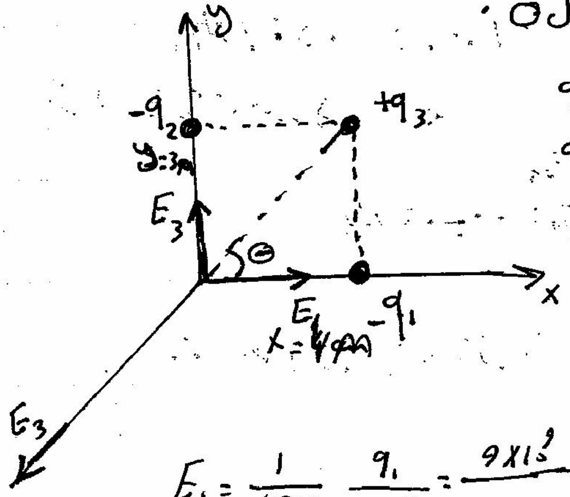
21

مثال 1 : ص ٥٩ :- الشكل المقابل يبين ثلاث شحنات نقطية q_1 ، q_2 ، q_3 واقعة جميعها في المستوي xy والمثبتة في المواقع المؤشرة في الشكل المطلوب ايجاد محصلة شدة المجال عند نقطة الاصل O .

علماً أن



$q_1 = -16\ nC$

$q_2 = -3\ nC$

$q_3 = +50\ nC$

الحل

نجد أولاً كل من E_1, E_2, E_3

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2} = \frac{9\times10^9 \times 16\times10^{-9}C}{(4)^2} \quad ; r_1 = x = 4\,m$$

$$E_1 = 9\ N/C$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_2^2} = \frac{9\times10^9\times3\times10^{-9}C}{(3)^2} \quad ; r_2 = y = 3\,m$$

$$E_2 = 3\ N/C$$

$$E_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_3^2} = \frac{9\times10^9\times50\times10^{-9}}{(5)^2} \quad ; \quad r_3^2 = x^2+y^2 = 4^2+3^2 = 16+9, \quad r_3^2 = 25, \quad r_3 = 5$$

$$E_3 = 18\ N/C$$

نلاحظ أن E_1 هو باتجاه المحور x و E_2 هو بالاتجاه الموجب لمحور y

$\therefore\ E_{1x} = E_1 \ ;\ E_{2y} = E_{2y} \ ;\ E_{1y} = 0 \ ;\ E_{2x} = 0$

كذلك نحلل E_3

$$E_{3y} = -E_3\sin\theta = -E_3\cdot\frac{3}{5} = -18\times\frac{3}{5}\ N/C = -10.8\ N/C$$

$$E_{3x} = -E_3\cos\theta = -E_3\,\frac{4}{5} = -18\times\frac{4}{5}\ N/C = -14.4\ N/C$$

المحصلة باتجاه محور X تكون

$$\sum E_x = E_{1x} + E_{2x} + E_{3x}$$

$$= 9 + 0 - 14.4 = -5.4 \ N/C$$

كذلك باتجاه محور y ←

$$\sum E_y = E_{1y} + E_{2y} + E_{3y}$$

$$= 0 + 3 - 10.8 = -7.8 \ N/C$$

∴ محصلة المجال تكون

$$E = \sqrt{\sum E_x^2 + \sum E_y^2}$$

$$= \sqrt{(-14.4)^2 + (7.8)^2} = 9.5 \ N/C$$

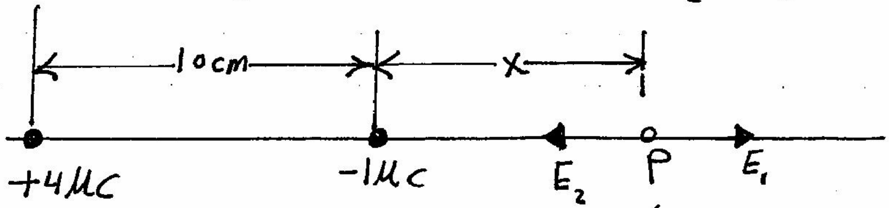
أما الزاوية التي تصنعها المحصلة مع محور X من الجهة السالبة فيمكن ايجادها من خلال

$$\tan\phi = \frac{7.8}{5.4}$$

$$\therefore \phi = 55^{\circ}$$

مثال 2 ص 61

∴ شحنتان نقطيتان الأولى قدرها $+4\mu c$ والثانية $-1\mu c$ تفصلهما مسافة قدرها 10 cm. عين النقطة الواقعة على الخط المستقيم المار بالشحنتين والتي عندها تكون شدة المجال صفراً.



