الفصل الأول.

قانون كولوم: Coulomb's Law

كان العالم الفرنسي شارل أوغستين كولوم (1736 - 1806) أول من قام بدراسة مستفيضة حول القوى بين الأجسام المشحونة وذلك عام 1785، وقد توصل الى نتائج محلية لهذه الدراسة يمكن تلخيصها بما يلي:-

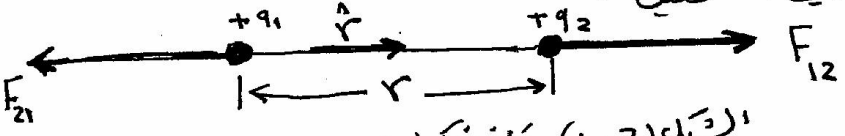
1- الشحنات المتشابهة تتنافر والشحنات المختلفة تتجاذب.
2- مقدار قوة التجاذب أو التنافر بين شحنتين يتناسب طردياً مع حاصل ضرب مقدار الشحنتين وعكسياً مع مربع المسافة بينهما.
3- أتجاه القوة يقع على أمتداد الخط المستقيم الذي يصل بين الشحنتين.

أن هذه النتائج تعد صحيحة بالنسبة للشحنات النقطية (Point Charges) وهي تلك الشحنات التي أبعادها صغيرة بالنسبة للمسافات الفاصلة بينها. ومن هذه النتائج أستنتج كولوم قانون التجاذب أو التنافر الكهربائي الذي يشبه قانون نيوتن في الجذب العام الذي وضع قبل تجارب كولوم بأكثر من مائة عام.

وينص قانون كولوم على أن [القوة الكهروستاتيكية بين شحنتين نقطيتين في حالة سكون تناسباً طردياً مع حاصل ضرب مقدار الشحنتين وعكسياً مع مربع المسافة بينهما]. ويمكن وضع القانون بالصيغة الرياضية التالية:-

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad ------ \quad (1-)$$

أذ أن F تمثل القوة الكهروستاتيكية المؤثرة على الشحنة النقطية q_2 من قبل الشحنة النقطية q_1 (وهي تعاكس القوة المؤثرة على الشحنة q_1 من قبل الشحنة q_2 ولكن بعكس الاتجاه) وتحاسبين بالشكل (1-7) و r تمثل المسافة بين الشحنتين.



الشكل (1-7) قانون كولوم

ولما كانت القوة كمية متجهة وكذلك الإزاحة هي الأخرى كمية متجهة فمن الأفضل كتابة قانون كولوم بصيغة رياضية تشير الى اتجاه القوة إضافة الى مقدارها ، وبعد تحويل التناسب في معادلة (1-1) الى مساواة يصبح قانون كولوم بالشكل الآتي :-

$$\vec{F} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \quad \text{.....} \quad (1-2)$$

حيث K مقدار ثابت تعتمد قيمته على نظام الوحدات المستعملة وكذلك على نوع الوسط الفاصل بين الشحنتين .
الرمز $\hat{r}$ هو متجه مقداره واحد واتجاهه من q_1 الى q_2 أو العكس وسمي وحدة المتجه Unit Vector .

وحدات الشحنة الكهربائية :-

هنالك أكثر من نظام واحد متبع لقياس الشحنة ولكننا نستخدم النظام الدولي للوحدات SI System of units الذي أقر من قبل المؤتمر الدولي العام للأوزان والمقاييس المنعقد في باريس عام 1960 . ويشمل هذا النظام ست وحدات أساسية هي المتر والكيلوغرام والثانية والأمبير ودرجة كلفن للحرارة والكاندلا (Second, Kilogram, Meter, Ampere, Kelvin, Candela) ورموزها هي (m, kg, S, A, K, cd)

أن وحدة الشحنة في هذا النظام تعرف بدلالة وحدة التيار الكهربائي (الأمبير) وتسمى الكولوم (C) ويعرف الكولوم بأنه كمية الشحنة التي تمر في مقطع معين لسلك في ثانية واحدة إذا مر تيار مستمر قدره أمبير واحد في هذا السلك .
وعندما تحدد وحدة القوة بالنيوتن N والمسافة بالمتر m والشحنة بالكولوم (C) وفق نظام SI فان الثابت K يكون

$$K \approx 9 \times 10^9 \ N m^2 C^{-2}$$

ويكون ذلك للسحنات الموضوعة في الفراغ.

