه يمتلك مرونة عالية).

ب. المائع مثالي (أي لا وجود لتأثير اللزوجة بين طبقاته) .

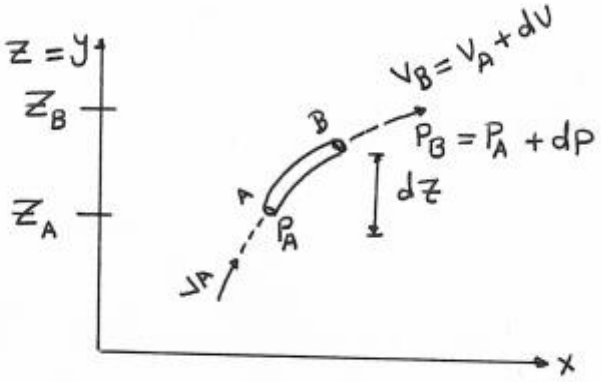
ت. لا تتكون دوامات إثناء حركة السائل ولا يحصل تبديد للطاقة .

وبأجراء مجموعة من الاشتقاقات يمكن الحصول على معادلة أولية مبسطة تسمى بمعادلة اويلر وهي كالأتي :

$$\frac{dP}{\gamma} + d\left(\frac{V^2}{2g}\right) + dZ = 0$$

حيث يوضح الشكل أدناه المتغيرات الموجودة في هذه المعادلة .

وتفسير هذه المعادلة المبسطة للطاقة هو أن طاقة قطرة السائل عند نقطة A تبقى ثابتة عند انتقال هذه القطرة إلى نقطة B أي الطاقة عند النقطتين متساوية وعند اخذ الفرق بالطاقة بين لنقطتين ستكون نتيجة هذا الفرق يساوي صفر .



وبـــأجراء التكامـــل علـــى معادلـــة اويلـــر نحـــصل منهـــا علـــى معادلـــة برنـــوللي (Bernoulli's Equation) :

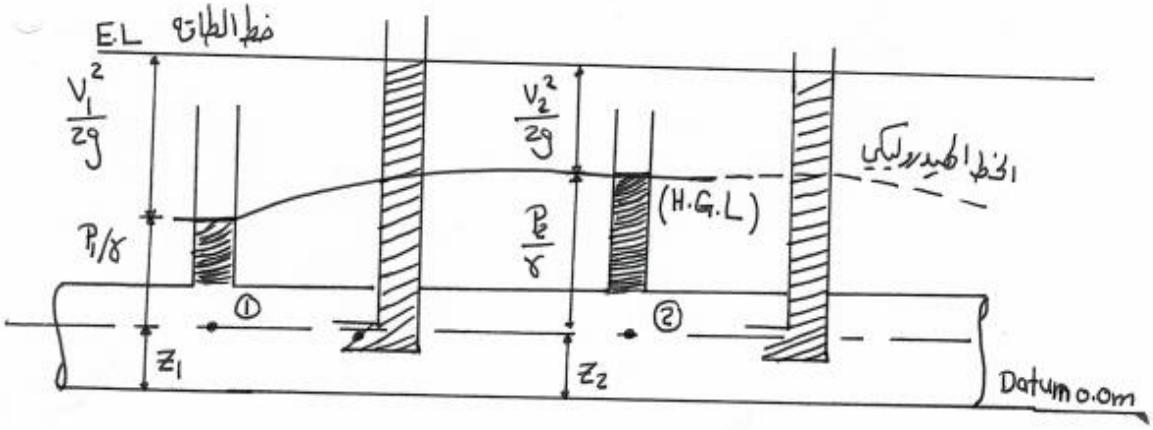
$$\frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + Z = H$$

وتفسير هذه المعادلة هو أن طاقة أي نقطة قيمة ثابتة وتساوي H .

٤ – ١ خط الطاقة والخط الهيدروليكي: Energy Line and the Hydraulic Gradient Line

يمكن تعريف خط الطاقة (E . L) بأنه الارتفاع الذي يمثل قيمة الطاقة الثابتة عند كل نقطة من نقاط مجال الجريان كما موضح في الشكل أدناه أي انه ساوي القيمة الناتجة من معادلة برنوللي عند كل نقطة.

أما الخط الهيدروليكي (H.G.L) فأنه يمثل الارتفاع المتكون في كل نقطة فيما لو تم وضع بيزوميتر في تلك النقطة وتكون ما يسمى بالشحنة البيزومترية والتي تساوي مجمـــوع ارتفاع النقطة عن مستوى الصفر وشحنة الضغط وكما يلي :



$$\frac{P}{\gamma} = \text{Pressure Head}$$

$$\frac{V^2}{2g} = \text{Velocity Head}$$

$$Z = \text{Elevation Head}$$

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_1 + Z_1 = \text{Pezometric Head} = \text{Elevation of (H.G.L) At point 1}$$

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_2 + Z_2 = \text{Pezometric Head} = \text{Elevation of (H.G.L) At point 2}$$

$$\text{Energy Line Elevation} = \text{E.L} = \text{Constant At Any Point} = H$$

$$\text{E.L} = \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + Z$$

$$(\text{E.L}) - (\text{H.G.L}) = \frac{V^2}{2g}$$

وبالتالي نحصل على معادلة الطاقة بصيغتها النهائية وهي كما يلي :

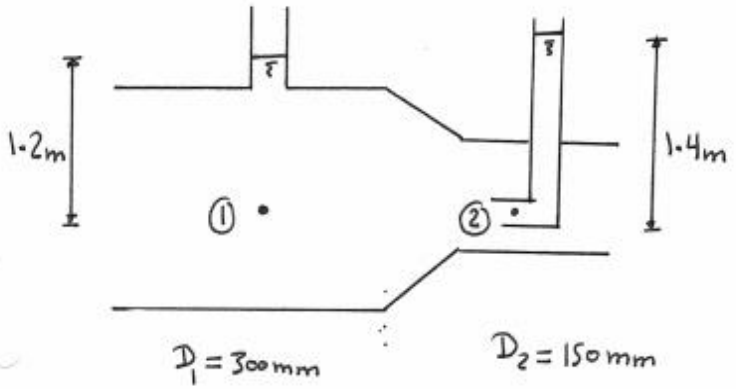
$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_1 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 + Z_1 = \left(\frac{P}{\gamma}\right)_2 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 + Z_2$$

إن رسم خط الطاقة والخط الهيدروليكي يساعد على فهم المسائلة بشكل صحيح وحلهـا . وان المعادلة أعلاه تبين انه إذا زادت السرعة قلت الشحنة البيزومترية $\left(\frac{P}{\gamma} + Z\right)$ وبـصورة عامة يمكن قول ما يلي :

- عندما تزداد السرعة يقل الضغط والعكس صحيح ومختبريا يستخدم جهاز فنـشوري لقياس السرعة .

٥ – تمارين محلولة :

س١ / ماء يجري في الأنبوب المبين في الشكل الأتي احسب مقدار تصريف الماء المار فـــي هذا الخط الأنبوبي ؟



الحل /

إن الماء يرتفع في البيزوميتر الموجود في نقطة رقم 1 مسافة مقـــدارها $(\frac{P}{\gamma}+Z)$ عليـــه يكون :

$$\text{The Head of Pezometer is: } \frac{P_1}{\gamma}+Z_1=1.2\,m$$

$$\text{But } \quad Z_1=\text{Zero} \Rightarrow \frac{P_1}{\gamma}=1.2\,m$$

وان الماء يرتفع في أنبوبة بيتوه عند النقطة رقم 2 مسافة مقدارها $(\frac{P}{\gamma}+Z+\frac{V^2}{2g})$ عليه يكون :

$$\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}+Z_2=1.4\,m$$

$$\text{But } \quad Z_2=0 \Rightarrow \frac{P_2}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}=1.4\,m$$

وبتطبيق معادلة الطاقة بين النقطتين 1 و 2 نحصل على :

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_1 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 + Z_1 = \left(\frac{P}{\gamma}\right)_2 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 + Z_2$$

$$1.2 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 = 1.4 \Rightarrow \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 = 0.2\,m$$

$$V_1 = 2 \text{ m/sec}$$

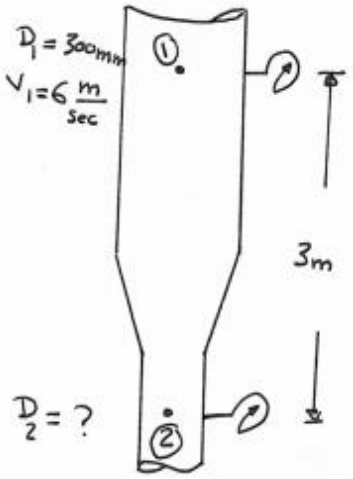
$$Q = V_1 \times A = 2\times\left(\frac{\pi}{4}\times\left(\frac{300}{1000}\right)^2\right) = 0.1414\frac{m^3}{sec}$$

س٢ / احسب قطر الأنبوب في النقطة رقم 2 من اجل الحصول على ضغط متساوي عند النقطتين 1 و 2 ؟

بتطبيق معادلة الطاقة بين النقطتين 1 و 2 :

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_1 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 + Z_1 = \left(\frac{P}{\gamma}\right)_2 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 + Z_2$$

$$\frac{(6)^2}{2g} + 3 = \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 \quad \Rightarrow V_2 = 9.8\frac{m}{sec}$$



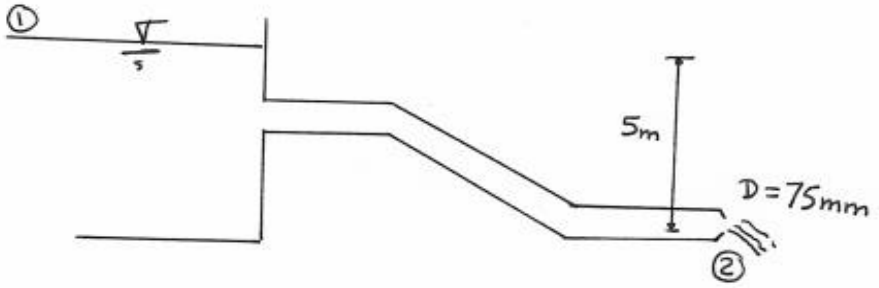
And by using continuity equation :

$$V_1 \times A_1 = V_2 \times A_2$$

$$6\times\left(\frac{\pi}{4}\times(300)^2\right) = 9.8\times\left(\frac{\pi}{4}\times(D_2)^2\right)$$

$$\therefore D_2 = \sqrt{\frac{6\times(300)^2}{9.8}} = 235\,mm$$

س٣ / احسب التصريف المار عبر الفوهة المبينة بالشكل ذات القطر (75mm) في الشكل الأتي؟



بأخذ معادلة الطاقة بين النقطتين 1 و 2 نجد أن :

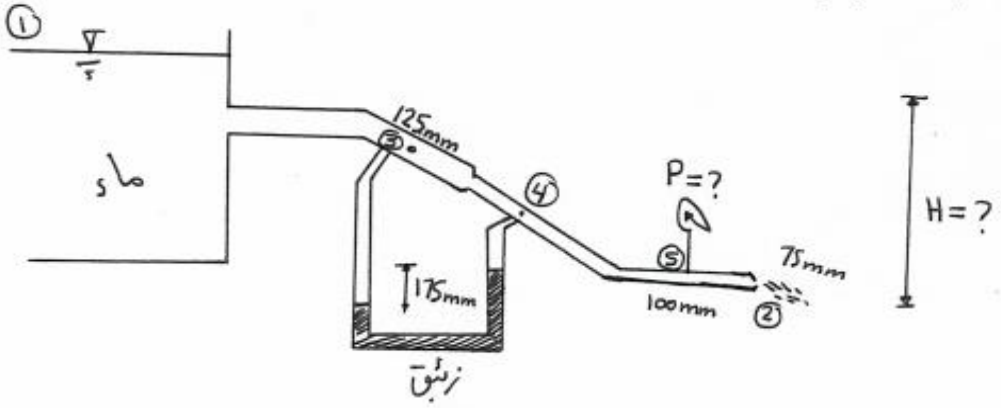
$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_1 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 + Z_1 = \left(\frac{P}{\gamma}\right)_2 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 + Z_2$$

$$5 = \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2$$

$$\therefore V_2 = \sqrt{5 \times (2g)} = 10\frac{m}{sec}$$

$$Q = V \times A = 10 \times \left(\frac{\pi}{4} \times \left(\frac{75}{1000}\right)^2\right) = 0.044\frac{m^3}{sec}$$

س٤ / ماء يجري في الخط الأنبوبي الأتي ، احسب قيمة كل H و P ؟



١- نأخذ معادلة الطاقة بين 1 و 2 :

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_1 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 + Z_1 = \left(\frac{P}{\gamma}\right)_2 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 + Z_2$$

$$\therefore H = \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 \quad ----------1$$

٢- يجب الاستفادة من وجود المانوميتر بين النقطتين 3 و 4 :

$$P_3 + (Z_3 - Z_4)\times\gamma_W + (0.175)\times\gamma_W - (0.175)\times\gamma_W \times 13.55 = P_4$$

$$\therefore \frac{P_3 - P_4}{\gamma_W} = 0.175(13.55 - 1) + (Z_4 - Z_3) \quad -----2$$

٣ – بتطبيق معادلة الطاقة بين النقطتين 3 و 4 :

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_3 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_3 + Z_3 = \left(\frac{P}{\gamma}\right)_4 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_4 + Z_4$$

$$0.175(13.55 - 1) + (Z_4 - Z_3) = (Z_4 - Z_3) + \frac{1}{2g}\left((V_4)^2 - (V_3)^2\right)$$

$$\therefore 0.175(13.55 - 1) = \frac{1}{2g}\left((V_4)^2 - (V_3)^2\right) \quad ------3$$

وبالاستفادة من معادلة الاتصال بين النقطتين 3 و 4 :

$$V_3 \times A_3 = V_4 \times A_4$$

$$V_3 \times \left(\frac{\pi}{4} \times (125)^2\right) = V_4 \times \left(\frac{\pi}{4} \times (100)^2\right)$$

$$\therefore\ V_3 = V_4 \times \left(\frac{100}{125}\right)^2 \quad -----4$$

Now, by solving eq.3 and eq.4 then:

$$V_4 = 8.625 \frac{m}{sec}$$

٤ – نطبق معادلة الاتصال بين النقطتين 2 و 4 :

$$V_2 \times A_2 = V_4 \times A_4$$

$$V_2 \times \left(\frac{\pi}{4} \times (75)^2\right) = 8.625 \times \left(\frac{\pi}{4} \times (100)^2\right)$$

$$\therefore\ V_2 = 8.625 \times \left(\frac{100}{75}\right)^2$$

$$V_2 = 15.33 \frac{m}{sec}$$

٥ – بالعودة إلى المعادلة رقم 1 نحصل على :

$$H = \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 = \frac{(15.33)^2}{2g} = 11.756\,m$$

٦ – لحساب الضغط عند النقطة رقم 5 نأخذ معادلة الطاقة بين النقطتين 5 و 1 :

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_1 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 + Z_1 = \left(\frac{P}{\gamma}\right)_5 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_5 + Z_5$$

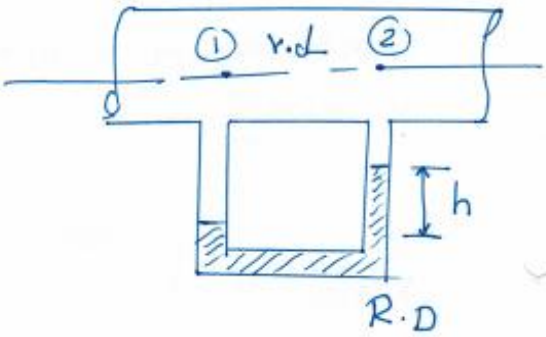
$$11.756 = \left(\frac{P}{\gamma}\right)_5 + \frac{(8.625)^2}{2g}$$

$$\therefore P_5 = 79\,KPa$$

حالات خاصة لاستخدام المانومتر وانبوبة بتوت :-

اولاً : وجود مانومتر :-

$$V_2 = \sqrt{\frac{2gh\,(R.D - r.d)/r.d}{\left[1 - (D_2/D_1)^4\right]}}$$

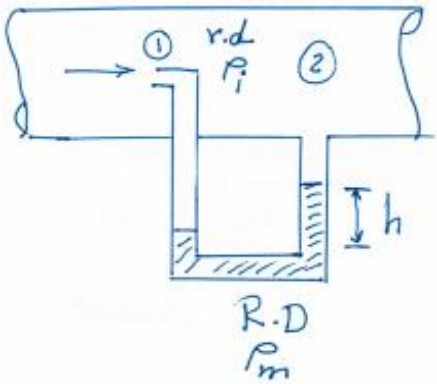


ثانياً : وجود انبوبة بتوت :

$$V_2 = \sqrt{2gh\left(\frac{\rho_m}{\rho_i} - 1\right)}$$

OR

$$V_2 = \sqrt{2gh\left(\frac{R.D}{r.d} - 1\right)}$$



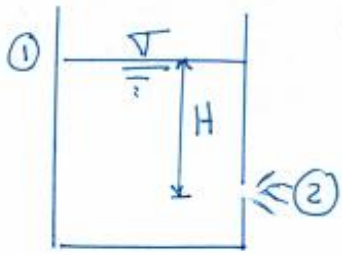
ثالثاً : الجريان خلال orifface :

$$\cancel{\frac{P_1}{\gamma}}^{\,0} + \cancel{\frac{V_1^2}{2g}}^{\,0} + Z_1 = \cancel{\frac{P_2}{\gamma}}^{\,0} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

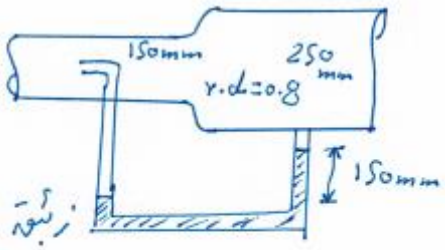
$$H = \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\therefore V_2 = \sqrt{2gH}$$

[وتسمى معادلة توريسيلي]



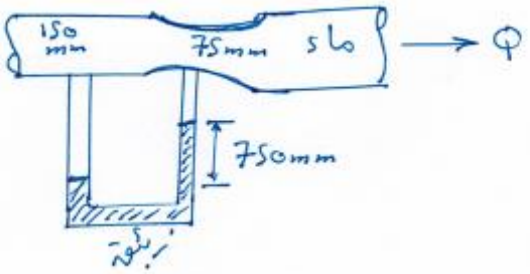
س/ (٤-١٢) ص 187 احسب التصريف في الخط الانبوبي المبينة :



$$V_2 = \sqrt{2gh\left(\frac{RD}{rd}-1\right)} = \sqrt{2g(0.15)\left(\frac{13.55}{0.8}-1\right)} = 6.85\,\frac{m}{sec}$$

$$\therefore Q = V_2 A_2 = 6.85\left(\frac{\pi}{4}\right)\left(\frac{250}{1000}\right)^2 = 0.336\,\frac{m^3}{sec}.$$

س/ (٤-١٣) ص 187 احسب التصريف :

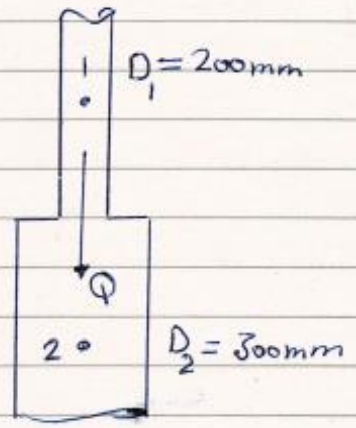


$$V_2 = \sqrt{\frac{2gh(RD-rd)/rd}{\left[1-(D_2/D_1)^4\right]}} = \sqrt{\frac{2g(0.75)(13.55-1)}{\left[1-\left(\frac{75}{150}\right)^4\right]}} =$$

(CN)

EX. No. 16

For Pipe shown, if the Velocity at Point (1) is (1 m/sec) Find the following:



a) Velocity at Point 2.

b) mean discharge.

$$Q_1 = Q_2$$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2$$

$$1 \times \frac{\pi}{4}(0.2)^2 = V_2 \times \frac{\pi}{4}(0.3)^2$$

$$V_2 = \frac{(0.2)^2}{(0.3)^2} = 0.44 \text{ m/sec}$$

$$Q = Q_1 = Q_2$$

$$\therefore Q_1 = 1 \times \frac{\pi}{4}(0.2)^2 = 0.0314 \text{ m}^3/\text{sec}$$

(2.)

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho} + g(Z_1 - Z_2) + \frac{V_1^2}{2} - \frac{V_2^2}{2} = 0$$

Divided by g:

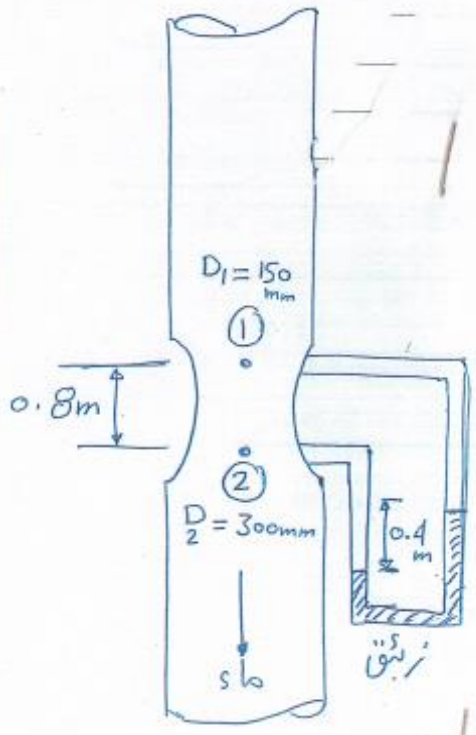
$$\frac{P_1 - P_2}{\rho g} + (Z_1 - Z_2) + \frac{1}{2g}(V_1^2 - V_2^2) = 0$$

∴ Euler equation (Energy eq.) become:-

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

Ex. No. 17

for pipe line shown in fig. Find the velocity at Point (1)?



لحرفه السرعه عند نقطه (1) او (2)
يجب استخدام معادله الاستمراريه
مع معادله الطاقه :

$$V_1 A_1 = V_2 A_2$$

$$V_1 \left(\frac{\pi}{4}\right)(0.15)^2 = V_2 \left(\frac{\pi}{4}\right)(0.3)^2$$

$$V_1 = V_2 \left(\frac{(0.3)^2}{(0.15)^2}\right) = 4 V_2 \Rightarrow$$

$$\therefore V_2 = V_1/4$$

يجب حساب فرق الضغط بين النقطتين (1) و (2) :

$$P_1 + 0.8\gamma_w + 0.4 \times \gamma_w \times 13.55 - 0.4\gamma_w = P_2$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma_w} = 0.4 - 0.8 - 0.4 \times 13.55 = -5.82\ m$$

نطبق الآن معادلة الطاقة بين (1) و (2) :-

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

$$-5.82 + \frac{V_1^2}{2g} + 0.8 = \frac{V_1^2}{32g} + 0$$

$$-5.02 = \frac{1}{2g}\left(\frac{V_1^2}{16} - V_1^2\right) \Rightarrow V_1^2 = 122.$$

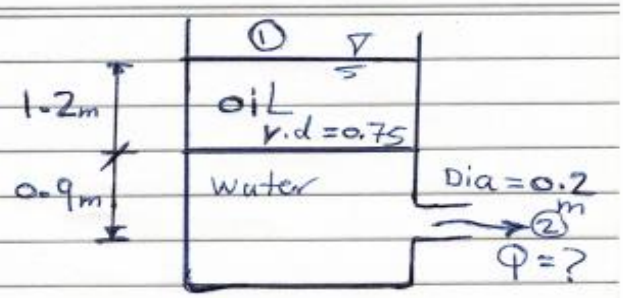
$$\therefore V_1 = 11.04\ m/sec$$

ويمكن ايضاً حساب معدل التصريف :

$$Q = V_1 A_1 = 11.04 \times \frac{\pi}{4}(0.15)^2 = 0.2\ m^3/sec$$

Ex. No. 21

For tank shown Find the dischary?



$$V_2 = V_{max} = \sqrt{2gh}$$

هنا الارتفاع h موزع بين الزيت والماء ويجب توحيد نوع السائل

$$\gamma_{oil}\, h_{oil} = \gamma_w\, h_w \Rightarrow h_w = \frac{\gamma_{oil}\, h_{oil}}{\gamma_w} = 0.75 \times 1.2 = 0.9\ m$$

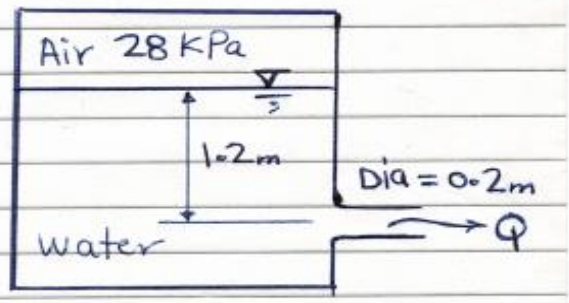
$$\therefore h = 0.9 + 0.9 = 1.8\ m$$

$$\therefore V_2 = V_{max} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 1.8} = 5.943\ m/sec$$

$$Q = V_2 A_2 = 5.943 \times \frac{\pi}{4} \times (0.2)^2 = 0.187\ m^3/sec.$$

H.W

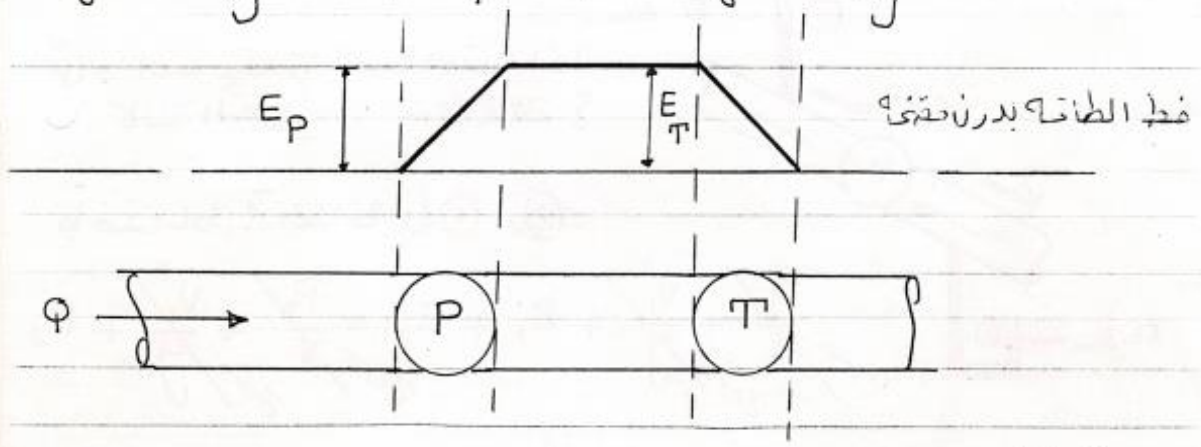
For the tank shown Find the discharge?



٦- المضخات والتربينات Pumps and Turbines ..

بعد ان المضخات تضيف طاقة الى السائل والتربينات تأخذ طاقة منه فبوجدها فأن معادلة الطاقة تكتب بالصيغة الاتية :-

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + E_P - E_T = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$



حيث ان :-

E_P = مقدار الطاقة مقاسة بالمتر التي اضيفت الى كل وحدة ثقل من السائل (شحنة الطاقة التي ترفع خط الطاقة) .