كذلك فإن

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad ---- \quad (1-3)$$

حيث ϵ_0 هي سماحية الفراغ Permitivity of Vacuum

وعليه يمكن أن يأخذ قانون كولوم الصيغة التالية

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \quad --- \quad (1-4)$$

وعليه من المعادلة (1-3) يمكن إيجاد قيمة وحدة سماحية الفراغ

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \; C^2 N^{-1} m^{-2}$$

أما إذا كان الوسط الفاصل بين الشحنتين ليس فراغاً فإن قانون كولوم يكتب بالشكل الآتي:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} = \frac{1}{4\pi K\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \quad ---(1-5)$$

حيث تستبدل سماحية الفراغ ϵ_0 بثابت يدعى سماحية الوسط العازل Permitivity of Medium ورمزه ϵ وله نفس وحدة ϵ_0. أما الثابت K فيدعى بعامل النفوذية النسبي Relative Permitivity أو ثابت العزل Dielectric Constant وهو النسبة بين سماحية الوسط وسماحية الفراغ حيث $K = \epsilon/\epsilon_0$ وليس له وحدات.

مثال (١) :- في عام 1913 وضع نيوهرتز فكرته المشهورة لذرة الهيدروجين وقال بأنها تتكون من نواة تحتوي على بروتون واحد يدور حولها الكترون واحد في مسار دائري، قارن بين قوة الجذب الكهربائية وبين قوة الجذب الكتلي بين الإلكترون والنواة علماً أن نصف قطر الدوران يساوي $5.3 \times 10^{-11}\ m$:

الحل

يحسب حساب مقدار قوة الجذب الكهربائي F_e بتطبيق قانون كولوم

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$= \frac{9\times10^{9} \times 1.6\times10^{-19} \times 1.6\times10^{-19}}{(5.3\times10^{-11})^2}$$

$$F_e = 8.2\times10^{-8}\ N$$

أما قوة الجذب الكتلي فنحسبها من قانون نيوتن في الجذب العام

$$F_g = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$$

$$= \frac{6.67\times10^{-11} \times 9.1\times10^{-31} \times 1.67\times10^{-27}}{(5.3\times10^{-11})^2}$$

$$= 3.7\times10^{-47}\ N.$$

إذن بالنسبة تكون

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{8.2\times10^{-8}}{3.7\times10^{-47}} = 2.2\times10^{39}$$

ومن ذلك يتضح أن القوة الكهربائية أكبر من قوة الجذب الكتلي بمقدار 2×10^{39} مرة

مثال (2) :- ما مقدار قوة التنافر بين بروتونين من نواة ذرة الحديد إذا علمت أن المسافة الفاصلة بينهما هي $(4.0 \times 10^{-16}\ m)$.

الحل بتطبيق قانون كولوم نحصل على مقدار قوة التنافر

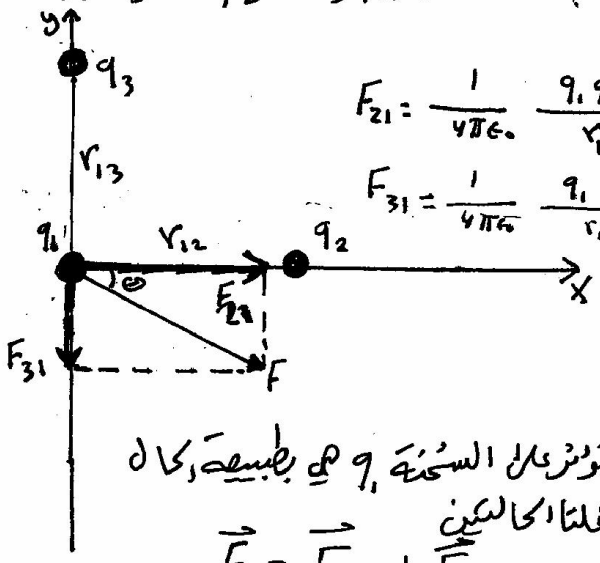
$$F = \frac{9\times10^{9} \times 1.6\times10^{-19} \times 1.6\times10^{-19}}{(4\times10^{-16})^2} = 14\ N$$

ومن هذا يتبين أن قوة التنافر بين البروتونات داخل النواة هي قوة هائلة.