E_T = مقدار الطاقة مقاسة بالمتر التي اخذت من كل وحدة ثقل من السائل (شحنة الطاقة التي تخفض خط الطاقة)

وعادة يكون المطلوب مقدار الطاقة مقاسة بوحدات القدرة (الواط) عليه تكون القدرة :-

$$P_r = Q\gamma \left[E_P \text{ or } E_T \right]$$

حيث تكون الوحدات كالاتي

محاضره مساعدة

رابعاً: معادلة الطاقة بوجود المضخة او العنفة

Energy Equation with Pump or turbine

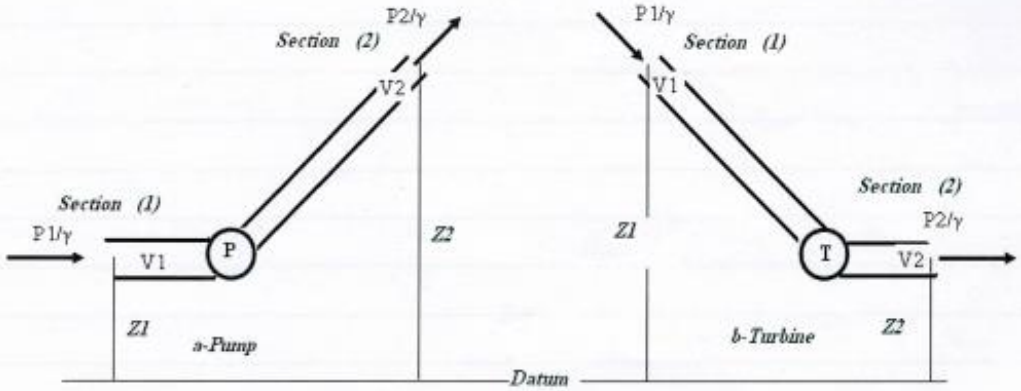
(A) Pump and Turbine:

Pump: is a device used to provide (increase) energy and we can use to discharge the liquid from low elevation to high elevation.
when the pump is used the Bernoulli equation becomes:

$$\frac{p_1}{\gamma}+z_1+\frac{v_1^2}{2g}+E_P=\frac{p_2}{\gamma}+z_2+\frac{v_2^2}{2g}$$

Turbine: is a device used to convert the fluid energy to electrical energy, when liquid flows from high elevation to low elevation.
when turbine is used the Bernoulli equation becomes:

$$\frac{p_1}{\gamma}+z_1+\frac{v_1^2}{2g}-E_T=\frac{p_2}{\gamma}+z_2+\frac{v_2^2}{2g}$$



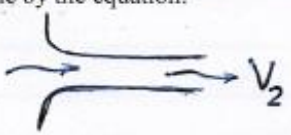
(B) Losses in Flow of Fluid

There are two types of losses with flow of fluid:

- Major losses due to friction between fluid and boundary of conduit.
- Minor losses due to fittings and changes in cross section (expansion and contraction).

- Friction losses will explain by Darcy's Equation.
- Minor losses can be determine by the equation:
  1. for fittings

$$h_m=k\frac{v_2^2}{2g}$$

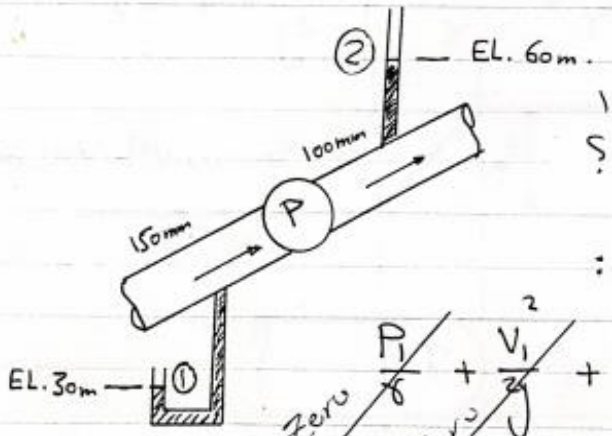


$Q = \frac{m^3}{sec}$. $P_r = \frac{N}{m.sec} = J/sec = W$

$\gamma = N/m^3$.

E_p or $E_T = m$.

٧- تمارين محلولة ..



س : احسب قدرة المضخة الاتية اذا كان التصريف 28 l/sec ؟

بأخذ معادلة الطاقة بين ① و ② :

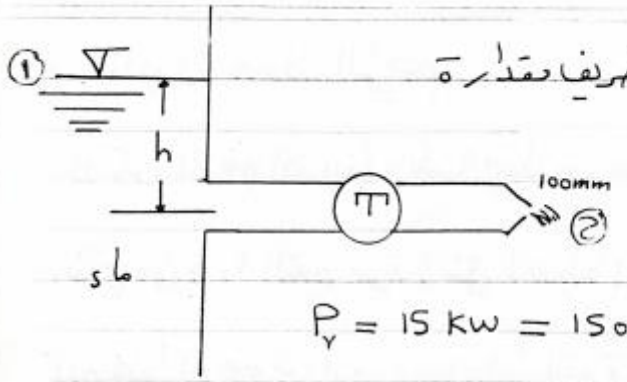
$$\cancel{\frac{P_1}{\gamma}}^{zero} + \cancel{\frac{V_1^2}{2g}}^{zero} + Z_1 + E_p = \cancel{\frac{P_2}{\gamma}}^{zero} + \cancel{\frac{V_2^2}{2g}}^{zero} + Z_2$$

$$30\,m + E_p = 60\,m$$

$$\therefore E_p = 30\ m .$$

$$P_r = Q\,\gamma\,E_p = \frac{28}{1000}\ m^3/sec \cdot 9810\ \frac{N}{m^3} \cdot 30\ m$$

$$P_r = 8240.4\ \frac{N}{m.sec} = 8.2404\ kW .$$



س: احسب ارتفاع الماء الناتج عن تصريف مقدارة 85 l/sec وناتج العنفة 15KW ؟

$$P_T = 15\ KW = 15000\ W$$

and, $P_T = Q \gamma E_T$

$$15000 = \frac{85}{1000} \cdot 9810 \cdot E_T$$

$$\therefore E_T = 18\ m$$

بأخذ معادلة الطاقة بين ① و ② :

$$\underbrace{\cancel{\frac{P_1}{\gamma}}}_{zero} + \underbrace{\cancel{\frac{V_1^2}{2g}}}_{zero} + z_1 - E_T = \underbrace{\cancel{\frac{P_2}{\gamma}}}_{zero} + \frac{V_2^2}{2g} + \underbrace{\cancel{z_2}}_{zero}$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{85}{1000} \cdot \frac{1}{\frac{\pi}{4}\left(\frac{100}{1000}\right)^2} = 10.8\ m/sec$$

$$\therefore h - 18 = \frac{(10.8)^2}{2g}$$

$$\therefore h = 23.8\ m$$

1. Energy Conversion

1.1 Energy Transfer in Pumps and Turbines

Pumps and turbines are *energy conversion* devices:

pumps turn electrical or mechanical energy into fluid energy;
turbines turn fluid energy into electrical or mechanical energy.

The energy per unit weight is the *head*, H:

$$H = \frac{p}{\rho g} + z + \frac{V^2}{2g}$$

The first two terms on the RHS comprise the *piezometric head*. The last term is the *dynamic head*.

1.2 Power

Power = rate of conversion of energy.

If a mass m is raised through a height H it gains energy mgH. If it does so in time t then the rate of conversion is mgH/t.

For a fluid in motion the mass flow rate (m/t) is ρQ. The rate of conversion to or from fluid energy when the total head is changed by H is, therefore, $\rho Q \times gH$, or

$$power = \rho g Q H$$

1.3 Efficiency

Efficiency, η, is given by

$$\eta = \frac{power_{out}}{power_{in}}$$

where "$power_{out}$" refers to the **useful** power; i.e. excluding losses.

For **turbines**: $\eta = \dfrac{power_{out}}{\rho g Q H}$

For **pumps**: $\eta = \dfrac{\rho g Q H}{power_{in}}$

Example.
A pump lifts water from a large tank at a rate of 30 L s^{-1}. If the input power is 10 kW and the pump is operating at an efficiency of 40%, find:

(a) the head developed across the pump;
(b) the maximum height to which it can raise water if the delivery pipe is vertical, with diameter 100 mm and friction factor $\lambda = 0.015$.

Answer: (a) 13.6 m; (b) 12.2 m

٨- قانون حفظ الزخم ..

لا يمكن للزخم ان يفنى ولكنه يتحول من صيغة الى اخرى فعندما يتغير الزخم مع الزمن ينتج عن هذا التغير قوة (مثل اصطدام السائل بجدار تيغير زخم السائل ويكون تغير هذا الزخم مع الزمن معادلاً للقوة على الجدار .

والقوى المؤثرة على تغير الزخم هي :-

① ثقل السائل .

② القوى الهيدروستاتيكية وقوى الضغط .

③ قوى القص .

وستكون المعالجة لاشتقاق معادلات الزخم مقتصرة على جريان ثابت وتأخذ التغيرات الكلية اعلاة مع تغير السرعة باتجاه X وباتجاه Y ، وعليه نجد :-

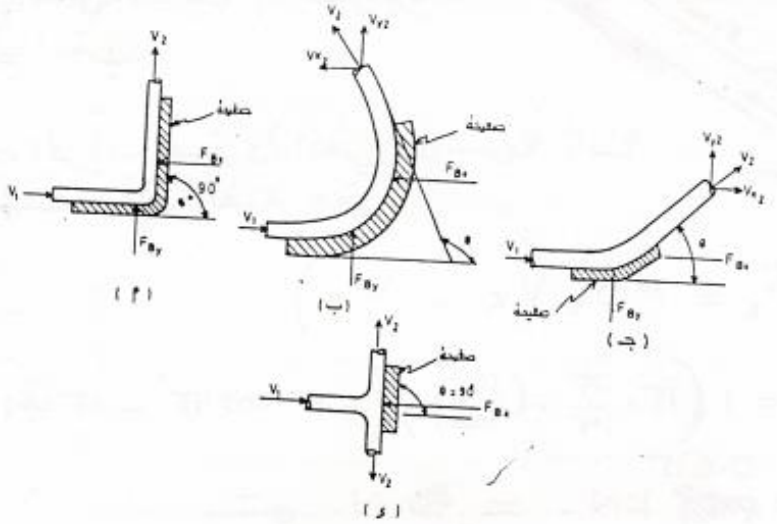
• القانون الاول : $\Sigma F_x = \rho Q (V_{2x} - V_{1x})$

وهي معادلة الزخم باتجاه X وتبين بأن مجموع القوى باتجاه X يساوي فرق الزخم بين نهاية وبداية الجسم .

• القانون الثاني : $\Sigma F_y = \rho Q (V_{2y} - V_{1y})$

وهي معادلة الزخم باتجاه Y وتبين بأن مجموع القوى باتجاه Y يساوي فرق الزخم بين نهاية وبداية الجسم .

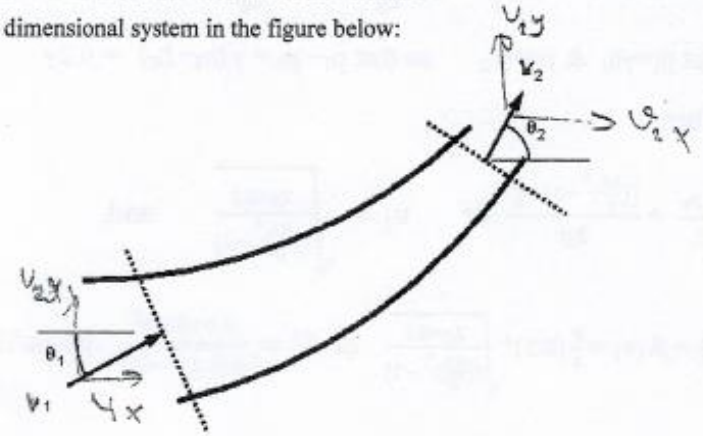
والحالات المهمة لتطبيق معادلات الزخم هي كالآتي :-



شكل 25.4 : حالات اصطدام البشوع نفسل

This analysis assumed that the inlet and outlet velocities were in the same direction - i.e. a one dimensional system. What happens when this is not the case?

Consider the two dimensional system in the figure below:



At the inlet the velocity vector, v_1, makes an angle, θ_1 , with the x-axis, while at the outlet v_2 make an angle θ_2. In this case we consider the forces by resolving in the directions of the coordinate axes.

The force in the x-direction

F_x = Rate of change of momentum in x – direction

= Rate of change of mass × change in velocity in x – direction

$$= \rho Q (v_{2x} - v_{1x}) = \rho Q (v_2 \cos\theta_2 - v_1 \cos\theta_1)$$

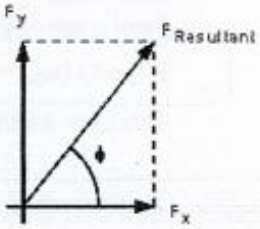
And the force in the y-direction

$$F_y = \rho Q (v_{2y} - v_{1y}) = \rho Q (v_2 \sin\theta_2 - v_1 \sin\theta_1)$$

We then find the **resultant force** by combining these vectorially:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

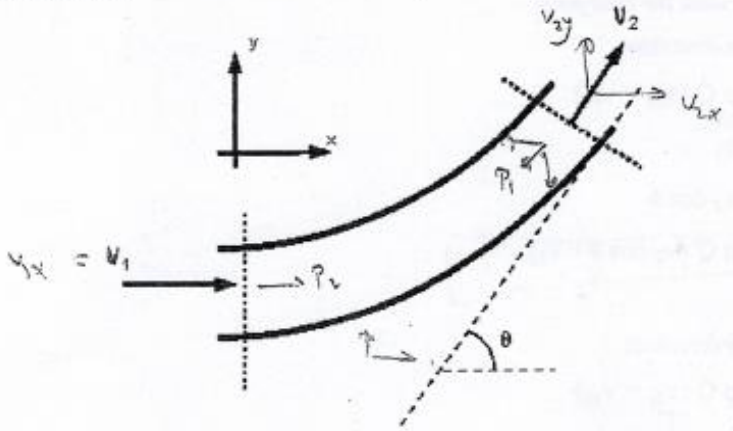
$$\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$



4.4Application of the Momentum Equation

4.4.1The forces due the flow around a pipe bend

Consider a pipe bend with a constant cross section lying in the horizontal plane and turning through an angle of (θ)



In summary we can say:

The total force *exerted on* the fluid = rate of change of momentum through the control volume

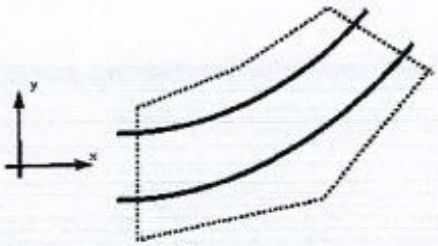
$$\mathbf{F = \rho Q (v_{out} - v_{in})}$$

Steps to analysis:

1. Draw a control volume
2. Decide on co-ordinate axis system
3. Calculate the total force
4. Calculate the pressure force
5. Calculate the body force
6. Calculate the resultant force

1. Draw a control volume

The control volume is draw in the above figure, with faces at the inlet and outlet of the bend and encompassing the pipe walls.



2. Decide on co-ordinate axis system

It is convenient to choose the co-ordinate axis so that one is pointing in the direction of the inlet velocity. In the above figure the x-axis points in the direction of the inlet velocity.

3. Calculate the total force

In the x-direction:

$F_{T_x} = \rho\, Q\, (v_{2x} - v_{1x})$

$v_{1x} = v_1$

$v_{2x} = v_2 \cos\theta$

$F_{T_x} = \rho\, Q\, (v_2 \cos\theta - v_1)$

In the y-direction:

$F_{T_y} = \rho\, Q\, (v_{2y} - v_{1y})$

$v_{1y} = v_1 \sin\theta = 0$

$v_{2y} = v_2 \sin\theta$

$F_{T_y} = \rho\, Q\, (v_2 \sin\theta)$

4. Calculate the pressure force

F_P = pressure force at 1− pressure force at 2

$F_{P_x} = p_1 A_1 \cos 0 - p_2 A_2 \cos\theta = p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos\theta$

$F_{P_y} = p_1 A_1 \sin 0 - p_2 A_2 \sin\theta = -p_2 A_2 \sin\theta$

5. Calculate the body force

There are no body forces in the x or y directions. The only body force is that exerted by gravity (which acts into the paper in this example - a direction we do not need to consider).

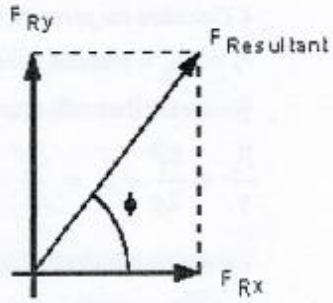
F_B = Force exerted on the fluid body (e.g. gravity)

6. Calculate the resultant force

$$F_{T_x} = F_{R_x} + F_{P_x} + F_{B_x}$$
$$F_{T_y} = F_{R_y} + F_{P_y} + F_{B_y}$$

$$F_{R_x} = F_{T_x} - F_{P_x} - 0 = \rho\, Q\,(v_2 \cos\theta - v_1) - p_1 A_1 + p_2 A_2 \cos\theta$$

$$F_{R_y} = F_{T_y} - F_{P_y} - 0 = \rho\, Q\,(v_2 \sin\theta) + p_2 A_2 \sin\theta$$



And the resultant force **on the fluid** is given by

$$R = \sqrt{{F_{R_x}}^2 + {F_{R_y}}^2}$$

And the direction of application is

$$\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{F_{R_y}}{F_{R_x}}\right)$$

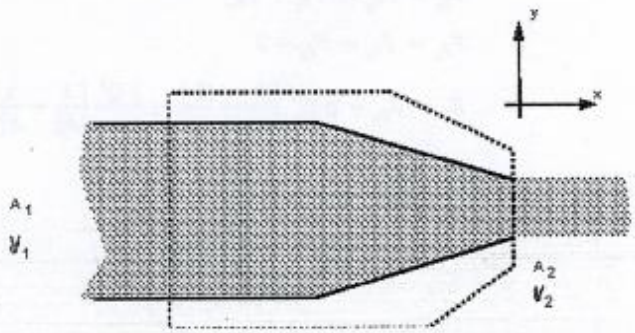
The force **on the bend** is the same magnitude but in the opposite direction.

4.4.2 Force on a pipe nozzle

Force on the nozzle at the outlet of a pipe. Because the fluid is contracted at the nozzle forces are induced in the nozzle. Anything holding the nozzle (e.g. a fireman) must be strong enough to withstand these forces.

The analysis takes the same procedure as above:

1. Draw a control volume
2. Decide on co-ordinate axis system
3. Calculate the **total** force
4. Calculate the **pressure** force
5. Calculate the **body** force
6. Calculate the **resultant** force



1 & 2 Control volume and Co-ordinate axis are shown in the figure.\

Notice how this is a one dimensional system which greatly simplifies matters.

*3. Calculate the **total** force*

$F_T = F_{T_x} = \rho\, Q\, (v_2 - v_1)$

By continuity, $Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$, So $\quad F_{T_x} = \rho\, Q^2 \left[\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1}\right]$

*4. Calculate the **pressure** force*

$F_P = F_{P_x}$ = pressure force at 1− pressure force at 2

We use the Bernoulli equation to calculate the pressure

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + \cancel{z_1} = \cancel{\frac{P_2}{\gamma}} + \frac{V_2^2}{2g} + \cancel{z_2}$$

$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$

The nozzle is horizontal, $z_1 = z_2$, and the pressure outside is atmospheric, $p_2 = 0$,

And with continuity gives

$$p_1 = \frac{\rho\, Q^2}{2}\left[\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}\right]$$

*5. Calculate the **body** force*

The only body force is the weight due to gravity in the y-direction - but we need not consider this as the only forces we are considering are in the x-direction.

F_B = Force exerted on the fluid body (e.g. gravity)

*6. Calculate the **resultant** force*

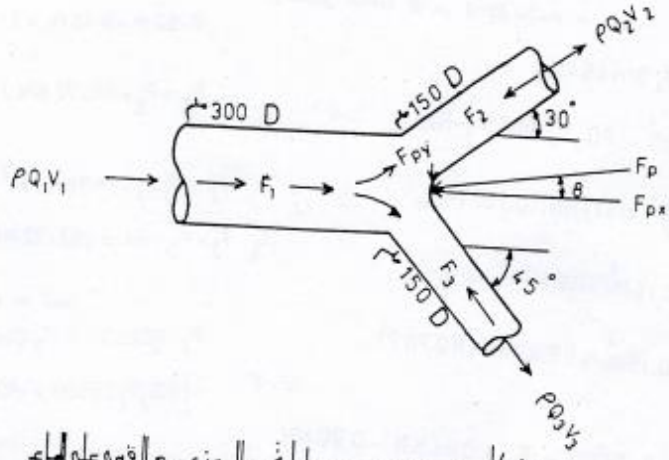
$F_{T_x} = F_{R_x} + F_{P_x} + F_{B_x}$

$F_{R_x} = F_{T_x} - F_{P_x} - 0$

$$F_R = F_{R_x} = \rho\, Q^2 \left[\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1}\right] - \frac{\rho\, Q^2}{2}\left[\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}\right]$$

مثـــال 17-4

300 لتر/ثا من الماء تجرى في الانبوب ذي قطر 300 ملم المبين في شكل 31-4 حيث يتوزع الماء في انبوبتين قطر كل منهما 150 ملم. فاذا كانت الانابيب موضوعة بصورة افقية وان مقدار الضغط في الانبوب الكبير 80 كيلو باسكال وان الجريان ينقسم بالتساوي بين الانبوبين ، احسب مقدار واتجاه قوة الماء على الموزع؟



شكل 31.4 جسم مطلق للموزع مع القوى على الماء

الحـــــل

من معادلة الاتصال فان

$$V_1 = 4.24 \text{ m/s}$$

و

$$V_2 = V_3 = 8.49 \text{ m/s}$$

وباستخدام معادلة الطاقة يمكن حساب الضغط في الانبوبين

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma}$$

$$\frac{(4.24\ m/s)^2}{(2)(9.8\ m/s^2)} + \frac{80\ KN/m^2}{9.8\ KN/m^3} = \frac{(8.49\ m/s)^2}{(2)(9.8\ m/s^2)} + \frac{P_2}{9.8\ KN/m^3}$$

$$0.92\ m + 8.16\ m = 3.68\ m + \frac{P_2}{9.8\ KN/m^3}$$

$$P_2 = P_3 = 62.72\ KN/m^2$$

فان

$$F_1 = P_1 A_1 = (80\ KN/m^2)(0.3\ m)^2 \frac{\pi}{4} = 5.65\ KN$$

$$F_2 = F_3 = PA = (62.72\ KN/m^2)(0.15\ m)^2 \frac{\pi}{4} = 1.11\ KN/m^2$$

عليه بتطبيق معادلة الزخم 4-54 باتجاه x نجد

$$F_1 - F_2 \cos 30 - F_3 \cos 45 - F_{px}$$

$$= \left[\rho Q_2 V_2 \cos 30 + \rho Q_3 V_3 \cos 45\right] - \left[\rho Q_1 V_1\right]$$

$$5.65\ KN - 1.11 \cos 30 - 1.11 \cos 45 - F_{px} = \left(1 \frac{KN.s^2}{m^4}\right)\left(0.15 \frac{m^3}{s}\right)\left(8.49 \frac{m}{s}\right) \cos 30 -$$

$$\left(1 \frac{KN.s^2}{m^4}\right)\left(0.15 \frac{m^3}{s}\right)\left(8.49 \frac{m}{s}\right) \cos 45$$

$$\left(1 \frac{KN.s^2}{m^4}\right)\left(0.30 \frac{m^3}{s}\right)\left(4.24 \frac{m}{s}\right)$$

ومنها نحصل

$$3.91\ KN - F_{px} = 1.10\ KN + 0.90\ KN - 1.27\ KN$$

$$F_{px} = 3.18\ KN$$

وبتطبيق معادلة الزخم 4-55 باتجاه y نجد

$$-F_2 \sin 30 + F_3 \sin 45 + F_{py}$$

$$= \left[\rho Q_2 V_2 \sin 30^\circ - \rho Q_3 V_3 \sin 45\right] - [0]$$

$$(-1.11\ KN)\left(\frac{1}{2}\right) + (1.11\ KN)(0.707) - F_{py}$$

$$= \left(\frac{KN.s^2}{m^4}\right)(0.15\ m^3/s)(8.49\ m^3/s)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$-\left(\frac{KN.s^2}{m^4}\right)(0.15\ m^3/s)(8.49\ m/s)(0.707)$$

اي ان

$$-0.56\ KN + 0.78\ KN - F_{py} = 0.64\ KN - 0.90\ KN$$

$$F_{py} = 0.48\ KN$$

اما القوة الكلية

$$F_p = \sqrt{F_{px}^2 + F_{py}^2} = \sqrt{(3.18\ KN)^2 + (0.48\ KN)^2} = 3.23\ KN$$

وان اتجاهها يعمل زاوية مع الافق

$$\theta = \text{Arc tan} \frac{F_{py}}{F_{px}} = \text{Arctan} \frac{0.48}{3.18} = 8.58^\circ$$

اما قوة الماء على الموزع فانها تساوي هذه القوة وباتجاه معاكس لها. وان كان الفرعان يعملان نفس الزاوية مع الافق فان F_{py} تصبح صفرا وتكون قوة الماء على الموزع بصورة افقية.

CHAPTER FIVE

الفصل الخامس

الجريان في الأنابيب

1 – المقدمة :

يتناول هذا الفصل بعض سمات الجريان الثابت في القنوات المغلقة والأنابيب وستقتصر المناقشة على الموائع غير المنضغطة التي تبقى بها الكثافة الكتلية ثابتة. ويحدث هذا النوع من الجريان بحالتين أساسية : الجريان في الأنابيب الدائرية والجريان في القنوات المغلقة الغير الدائرية (مثل حالة العبارات الصندوقية مثلا).

وهنا سيتم التركيز على حالات الجريان التي يكون فيها الأنبوب مملوءا بالسائل وتستخدم معادلات الطاقة والاتصال في حل المسائل المتعلقة بهذا الموضوع.

والجريان في الأنابيب يأخذ احد الحالات الآتية:

1 – الجريان الثابت أو غير الثابت .

2 – الجريان المنتظم أو غير المنتظم .

3 – الجريان الطباقي والجريان الاضطرابي .

ويعرف الجريان الطباقي بأنه الجريان الذي تكون فيه حركة المائع على شكل طبقات (جريان هادئ) . أما الجريان الاضطرابي فهو الجريان الذي تكون فيه حركة المائع حركة غير متماثلة (جريان سريع أو عنيف).

ويمكن تحديد نوع الجريان طباقي أو اضطرابي من خلال مؤشر يطلق عليه رقم رينولدز (Reynolds No.) ويمكن تعريفه من خلال المعادلة الآتية :

$$Re = \frac{V D \rho}{\mu} = \frac{\text{inertial forces}}{\text{Viscous forces}} \quad (\text{No units}) = \frac{V D}{\nu}$$

Hint if the pipe and fluid have the following data:

$\rho = 1000\ kg/m^3$, $D = 0.5m$, $\mu = 0.55 \times 10^{-3}\ \frac{kg}{m \cdot sec}$, $R_e = 2000$

Find Max. Velocity ?

$$R_e = \frac{VD\rho}{\mu} \Rightarrow V = \frac{\mu R_e}{\rho D} = \frac{0.55 \times 10^{-3} \times 2000}{1000 \times 0.5} = 0.0022\ m/sec$$

حيث أن :

Re = رقم رينولدز (بدون وحدات)

V =معدل سرعة المائع (m/sec)

D = قطر الأنبوب (m)

μ = اللزوجة ($\frac{kg}{m \cdot sec}$)

ρ = الكثافة الكتلية للمائع (kg/m^3)

وبعد إجراء عدة تجارب مختبرية وجد بأن رقم رينولدز يمكن أن يقسم الجريان إلى طبـــاقي أو اضطرابي من خلال المحددات الآتية :

Re 〈 2000	Laminar Flow
Re 〉 4000	Turbulant Flow
Re = 2000 – 4000	Critical Flow

عرفنا الان ان قيمة R_e يمكن حسابها من خلال :

$$R_e = \frac{VD\rho}{\mu} = \frac{VD}{\nu}$$

لو اجرينا مقارنة بين جريان الماء والهواء لنفس الانبوب نجد من خلال المقارنة مايلي على فرض ان الجريان يكون لنفس قيمة R_e :

$$R_{e_1} = R_{e_{water}} = \frac{V_1 D_1}{\nu_1}$$

$$R_{e_2} = R_{e_{air}} = \frac{V_2 D_2}{\nu_2}$$

من خلال معلوماتنا السابقة ومن جداول خاصة ولدرجة حرارة 20° :

$$\nu_1 = \nu_{water} = 1.006 \times 10^{-6}$$

$$\nu_2 = \nu_{air} = 15.06 \times 10^{-6}$$

$$\therefore R_{e_1} = R_{e_2} \Longrightarrow \frac{V_1 D_1}{1.006 \times 10^{-6}} = \frac{V_2 D_2}{15.06 \times 10^{-6}}$$

لنفس الانبوب اي مرة جريان ماء واخرى هواء اي القطر ثابت

نجد ان :

$$\frac{V_1 \cancel{D}}{1.006 \times 10^{-6}} = \frac{V_2 \cancel{D}}{15.06 \times 10^{-6}}$$

$$\therefore V_{air_2} = \frac{15.06}{1.006} V_{water_1} \simeq 15 V_{water_1}$$

اي ان سرعة الهواء (15) مرة اكبر من سرعة الماء لنفس مواصفات الانبوب عند نفس قيمة R_e .