مثال (3) :- يبين الشكل (8-1) ثلاث شحنات نقطية q_3, q_2, q_1 احسب القوة المؤثرة على الشحنة q_1 إذا علمت أن

$q_1 = +1\ \mu C$ و $q_2 = -3.6\ \mu C$ $q_3 = +4.8\ \mu C$

$r_{13} = 4\ m$ و $r_{12} = 3\ m$.



الحل

$$F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} = 36\times10^{-4}\ N$$

$$F_{31} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = 27\times10^{-4}\ N$$

إن القوة الكلية التي تؤثر على الشحنة q_1 هي بطبيعة الحال المجموع الاتجاهي لكلتا الحالتين

$$\vec{F} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}$$

وبما أن F_{31} و F_{21} متعامدتين فإن مقدار محصلتها F يساوي

$$F = \sqrt{(F_{21})^2 + (F_{31})^2} = \sqrt{(36\times10^{-4})^2 + (27\times10^{-4})^2}$$

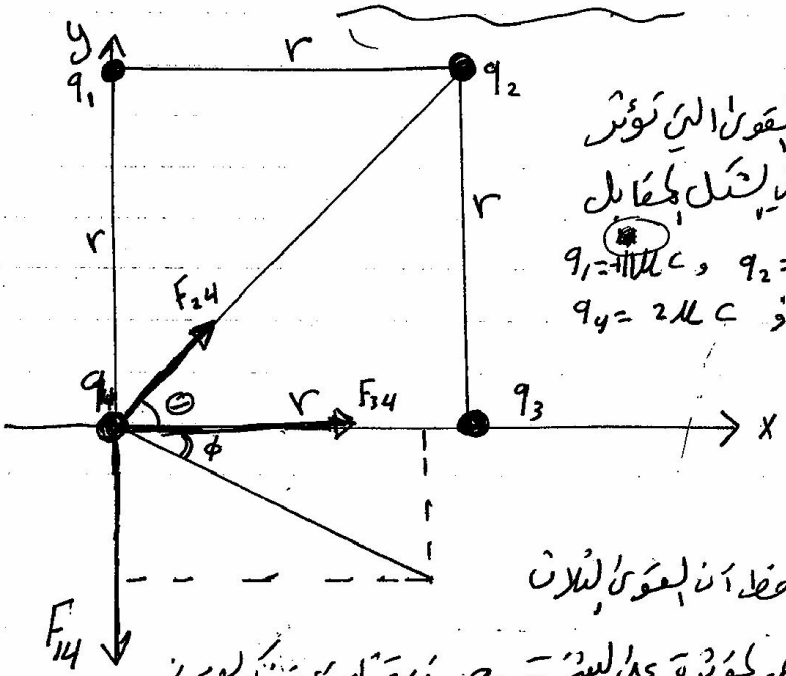
$$= 45\times10^{-4}\ N$$

←

أما اتجاه F فيمكن تعيينه من معرفة زاوية θ المبينة بالرسم

$$\tan\theta = \frac{F_{31}}{F_{21}} = \frac{27\times10^{-4}}{36\times10^{-4}} = 0.75$$

or $\theta = 36.9^\circ$



مثال (٤) أحسب محصلة القوى التي تؤثر على الشحنة q_4 كما في الشكل المقابل

إذا علمت

$q_1 = +1\mu C$ ، $q_2 = -1\mu C$ ، $q_3 = -2\mu C$

$q_4 = 2\mu C$ و $r = 10\,cm$

الحل

من تحديد الاتجاهات نلاحظ أن القوى الثلاث F_{14} و F_{24} و F_{34} هي المؤثرة على الشحنة q_4. باستخدام قانون كولوم نجد

$$F_{14} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_4}{r^2} = \frac{9\times10^9 \times 1\times10^{-6}\times 2\times10^{-6}}{(10\times10^{-2})^2} = 1.8\,N$$

$$F_{24} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2 q_4}{r_{24}^2} = 0.9\,N$$

$$F_{34} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_3 q_4}{r^2} = 3.6\,N$$