2 – الضائعات في الأنابيب:

هناك حالات عديدة من الجريان نحتاج إلى إضافة طاقة (مثل إضافة مضخة إلى منظومة الجريان) وحالات أخرى نحتاج أن نقلل الطاقة (مثل إضافة عنفة إلى منظومة الجريان).

وبنفس الطريقة هناك طاقة ضائعة بسبب الاحتكاك الحاصل بين المائع ومادة الأنبوب وبسبب هذه الضائعات تصبح معادلة الطاقة بوجود خسائر الاحتكاك بالصيغة الآتية :

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_1 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 + Z_1 = \left(\frac{P}{\gamma}\right)_2 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 + Z_2 + h_f$$

حيث أن :

h_f = ضائع الطاقة بسبب الاحتكاك والذي يعتمد على العوامل الآتية :

1 – نوع المائع .

2 – سرعة المائع .

3 – الشكل الهندسي للأنبوب .

والمعادلة العامة التي تحسب ضائعات الطاقة بسبب الاحتكاك في الأنابيب تعرف بمعادلة دارسي - وايزباخ

والتي يمكن كتابتها بالصيغة الآتية :

$$h_f = f \times \frac{L}{D} \times \frac{V^2}{2g}$$

حيث أن (f) هو معامل الاحتكاك والذي تعتمد قيمته على نوع المادة المصنوع منها الأنبوب.

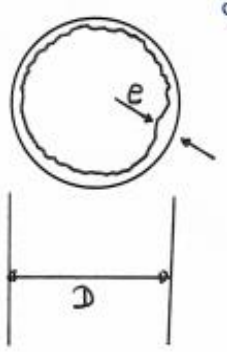
وهناك عدة معادلات وضعية يمكن من خلالها حساب قيمة (f) ومن اهم هذه المعادلات :

$$f = \frac{64}{Re} \qquad \text{for Laminar flow}$$

$$f = \frac{0.316}{(Re)^{0.25}} \qquad \text{for Turbulant flow}$$

كما أن هناك مرتسم يعرف ب (مرتسم مودي) يمكن من خلاله معرفة قيمة معامل الاحتكاك من خلال معرفة قيمة رقم رينولدز ومقدار الخشونة الداخلية للأنبوب (مقدار ارتفاع النتـــوءات المتكونة مع حافة الأنبوب الداخلية) (e) وقطر الأنبوب.

- لاحقاً جدول يبين قيم (e) لانواع مختلفه من الانابيب .
- لاحقاً جدول يبين المعادلات الضروريه لحساب قيمه (f) .
- لاحقاً مخطط مرتسم مودي.



3 – تمارين محلولة

س1 / يجري زيت ($r.d = 0.92$, $\mu = 0.2 \times 10^{-3}$) إلى الأعلى من خلال أنبوب مائل بزاوية 40° عن الأفق كما مبين في الشكل فأذا كان الضغط عند نقطة رقم 1 يساوي (250 KPa) والضغط عند نقطة رقم 2 يساوي (150KPa) وطول الأنبوب يساوي (10m) وقطر الأنبوب يساوي (0.07m) احسب :

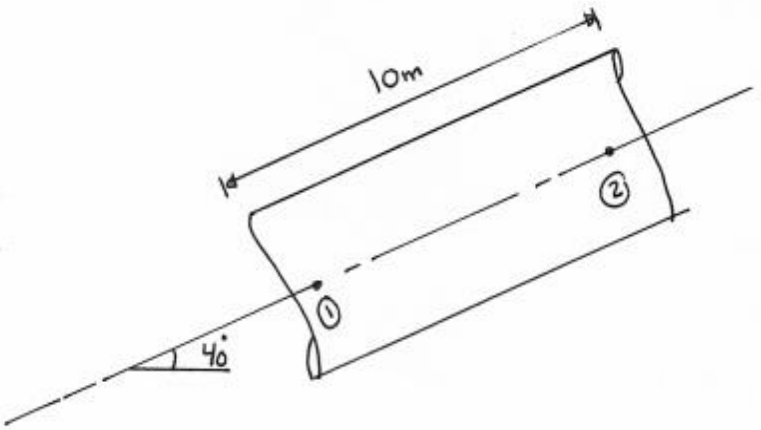
1 – خسائر الطاقة بسبب الاحتكاك.

2 – مقدار التصريف المار عبر الانبوب.

3 – معدل السرعة.

4 – نوع الجريان.

اعتبر أن قيمة معامل الاحتكاك يساوي (0.04).



الحل /

1 – يمكن حساب خسائر الاحتكاك أما من معادلة دارسي إذا كانت السرعة معلومة أو من خلال معادلة الطاقة إذا كان الضغط معلوم . عليه يمكننا ألان حساب خسائر الاحتكاك من خلال معادلة الطاقة وكما يلي :

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_1 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 + Z_1 = \left(\frac{P}{\gamma}\right)_2 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 + Z_2 + h_f$$

$$\frac{250}{0.92 \times 10} + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 + 0 = \frac{150}{0.92 \times 10} + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 + 10\sin(40) + h_f$$

$$\therefore h_f = 4.47\,m$$

2 – يمكن ألان حساب السرعة من خلال معادلة دارسي وذلك لان التصريف غير معلوم :

$$h_f = f \times \frac{L}{D} \times \frac{V^2}{2g}$$

$$4.47 = 0.04 \times \frac{10}{0.07} \times \frac{V^2}{2g}$$

$$\therefore V = 1.25\frac{m}{sec}$$

3 – يمكن الآن حساب التصريف من خلال معادلة الاستمرارية:

$$Q = V \times A$$

$$Q = 1.25 \times \frac{\pi}{4}(0.07)^2 = 0.0048\frac{m^3}{sec}$$

4 – لتحديد نوع الجريان نستفاد من حساب رقم رينولدز :

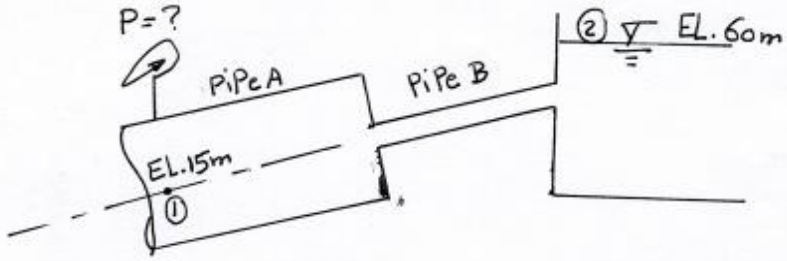
$$Re = \frac{V\,D\,\rho}{\mu} = \frac{1.25 \times 0.07 \times (0.92 \times 1)}{0.2 \times 10^{-3}}$$

$$\therefore Re = 402.5$$

$$\Theta\ Re \langle 2000 \quad \Rightarrow \text{Laminar Flow}$$

س2 / احسب قراءة المقياس في المسار الأنبوبي المبين في الشكل الأتي إذا كانت المعلومات الآتية متوفرة :

The pipe	L (m)	D (mm)	f	V (m/sec)
A	60	300	0.02	2.4
B	3	150	0.02	?



الحل / بأخذ معادلة الطاقة بين نقطة 1 و نقطة 2 وحساب خسائر الاحتكاك :

$$hf = \sum hf_i$$

$$\therefore hf = \left[0.02 \times \frac{60}{0.3} \times \frac{(2.4)^2}{2g}\right] + \left[0.02 \times \frac{3}{0.15} \times \frac{V_B^{\,2}}{2g}\right]$$

$$2.4 \times \left[\frac{\pi}{4} \times \left(\frac{300}{1000}\right)^2\right] = V_B \times \left[\frac{\pi}{4} \times \left(\frac{150}{1000}\right)^2\right]$$

$$\therefore V_B = 9.6 \frac{m}{sec}$$

$$\therefore hf = 3m$$

عليه تكون معادلة الطاقة لهذا الشكل كما يلي:

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_1 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 + Z_1 = \left(\frac{P}{\gamma}\right)_2 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 + Z_2 + h_f$$

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_1 + \frac{(2.4)^2}{2g} + 15 = 0 + 0 + 60 + 3 \quad \Rightarrow P_1 = 477\,KPa$$

CHAPTER FIVE

الفصل الخامس

الجريان في الأنابيب

1 – المقدمة :

يتناول هذا الفصل بعض سمات الجريان الثابت في القنوات المغلقة والأنابيب وستقتصر المناقشة على الموائع غير المنضغطة التي تبقى بها الكثافة الكتلية ثابتة. ويحدث هذا النوع من الجريان بحالتين أساسية : الجريان في الأنابيب الدائرية والجريان في القنوات المغلقة الغير الدائرية (مثل حالة العبارات الصندوقية مثلا).

وهنا سيتم التركيز على حالات الجريان التي يكون فيها الأنبوب مملوءا بالسائل وتستخدم معادلات الطاقة والاتصال في حل المسائل المتعلقة بهذا الموضوع.

والجريان في الأنابيب يأخذ احد الحالات الآتية:

1 – الجريان الثابت أو غير الثابت .

2 – الجريان المنتظم أو غير المنتظم .

3 – الجريان الطباقي والجريان الاضطرابي .

ويعرف الجريان الطباقي بأنه الجريان الذي تكون فيه حركة المائع على شكل طبقات (جريان هادئ) . أما الجريان الاضطرابي فهو الجريان الذي تكون فيه حركة المائع حركة غير متماثلة (جريان سريع أو عنيف).

ويمكن تحديد نوع الجريان طباقي أو اضطرابي من خلال مؤشر يطلق عليه رقم رينولدز (Reynolds No.) ويمكن تعريفه من خلال المعادلة الآتية :

$$Re = \frac{V D \rho}{\mu} = \frac{\text{inertial forces}}{\text{Viscous forces}} \quad (\text{No units}) = \frac{V D}{\nu}$$

Hint if the pipe and fluid have the following data:

$\rho = 1000\ kg/m^3$, $D = 0.5m$, $\mu = 0.55 \times 10^{-3}\ \frac{kg}{m \cdot sec}$, $R_e = 2000$

Find Max. Velocity ?

$$R_e = \frac{VD\rho}{\mu} \Rightarrow V = \frac{\mu R_e}{\rho D} = \frac{0.55 \times 10^{-3} \times 2000}{1000 \times 0.5} = 0.0022\ m/sec$$

حيث أن :

Re = رقم رينولدز (بدون وحدات)

V =معدل سرعة المائع (m/sec)

D = قطر الأنبوب (m)

μ = اللزوجة ($\frac{kg}{m \cdot sec}$)

ρ = الكثافة الكتلية للمائع (kg/m^3)

وبعد إجراء عدة تجارب مختبرية وجد بأن رقم رينولدز يمكن أن يقسم الجريان إلى طبـــاقي أو اضطرابي من خلال المحددات الآتية :

Re 〈 2000	Laminar Flow
Re 〉 4000	Turbulant Flow
Re = 2000 – 4000	Critical Flow

عرفنا الان ان قيمة R_e يمكن حسابها من خلال :

$$R_e = \frac{VD\rho}{\mu} = \frac{VD}{\nu}$$

لو اجرينا مقارنة بين جريان الماء والهواء لنفس الانبوب نجد من خلال المقارنة مايلي على فرض ان الجريان يكون لنفس قيمة R_e :

$$R_{e_1} = R_{e_{water}} = \frac{V_1 D_1}{\nu_1}$$

$$R_{e_2} = R_{e_{air}} = \frac{V_2 D_2}{\nu_2}$$

من خلال معلوماتنا السابقة ومن جداول خاصة ولدرجة حرارة 20° :

$$\nu_1 = \nu_{water} = 1.006 \times 10^{-6}$$

$$\nu_2 = \nu_{air} = 15.06 \times 10^{-6}$$

$$\therefore R_{e_1} = R_{e_2} \Longrightarrow \frac{V_1 D_1}{1.006 \times 10^{-6}} = \frac{V_2 D_2}{15.06 \times 10^{-6}}$$

لنفس الانبوب اي مرة جريان ماء واخرى هواء اي القطر ثابت

نجد ان :

$$\frac{V_1 \cancel{D}}{1.006 \times 10^{-6}} = \frac{V_2 \cancel{D}}{15.06 \times 10^{-6}}$$

$$\therefore V_{air_2} = \frac{15.06}{1.006} V_{water_1} \simeq 15 V_{water_1}$$

اي ان سرعة الهواء (15) مرة اكبر من سرعة الماء لنفس مواصفات الانبوب عند نفس قيمة R_e .

2 – الضائعات في الأنابيب:

هناك حالات عديدة من الجريان نحتاج إلى إضافة طاقة (مثل إضافة مضخة إلى منظومة الجريان) وحالات أخرى نحتاج أن نقلل الطاقة (مثل إضافة عنفة إلى منظومة الجريان).

وبنفس الطريقة هناك طاقة ضائعة بسبب الاحتكاك الحاصل بين المائع ومادة الأنبوب وبسبب هذه الضائعات تصبح معادلة الطاقة بوجود خسائر الاحتكاك بالصيغة الآتية :

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_1 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 + Z_1 = \left(\frac{P}{\gamma}\right)_2 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 + Z_2 + h_f$$

حيث أن :

h_f = ضائع الطاقة بسبب الاحتكاك والذي يعتمد على العوامل الآتية :

1 – نوع المائع .

2 – سرعة المائع .

3 – الشكل الهندسي للأنبوب .

والمعادلة العامة التي تحسب ضائعات الطاقة بسبب الاحتكاك في الأنابيب تعرف بمعادلة دارسي - وايزباخ

والتي يمكن كتابتها بالصيغة الآتية :

$$h_f = f \times \frac{L}{D} \times \frac{V^2}{2g}$$

حيث أن (f) هو معامل الاحتكاك والذي تعتمد قيمته على نوع المادة المصنوع منها الأنبوب.

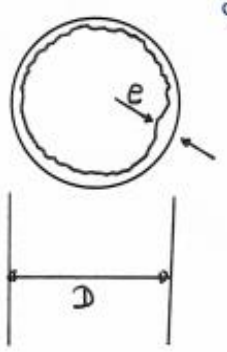
وهناك عدة معادلات وضعية يمكن من خلالها حساب قيمة (f) ومن اهم هذه المعادلات :

$$f = \frac{64}{Re} \qquad \text{for Laminar flow}$$

$$f = \frac{0.316}{(Re)^{0.25}} \qquad \text{for Turbulant flow}$$

كما أن هناك مرتسم يعرف ب (مرتسم مودي) يمكن من خلاله معرفة قيمة معامل الاحتكاك من خلال معرفة قيمة رقم رينولدز ومقدار الخشونة الداخلية للأنبوب (مقدار ارتفاع النتـــوءات المتكونة مع حافة الأنبوب الداخلية) (e) وقطر الأنبوب.

- لاحقاً جدول يبين قيم (e) لانواع مختلفه من الانابيب .
- لاحقاً جدول يبين المعادلات الضروريه لحساب قيمه (f) .
- لاحقاً مخطط مرتسم مودي.



3 – تمارين محلولة

س1 / يجري زيت ($r.d = 0.92$, $\mu = 0.2 \times 10^{-3}$) إلى الأعلى من خلال أنبوب مائل بزاوية 40° عن الأفق كما مبين في الشكل فأذا كان الضغط عند نقطة رقم 1 يساوي (250 KPa) والضغط عند نقطة رقم 2 يساوي (150KPa) وطول الأنبوب يساوي (10m) وقطر الأنبوب يساوي (0.07m) احسب :

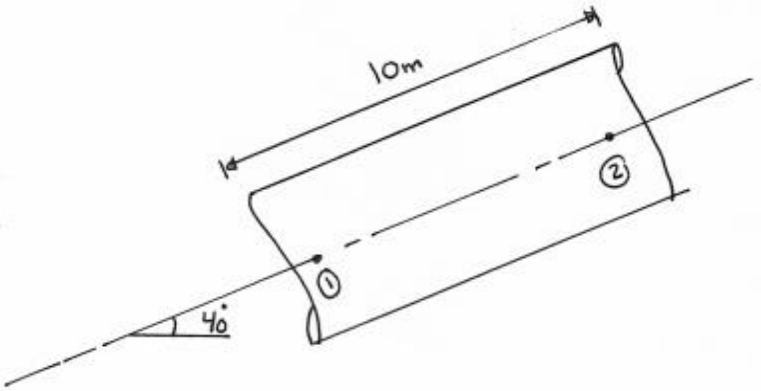
1 – خسائر الطاقة بسبب الاحتكاك.

2 – مقدار التصريف المار عبر الانبوب.

3 – معدل السرعة.

4 – نوع الجريان.

اعتبر أن قيمة معامل الاحتكاك يساوي (0.04).



الحل /

1 – يمكن حساب خسائر الاحتكاك أما من معادلة دارسي إذا كانت السرعة معلومة أو من خلال معادلة الطاقة إذا كان الضغط معلوم . عليه يمكننا ألان حساب خسائر الاحتكاك من خلال معادلة الطاقة وكما يلي :

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_1 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 + Z_1 = \left(\frac{P}{\gamma}\right)_2 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 + Z_2 + h_f$$

$$\frac{250}{0.92 \times 10} + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 + 0 = \frac{150}{0.92 \times 10} + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 + 10\sin(40) + h_f$$

$$\therefore h_f = 4.47\,m$$

2 – يمكن ألان حساب السرعة من خلال معادلة دارسي وذلك لان التصريف غير معلوم :

$$h_f = f \times \frac{L}{D} \times \frac{V^2}{2g}$$

$$4.47 = 0.04 \times \frac{10}{0.07} \times \frac{V^2}{2g}$$

$$\therefore V = 1.25\frac{m}{sec}$$

3 – يمكن الآن حساب التصريف من خلال معادلة الاستمرارية:

$$Q = V \times A$$

$$Q = 1.25 \times \frac{\pi}{4}(0.07)^2 = 0.0048\frac{m^3}{sec}$$

4 – لتحديد نوع الجريان نستفاد من حساب رقم رينولدز :

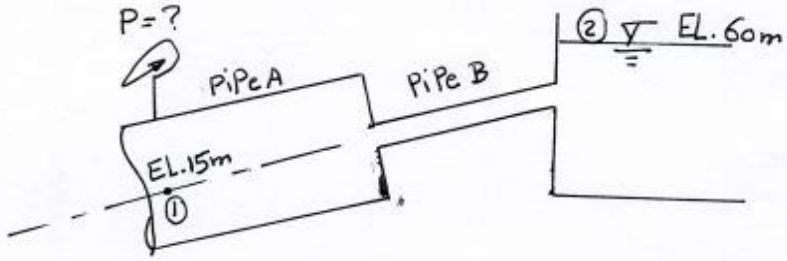
$$Re = \frac{V\,D\,\rho}{\mu} = \frac{1.25 \times 0.07 \times (0.92 \times 1)}{0.2 \times 10^{-3}}$$

$$\therefore Re = 402.5$$

$$\Theta\ Re \langle 2000 \quad \Rightarrow \text{Laminar Flow}$$

س2 / احسب قراءة المقياس في المسار الأنبوبي المبين في الشكل الأتي إذا كانت المعلومات الآتية متوفرة :

The pipe	L (m)	D (mm)	f	V (m/sec)
A	60	300	0.02	2.4
B	3	150	0.02	?



الحل / بأخذ معادلة الطاقة بين نقطة 1 و نقطة 2 وحساب خسائر الاحتكاك :

$$hf = \sum hf_i$$

$$\therefore hf = \left[0.02 \times \frac{60}{0.3} \times \frac{(2.4)^2}{2g}\right] + \left[0.02 \times \frac{3}{0.15} \times \frac{V_B^{\,2}}{2g}\right]$$

$$2.4 \times \left[\frac{\pi}{4} \times \left(\frac{300}{1000}\right)^2\right] = V_B \times \left[\frac{\pi}{4} \times \left(\frac{150}{1000}\right)^2\right]$$

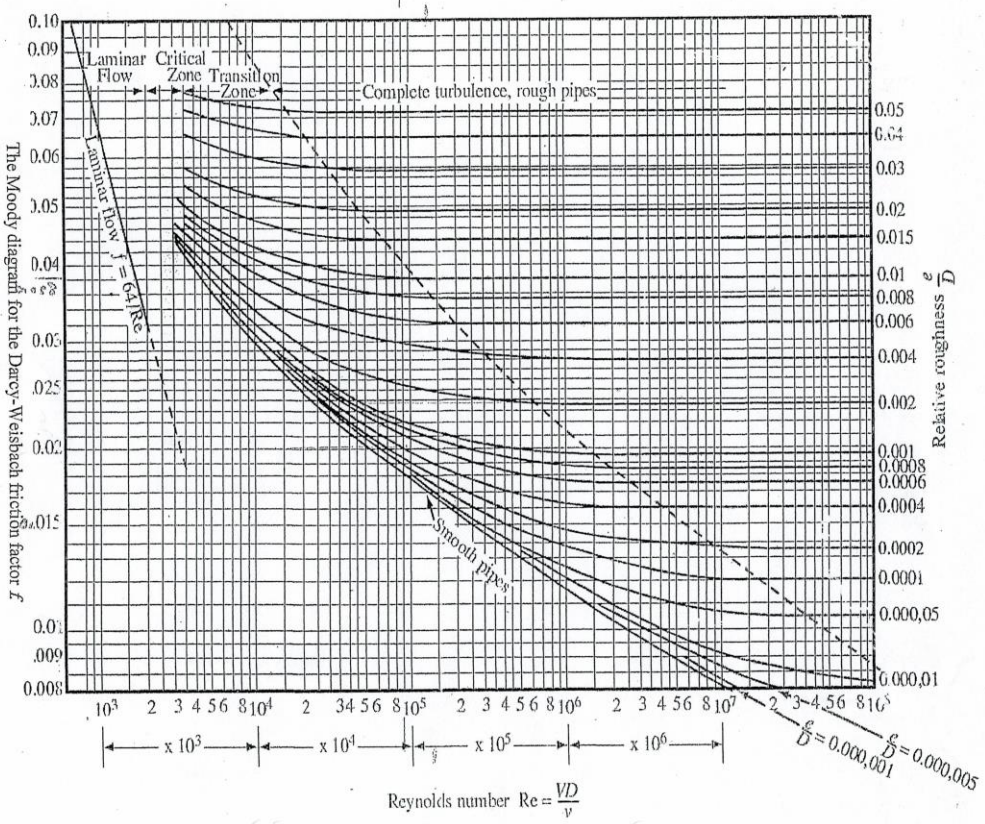
$$\therefore V_B = 9.6 \frac{m}{sec}$$

$$\therefore hf = 3m$$

عليه تكون معادلة الطاقة لهذا الشكل كما يلي:

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_1 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_1 + Z_1 = \left(\frac{P}{\gamma}\right)_2 + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_2 + Z_2 + h_f$$

$$\left(\frac{P}{\gamma}\right)_1 + \frac{(2.4)^2}{2g} + 15 = 0 + 0 + 60 + 3 \quad \Rightarrow P_1 = 477\,KPa$$


Laminar Flow
Critical Zone
Transition Zone
Complete turbulence, rough pipes
Laminar flow f = 64/Re
Smooth pipes
Relative roughness e/D
0.05
0.04
0.03
0.02
0.015
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0.001
0.0008
0.0006
0.0004
0.0002
0.0001
0.000,05
0.000,01
e/D = 0.000,001
e/D = 0.000,005
0.10
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.025
0.02
0.015
0.01
0.009
0.008
The Moody diagram for the Darcy-Weisbach friction factor f
10³ 2 3 4 5 6 8 10⁴ 2 3 4 5 6 8 10⁵ 2 3 4 5 6 8 10⁶ 2 3 4 5 6 8 10⁷ 2 3 4 5 6 8 10⁸
x 10³
x 10⁴
x 10⁵
x 10⁶
Reynolds number Re = VD/ν

4 – مسائل الجريان في الأنابيب البسيطة :

توجد ثلاثة أنواع من مسائل الجريان في الأنابيب وهي أساس كل المسائل الأخرى الأكثر تعقيدا وتتضمن مسائل الجريان ستة متغيرات أساسية وهي :

Q = التصريف

L = طول الأنبوب

D = قطر الأنبوب

hf = خسائر الاحتكاك

μ = اللزوجة

e = مقدار الخشونة الداخلية للأنبوب

وتوجد ثلاثة حالات من المسائل الخاصة بالجريان في الأنابيب البسيطة وهي :

الحالة الأولى : إيجاد خسائر الاحتكاك (hf) في حين أن المعلوم هو :

Q = التصريف

L = طول الأنبوب

D = قطر الأنبوب

μ = اللزوجة

e = مقدار الخشونة الداخلية للأنبوب

طريقة الحل تكون كما يلي :

1 – إيجاد رقم رينولدز .

2 – حساب معامل الاحتكاك (f) من مرتسم مودي .

3 – تطبيق معادلة دارسي لحساب خسائر الاحتكاك .

مثال 1 / يجري نفط خام وزنه النوعي (0.86) ولزوجتـــه الكينماتيـــة ($1x10^{-5}$ m^2/sec) خلال أنبوب من الحديد الصلب قطره (200mm) وطوله (300m) والتصريف المار مـــن خلاله (0.126 m^3/sec) ، اعتبر أن (e = 0.266mm) واحسب ضائعات الاحتكـــاك فـــي الأنبوب ؟

الحل /

1 – حساب رقم رينولدز (يحتاج إلى حساب السرعة من خلال التـــصريف المعلـــوم وقطـــر الأنبوب) :

$$V = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} \times D^2} = \frac{0.126}{\frac{\pi}{4} \times (0.2)^2} = 4 \frac{m}{sec}$$

$$\therefore Re = \frac{\rho \times V \times D}{\mu} = \frac{V \times D}{\nu} = \frac{4 \times 0.2}{1 \times 10^{-5}} = 8 \times 10^4$$

2 – حساب معامل الاحتكاك من خلال مرتسم مودي ومن خلال المعلومات الآتية :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{e}{D} = \frac{0.266}{200} = 0.00133 \\ Re = 8 \times 10^4 \end{array}\right] \Rightarrow f = 0.0235$$

3 – بتطبيق معادلة دارسي لحساب خسائر الاحتكاك (hf) :

$$hf = f \times \frac{L}{D} \times \frac{V^2}{2g} = 0.0235 \times \frac{300}{0.2} \times \frac{(4)^2}{20} = 29\,m$$

الحالة الثانية : إيجاد قيمة التصريف المار عبر الأنبوب في حين أن المعلوم هو :

L = طول الأنبوب

D = قطر الأنبوب

hf = خسائر الاحتكاك

μ = اللزوجة

e = مقدار الخشونة الداخلية للأنبوب

هنا إذا كان التصريف مجهولا يستحيل حساب رقم رينولدز ومعامل الاحتكاك عليه تكون طريقة الحل كما يلي :

1 – حساب مقدار (e / D) وفرض قيمة تقريبية ل (f) .

2 – تطبيق معادلة دارسي لحساب السرعة .

3 – حساب رقم رينولدز من المعلومات أعلاه (تعتبر قيمة أوليه يجب تدقيقها) .