ملاحظة

$r_{24}^2 = r^2 + r^2$

$r_{24}^2 = 2r^2$

$r_{24} = \sqrt{2}\,r$

أما محصلة هذه القوى الثلاثة فتساوي المجموع الاتجاهي كما يأتي

$$\vec{F} = \vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + \vec{F}_{34}$$

ولحساب مقدار المحصلة نجد أولاً مجموع المركبات الأفقية (F_x) للقوى الثلاث فنحصل على

$$F_x = F_{34} + F_{24}\cos\theta$$
$$= 3.6 + 0.9\cos 45$$
$$= 3.6 + 0.8 \cong 4.2\,N$$

ثم نجد مجموع المركبات العمودية (F_y)

$$F_y = F_{24}\sin\theta - F_{14}$$
$$= 0.9\sin 45 - 1.8$$
$$= 0.6 - 1.8 = -1.2\,N$$

الإشارة السالبة تعني أن اتجاه F_y نحو الأسفل أي باتجاه السالب للمحور y.

الآن نحصل على مقدار القوة المحصلة من المعادلة

$$F = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2}$$
$$= \sqrt{(4.2)^2 + (1.2)^2} = 4.4\,N$$

ولتعيين اتجاه القوة المحصلة نحسب الزاوية التي تعملها F مع محور X

$$\tan\phi = \frac{F_y}{F_x} = \frac{1.2}{4.2} = 0.29$$
$$\therefore \phi = 16$$

مثال (5) :- شحنتان نقطيتان موضوعتان في الهواء مقدارهما $+400\mu C$ و $-900\mu C$ والبعد بينهما 50 cm عين النقطة الواقعة على امتداد المسافة بينهما والتي عندها تكون القوة المؤثرة على شحنة نقطية اختبارية قدرها q صفراً.

الحل

نحدد أولاً الموقع الذي يكون عنده أن تكون القوة المحصلة والمؤثرة على الشحنة q صفراً حيث أن هذا الموقع يجب أن يكون بالتأكيد يقع بين الشحنتين، أذ يستحيل أن تكون المحصلة صفراً في هذه المنطقة لأن القوتين المؤثرتين على q تكونان بنفس الاتجاه هذا من ناحية، ومن الناحية الأخرى يجب أن يكون بعد الموقع عن الشحنة الصغيرة أقل من بعده عن الشحنة الكبيرة، لكي يتم التعادل بين القوتين المؤثرتين على الشحنة q طبقاً لقانون كولوم.

لنفرض الآن أن بعد الشحنة q عن الشحنة الصغيرة X من الأمتار كما موضح بالشكل (1-10) عندئذ يصبح بعدها عن الشحنة الأخرى $(0.5+X)$ م.

وبتطبيق قانون كولوم نجد كلاً من القوتين المؤثرتين

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{9\times400\times10^{-6}}{X^2}$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{9\times900\times10^{-6}}{(0.5+X)^2}$$

وبما أن هاتان القوتان متعاكستان بالاتجاه كما موضح في الشكل فإن القوة المحصلة تكون صفراً عندما تكون القوة الأولى مساوية للقوة الثانية بالمقدار، أي أن

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q\times400\times10^{-6}}{X^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q\times900\times10^{-6}}{(0.5+X)^2}$$

$$\therefore\ 9X^2 = 4(0.5+X)^2$$

$$3X = 2(0.5+X)$$

$$3X = 1 + 2X$$

$$X = 1\ m$$

شكل (1-10)