4 – العودة إلى مخطط مودي لحساب قيمة جديدة ل (f) بدلالة رقم رينولدز المحسوب في الخطوة الثالثة فإذا كانت القيمة الجديد ل (f) قريبة من القيمة المفترضه في الخطوة الأولى فالسرعة المحسوبة في الخطوة الثانية صحيحة وإذا كانت القيمة الجديدة ل (f) بعيدة عن القيمة المفترضة في الخطوة الأولى نعيد المحاولة بفرض قيمة أخرى ل (f) ويعاد الحل إلى أن نصل إلى تقارب بين قيم (f) المفترضه مع القيم المحسوبة ل (f).

مثال 2 / يجري ماء خلال أنبوب مصنوع مـن الحديـد (e = 3mm و $v = 1.13 \times 10^{-6}$) وقطره (300mm) علما إن ضائعات الاحتكـاك (6m) لطـول مـن الأنبـوب مقـداره (300m) ، احسب مقدار التصريف المار خلال هذا الطول من الأنبوب ؟

الحل /

1 – نحسب مقدار الخشونة النسبية وفرض قيمة ل (f):

$$\frac{e}{D} = \frac{3}{300} = 0.01$$

$$\text{ASSUME} \Rightarrow f = 0.04$$

2 – تطبيق معادلة دارسي لحساب السرعة :

$$hf = f \times \frac{L}{D} \times \frac{V^2}{2g}$$

$$6 = 0.04 \times \frac{300}{0.3} \times \frac{V^2}{2g} \quad \Rightarrow V = 1.7 \frac{m}{sec}$$

3 – حساب رقم رينولدز :

$$Re = \frac{V \times D}{v} = \frac{1.7 \times 0.3}{1.13 \times 10^{-6}} = 455 \times 10^3$$

4 – من خلال مخطط مودي ومن المعلومات المحسوبة في الخطوة الأولى والخطوة الثالثة نجد أن :

$$(f)_{New} = 0.038 \approx (f)_{Assumed} = 0.04$$

إذن نحسب ألان السرعة النهائية بالاعتماد على قيمة (f) الجديدة ومن خلال معادلة دارسي :

$$hf = f \times \frac{L}{D} \times \frac{V^2}{2g}$$

$$6 = 0.038 \times \frac{300}{0.3} \times \frac{V^2}{2g} \quad \Rightarrow V = 1.76 \frac{m}{sec}$$

$$\therefore Q = V \times A = 1.76 \times \frac{\pi}{4} \times (0.3)^2 = 0.124 \frac{m^3}{sec}$$

الحالة الثالثة : إيجاد قطر الأنبوب في حين أن المعلوم هو :

Q = التصريف

L = طول الأنبوب

hf = خسائر الاحتكاك

μ = اللزوجة

e = مقدار الخشونة الداخلية للأنبوب

إذا كان القطر مجهول يتعذر هنا حساب السرعة ورقم رينولدز ومعامل الاحتكاك (f) عليه تكون طريقة الحل كما يلي :

1 – كتابة معادلة بين خسائر الاحتكاك (hf) والتصريف والقطر كما يلي :

$$D^5 = \frac{8 \times Q^2 \times f \times L}{\pi^2 \times g \times hf}$$

2 – تحتاج المعادلة في الخطوة رقم واحد إلى فرض قيمة ل (f) لكي نحسب قيمة أولية للقطر D .

3 – من خلال قيمة القطر D المحسوبة في الخطوة السابقة نحسب ألان رقم رينولدز ومقدار الخشونة النسبية ونجد قيمة جديدة ل (f) من خلال مرتسم مودي وتقارن مع القيمة المفترضة في الخطوة الثانية فإذا كانت القيمة الجديدة ل (f) قريبة من القيمة المفترضة ل (f) فالقطر المحسوب في الخطوة الثانية صحيح وإلا يعاد الحل من جديد بفرض قيمة أخرى ل (f) .

مثال 3 / يجري نفط خام ($\nu = 1.0 \times 10^{-5}$) خلال أنبوب مصنوع من الحديد قيمة ($e = 0.046$) ومقدار التصريف المار من خلاله يساوي ($0.25\ m^3/sec$) وخسائر الاحتكاك تساوي (25m) لطول من الأنبوب مقداره (3000m) ، احسب قطر الأنبوب ؟

الحل /

1 – كتابة المعادلة التي تربط بين خسائر الاحتكاك والتصريف والقطر :

$$D^5 = \frac{8 \times Q^2 \times f \times L}{\pi^2 \times g \times hf} = \frac{8 \times (0.25)^2 \times f \times 3000}{\pi^2 \times g \times 25} = 0.62f$$

2 – نفرض قيمة أولية ل (f) ولتكن (0.02) ونعوضها بالمعادلة في الخطوة رقم واحد نجد أن :

$$D = 0.62f = 0.62(0.02) = 0.416m$$

3 – نحسب ألان رقم رينولدز :

$$Re = \frac{V \times D}{\nu} = \frac{\left(\frac{Q}{A}\right) \times D}{\nu} = \frac{\left(\frac{0.25}{\frac{\pi}{4} \times (0.416)^2}\right) \times (0.416)}{1 \times 10^{-5}}$$

$$\therefore\ Re = 7.659 \times 10^4$$

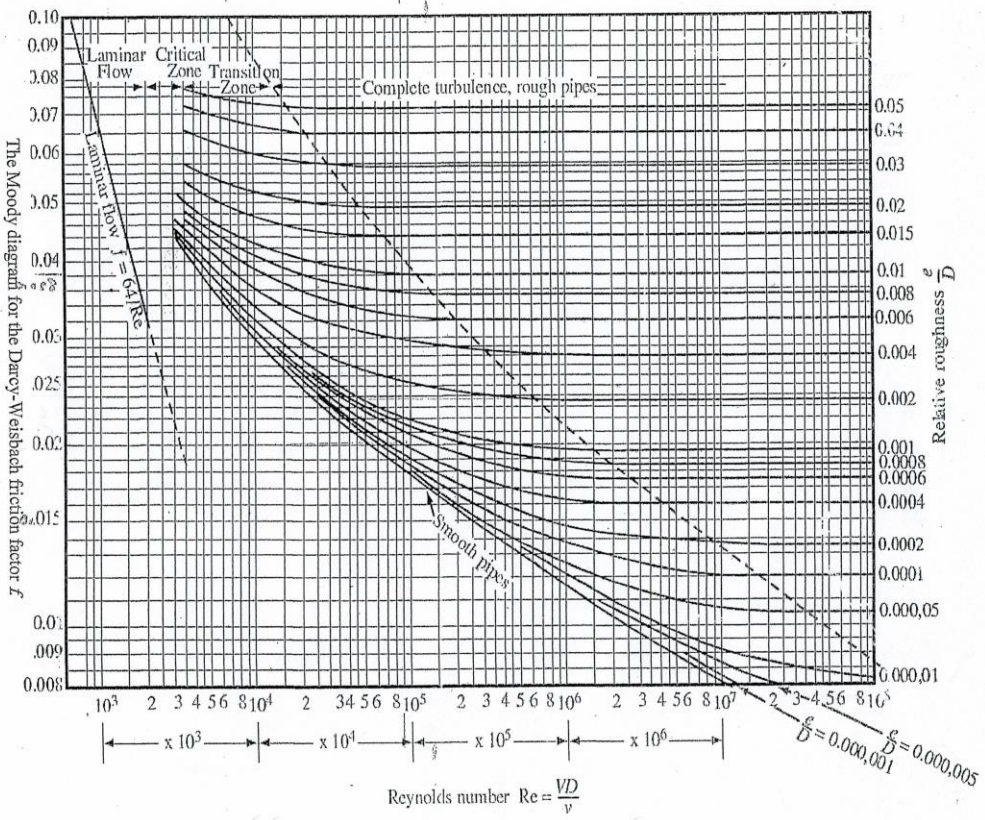
4 – من خلال قيمة رقم رينولدز المحسوبة من الخطوة السابقة وبحساب قيمة الخشونة النسبية نستفاد من مخطط مودي لحساب قيمة جديدة ل (f) :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{e}{D} = \frac{0.046}{0.416} = 0.00011 \\ Re = 7.659 \times 10^4 \end{array}\right] \Rightarrow (f)_{New} = 0.0198$$

$$\therefore\quad (f)_{New} = 0.0198 \approx (f)_{Assume} = 0.02$$

5 – بما أن قيمة (f) المحسوبة قريبة جدا من القيمة المفترضة في الخطوة الثانية اذن نعتبر أن قيمة القطر المحسوبة في الخطوة الثانية صحيحة :

$$\therefore D = 0.416m$$


The Moody diagram for the Darcy-Weisbach friction factor f
Laminar Flow
Critical Zone
Transition Zone
Complete turbulence, rough pipes
Laminar flow f = 64/Re
Smooth pipes
Relative roughness e/D
0.05
0.04
0.03
0.02
0.015
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0.001
0.0008
0.0006
0.0004
0.0002
0.0001
0.000,05
0.000,01
e/D = 0.000,005
e/D = 0.000,001
0.10
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.025
0.02
0.015
0.01
0.009
0.008
10³ 2 3 4 5 6 8 10⁴ 2 3 4 5 6 8 10⁵ 2 3 4 5 6 8 10⁶ 2 3 4 5 6 8 10⁷ 2 3 4 5 6 8 10⁸
x 10³
x 10⁴
x 10⁵
x 10⁶
Reynolds number Re = VD/ν

4 – مسائل الجريان في الأنابيب البسيطة :

توجد ثلاثة أنواع من مسائل الجريان في الأنابيب وهي أساس كل المسائل الأخرى الأكثر تعقيدا وتتضمن مسائل الجريان ستة متغيرات أساسية وهي :

Q = التصريف

L = طول الأنبوب

D = قطر الأنبوب

hf = خسائر الاحتكاك

μ = اللزوجة

e = مقدار الخشونة الداخلية للأنبوب

وتوجد ثلاثة حالات من المسائل الخاصة بالجريان في الأنابيب البسيطة وهي :

الحالة الأولى : إيجاد خسائر الاحتكاك (hf) في حين أن المعلوم هو :

Q = التصريف

L = طول الأنبوب

D = قطر الأنبوب

μ = اللزوجة

e = مقدار الخشونة الداخلية للأنبوب

طريقة الحل تكون كما يلي :

1 – إيجاد رقم رينولدز .

2 – حساب معامل الاحتكاك (f) من مرتسم مودي .

3 – تطبيق معادلة دارسي لحساب خسائر الاحتكاك .

مثال 1 / يجري نفط خام وزنه النوعي (0.86) ولزوجتـــه الكينماتيـــة ($1x10^{-5}$ m^2/sec) خلال أنبوب من الحديد الصلب قطره (200mm) وطوله (300m) والتصريف المار مـــن خلاله (0.126 m^3/sec) ، اعتبر أن (e = 0.266mm) واحسب ضائعات الاحتكـــاك فـــي الأنبوب ؟

الحل /

1 – حساب رقم رينولدز (يحتاج إلى حساب السرعة من خلال التـــصريف المعلـــوم وقطـــر الأنبوب) :

$$V = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} \times D^2} = \frac{0.126}{\frac{\pi}{4} \times (0.2)^2} = 4 \frac{m}{sec}$$

$$\therefore Re = \frac{\rho \times V \times D}{\mu} = \frac{V \times D}{\nu} = \frac{4 \times 0.2}{1 \times 10^{-5}} = 8 \times 10^4$$

2 – حساب معامل الاحتكاك من خلال مرتسم مودي ومن خلال المعلومات الآتية :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{e}{D} = \frac{0.266}{200} = 0.00133 \\ Re = 8 \times 10^4 \end{array}\right] \Rightarrow f = 0.0235$$

3 – بتطبيق معادلة دارسي لحساب خسائر الاحتكاك (hf) :

$$hf = f \times \frac{L}{D} \times \frac{V^2}{2g} = 0.0235 \times \frac{300}{0.2} \times \frac{(4)^2}{20} = 29\,m$$

الحالة الثانية : إيجاد قيمة التصريف المار عبر الأنبوب في حين أن المعلوم هو :

L = طول الأنبوب

D = قطر الأنبوب

hf = خسائر الاحتكاك

μ = اللزوجة

e = مقدار الخشونة الداخلية للأنبوب

هنا إذا كان التصريف مجهولا يستحيل حساب رقم رينولدز ومعامل الاحتكاك عليه تكون طريقة الحل كما يلي :

1 – حساب مقدار (e / D) وفرض قيمة تقريبية ل (f) .

2 – تطبيق معادلة دارسي لحساب السرعة .

3 – حساب رقم رينولدز من المعلومات أعلاه (تعتبر قيمة أوليه يجب تدقيقها) .

4 – العودة إلى مخطط مودي لحساب قيمة جديدة ل (f) بدلالة رقم رينولدز المحسوب في الخطوة الثالثة فإذا كانت القيمة الجديد ل (f) قريبة من القيمة المفترضه في الخطوة الأولى فالسرعة المحسوبة في الخطوة الثانية صحيحة وإذا كانت القيمة الجديدة ل (f) بعيدة عن القيمة المفترضة في الخطوة الأولى نعيد المحاولة بفرض قيمة أخرى ل (f) ويعاد الحل إلى أن نصل إلى تقارب بين قيم (f) المفترضه مع القيم المحسوبة ل (f).

مثال 2 / يجري ماء خلال أنبوب مصنوع مـن الحديـد (e = 3mm و $v = 1.13 \times 10^{-6}$) وقطره (300mm) علما إن ضائعات الاحتكـاك (6m) لطـول مـن الأنبـوب مقـداره (300m) ، احسب مقدار التصريف المار خلال هذا الطول من الأنبوب ؟

الحل /

1 – نحسب مقدار الخشونة النسبية وفرض قيمة ل (f):

$$\frac{e}{D} = \frac{3}{300} = 0.01$$

$$\text{ASSUME} \Rightarrow f = 0.04$$

2 – تطبيق معادلة دارسي لحساب السرعة :

$$hf = f \times \frac{L}{D} \times \frac{V^2}{2g}$$

$$6 = 0.04 \times \frac{300}{0.3} \times \frac{V^2}{2g} \quad \Rightarrow V = 1.7 \frac{m}{sec}$$

3 – حساب رقم رينولدز :

$$Re = \frac{V \times D}{v} = \frac{1.7 \times 0.3}{1.13 \times 10^{-6}} = 455 \times 10^3$$

4 – من خلال مخطط مودي ومن المعلومات المحسوبة في الخطوة الأولى والخطوة الثالثة نجد أن :

$$(f)_{New} = 0.038 \approx (f)_{Assumed} = 0.04$$

إذن نحسب ألان السرعة النهائية بالاعتماد على قيمة (f) الجديدة ومن خلال معادلة دارسي :

$$hf = f \times \frac{L}{D} \times \frac{V^2}{2g}$$

$$6 = 0.038 \times \frac{300}{0.3} \times \frac{V^2}{2g} \quad \Rightarrow V = 1.76 \frac{m}{sec}$$

$$\therefore Q = V \times A = 1.76 \times \frac{\pi}{4} \times (0.3)^2 = 0.124 \frac{m^3}{sec}$$

الحالة الثالثة : إيجاد قطر الأنبوب في حين أن المعلوم هو :

Q = التصريف

L = طول الأنبوب

hf = خسائر الاحتكاك

μ = اللزوجة

e = مقدار الخشونة الداخلية للأنبوب

إذا كان القطر مجهول يتعذر هنا حساب السرعة ورقم رينولدز ومعامل الاحتكاك (f) عليه تكون طريقة الحل كما يلي :

1 – كتابة معادلة بين خسائر الاحتكاك (hf) والتصريف والقطر كما يلي :

$$D^5 = \frac{8 \times Q^2 \times f \times L}{\pi^2 \times g \times hf}$$

2 – تحتاج المعادلة في الخطوة رقم واحد إلى فرض قيمة ل (f) لكي نحسب قيمة أولية للقطر D .

3 – من خلال قيمة القطر D المحسوبة في الخطوة السابقة نحسب ألان رقم رينولدز ومقدار الخشونة النسبية ونجد قيمة جديدة ل (f) من خلال مرتسم مودي وتقارن مع القيمة المفترضة في الخطوة الثانية فإذا كانت القيمة الجديدة ل (f) قريبة من القيمة المفترضة ل (f) فالقطر المحسوب في الخطوة الثانية صحيح وإلا يعاد الحل من جديد بفرض قيمة أخرى ل (f) .

مثال 3 / يجري نفط خام ($\nu = 1.0 \times 10^{-5}$) خلال أنبوب مصنوع من الحديد قيمة ($e = 0.046$) ومقدار التصريف المار من خلاله يساوي ($0.25\ m^3/sec$) وخسائر الاحتكاك تساوي (25m) لطول من الأنبوب مقداره (3000m) ، احسب قطر الأنبوب ؟

الحل /

1 – كتابة المعادلة التي تربط بين خسائر الاحتكاك والتصريف والقطر :

$$D^5 = \frac{8 \times Q^2 \times f \times L}{\pi^2 \times g \times hf} = \frac{8 \times (0.25)^2 \times f \times 3000}{\pi^2 \times g \times 25} = 0.62f$$

2 – نفرض قيمة أولية ل (f) ولتكن (0.02) ونعوضها بالمعادلة في الخطوة رقم واحد نجد أن :

$$D = 0.62f = 0.62(0.02) = 0.416m$$

3 – نحسب ألان رقم رينولدز :

$$Re = \frac{V \times D}{\nu} = \frac{\left(\frac{Q}{A}\right) \times D}{\nu} = \frac{\left(\frac{0.25}{\frac{\pi}{4} \times (0.416)^2}\right) \times (0.416)}{1 \times 10^{-5}}$$

$$\therefore\ Re = 7.659 \times 10^4$$

4 – من خلال قيمة رقم رينولدز المحسوبة من الخطوة السابقة وبحساب قيمة الخشونة النسبية نستفاد من مخطط مودي لحساب قيمة جديدة ل (f) :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{e}{D} = \frac{0.046}{0.416} = 0.00011 \\ Re = 7.659 \times 10^4 \end{array}\right] \Rightarrow (f)_{New} = 0.0198$$

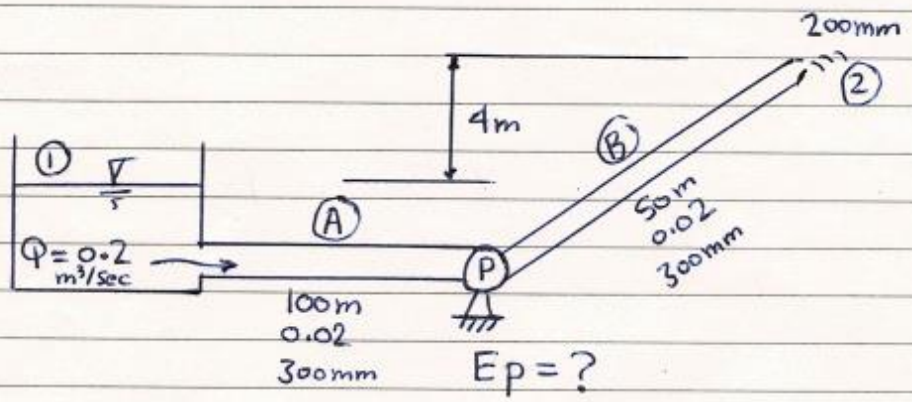
$$\therefore\quad (f)_{New} = 0.0198 \approx (f)_{Assume} = 0.02$$

5 – بما أن قيمة (f) المحسوبة قريبة جدا من القيمة المفترضة في الخطوة الثانية اذن نعتبر أن قيمة القطر المحسوبة في الخطوة الثانية صحيحة :

$$\therefore D = 0.416m$$

EX. No. 22

For Fig shown, Find the head of Pump?



Energy eq. between 1 and 2 :

$$\underbrace{\cancel{\frac{P_1}{\gamma}}}_{\text{Zero}} + \underbrace{\cancel{\frac{V_1^2}{2g}}}_{\text{Zero}} + \underbrace{\cancel{Z_1}}_{\text{Zero}} + E_p = \underbrace{\cancel{\frac{P_2}{\gamma}}}_{\text{Zero}} + \underbrace{\frac{V_2^2}{2g}}_{V_2\,(V_{max})} + Z_2 + h_f$$

$$V_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{0.2}{\frac{\pi}{4}(0.3)^2} = 2.83 \text{ m/sec} = V_B$$

$$h_f = h_{f_A} + h_{f_B} = \left[0.02 \times \frac{100}{0.3}(2.83)^2/2g + 0.02 \times \frac{50}{0.3} \times \frac{(2.83)^2}{2g}\right]$$

$$\therefore h_f = 2.72_m + 1.36_m = 4.081 \text{ m}$$

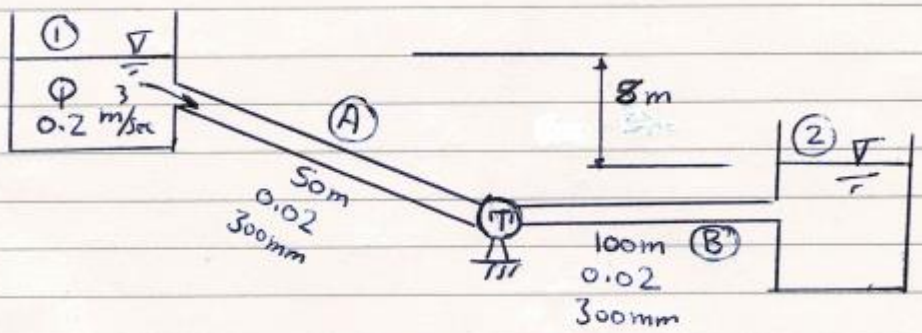
(E.)

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.2}{\frac{\pi}{4}(0.2)^2} = 6.37 \text{ m/sec}$$

$$0 + 0 + 0 + E_p = 0 + \frac{(6.37)^2}{2g} + 4_m + 4.081_m$$

$$\therefore E_p = 10.15 \text{ m}$$

EX. No. 23 For Fig shown Find the head of turbine?



Energy eq. between ① and ②:

$$\cancel{\frac{P_1}{\gamma}} + \cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + Z_1 - E_T = \cancel{\frac{P_2}{\gamma}} + \cancel{\frac{V_2^2}{2g}} + \cancel{Z_2} + hf$$

Zero Zero Zero Zero Zero

$$hf = hf_A + hf_B$$

$$V_A = V_B = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}(0.3)^2} = \frac{0.2}{\frac{\pi}{4}(0.3)^2} = 2.83 \text{ m/sec}$$

$$\therefore hf = \left[0.02 \times \frac{50}{0.3} \times \frac{(2.83)^2}{2g} + 0.02 \times \frac{100}{0.3} \times \frac{(2.83)^2}{2g}\right] = 4.081\,m$$

$$8 - E_T = 4.081 \Rightarrow E_T = 8 - 4.081 = 3.919\,m$$

ملاحظة: مهمة

اولاً: ان قيمة E_p او E_T تمثل طاقة (head) محسوبة بالمتر

لكن هناك قيمة اخرى تسمى قدرة المضخة او قدرة الضغة:

$$P_{ower} = \rho g Q \left(E_p \text{ or } E_T\right) \frac{N \cdot m}{Sec}$$ وتقاس بالجول

ثانياً: كفاءة المضخة: في بعض الاحيان لا تكون المضخة او الضغة قادرة على تجهيز الكمية التصميمية المطلوبة حيث تكون الكمية المجهزة اقل من الكمية التصميمية عليه حسب قيمة تسمى

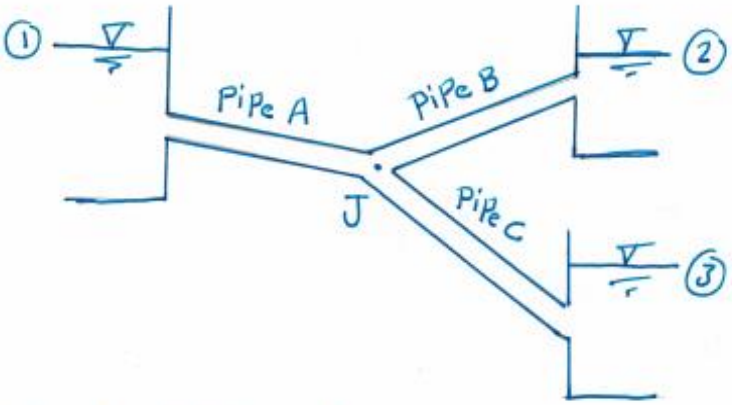
كفاءة المضخة:

$$E\% = \frac{\text{deliver Power}}{\text{design Power}} = \frac{\text{الطاقة المجهزة}}{\text{الطاقة المطلوبة}}\ \%$$

$$\therefore \text{Efficiency}\ \% = \frac{P_{output}}{P_{input}}$$

ثالثاً: الانابيب المتفرعه في الخزانات المربوطه:

غالباً ما يتطلب الامر ان ينقسم الجريان الواحد يجري في خطين او اكثر كما يحصل عند تصميم شبكه الانابيب لتوزيع مياه الشرب في المدن. وقد يتطلب الامر اتصال اكثر من خزانين وكما مبين في الشكل التالي:



- وهنا تتم الاستعاره من معادلات الاستمراريه والطاقه ودراسه في ايجاد توزيع الجريان.
- نقطه الحل المهمه هي ان يكون الجريان الداخل الى نقطه الالتقاء J مساوياً الى الجريان الخارج منها.

س/ للشكل اعلاه اذا كانت الخزانات الثلاثه تحتوي على نفط خام ($\gamma.d = 0.86$) و ($\nu = 10^{-5}$) ومناسيب السطح الحر في الخزانات هي:

$Z_1 = 100m$ $Z_2 = 40_m$ $Z_3 = 20_m$

وباقي القيم كالاتي:

	Pipe A	Pipe B	Pipe C
D	120mm	120mm	120mm
L	100m	50m	50m
f	0.02	0.02	0.02

في الحل نعتمد على ان الفرق بين سطح الماء عند اي خزان ومنسوب نقطه الالتقاء J هو ضائع الاحتكاك للانبوب الواصل بينهما :-

① Assume $Z_J = 40$ نفس منسوب الخزان الوسطي $\Rightarrow Q_1 = Q_3$

hf_i	V_i	$Q_i = V_i A_i$
$hf_A = 100 - 40 = 60\ m$	$60 = 0.02\left(\frac{100}{0.12}\right)\left(\frac{V_A^2}{2g}\right)$ $V_A = 8.48\ m/sec$	$Q_A = 0.096\ m^3/sec$ $Q_A = Q_1$
$hf_B = 0$		
$hf_C = 40 - 20 = 20\ m$	$20 = 0.02\left(\frac{50}{0.12}\right)\frac{V_C^2}{2g}$ $V_C = 6.93\ m/sec$	$Q_C = 0.078\ m^3/sec$ $Q_C = Q_3$

كان المفروض ان يكون ($Q_A = Q_C$) لكن نلاحظ ان :

$$\Delta Q = Q_A - Q_C = 0.018$$

عليه نفرض قيمه جديده لمنسوب نقطه الالتقاء J ونعيد نفس طريقه الحل :

② Assume $Z_J = 41.5\ m$

$$\therefore Q_1 = Q_2 + Q_3$$

hf_i	V_i	$Q_i = V_i A_i$
$hf_A = 100 - 41.5 = 58.5\ m$	$58.5 = 0.02\left(\frac{100}{0.12}\right)\frac{V_A^2}{2g}$ $V_A = 8.38\ m/sec$	$Q_A = 0.0947$ $Q_A = Q_1$
$hf_B = 41.5 - 40 = 1.5\ m$	$1.5 = 0.02\left(\frac{50}{0.12}\right)\left(\frac{V_B^2}{2g}\right)$ $V_B = 1.9\ m/sec$	$Q_B = 0.02$ $Q_B = Q_2$
$hf_C = 41.5 - 20 = 21.5\ m$	$21.5 = 0.02\left(\frac{50}{0.12}\right)\frac{V_C^2}{2g}$ $V_C = 7.11\ m/sec$	$Q_C = 0.0805$ $Q_C = Q_3$

المفروض هنا ان يكون ($Q_1 = Q_2 + Q_3$)

ندقق الان الحل اعلاه :

$Q_1 = 0.0947$

$Q_2 + Q_3 = 0.02 + 0.0805 = 0.1005$

$\Delta Q = 0.1005 - 0.0947 = 0.0058$

يعتبر فرق مقبول وعليه يكون تقريباً

$Z_J = 41.5\ m$

والقيم اعلاه تكون مقبولة .