الشكل (2-13).

الحل

من الواضح أن النقطة التي يمكن أن تكون عندها شدة المجال صفراً يجب أن لا تقع بين الشحنتين وذلك لأن المجال الناشئ من الشحنة الأولى تكون بنفس أتجاه المجال الناشئ من الشحنة الثانية في هذه المنطقة المحصورة بين الشحنتين وهذا يعني أن النقطة التي عندها محصلة المجالين صفراً تقع خارج هذه المنطقة أما على يسار الشحنتين أو على يمينهما هذا من ناحية ومن الناحية الثانية يجب أن تكون بعد النقطة من الشحنة الصغيرة (السالبة) أقل من بعدها عن الشحنة الكبيرة (الموجبة) لكي يتم التعادل بين المجالين حسب المعادلة (2-3) أي أن شدة المجال تتناسب طردياً مع قيمة الشحنة وعكسياً مع مربع بعدها عن النقطة. والشكل (2-14) يبين بوضوح موقع نقطة التعادل في حالة مماثلة لهذه الحالة يحدث التعادل عندما تكون المجالان متساويين بالمقدار متعاكسين بالاتجاه.

نفرض أن بعد نقطة التعادل (P) هذه من الشحنة السالبة يساوي (X) فعندئذٍ تكون بعدها عن الشحنة الموجبة (X+10cm).

الآن نجد E_1 و E_2

عندما X تكون بالمتر فإن 10 cm = 0.1 m

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{4\times10^{-6}}{(X+0.1)^2}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{1\times10^{-6}}{X^2}$$

وبما أن E_1 و E_2 متعاكسين بالاتجاه فإن شرط محصلة المجال يساوي صفراً هو

$$E_1 = E_2$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{4\times10^{-6}}{(X+0.1)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1\times10^{-6}}{X^2}$$

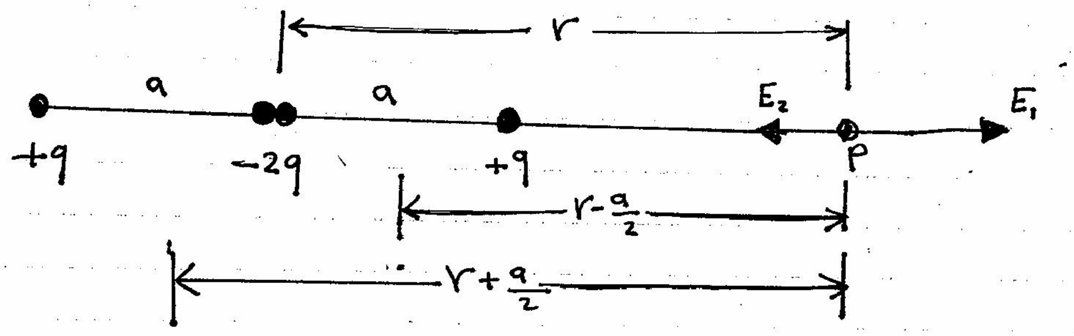
$$\therefore \frac{4}{(X+0.1)^2} = \frac{1}{X^2} \Rightarrow \frac{2}{X+0.1} = \frac{1}{X}$$ (بجذر الطرفين)

$$\therefore 2X = X+0.1$$

$$X = 0.1\ m$$

مثال 3 ص ٦٢

- لو وضع اثنان من ثنائية الأقطاب كما بالشكل (2-14) لتكوّن ماسي رباعي القطب quadrupole والمطلوب ايجاد شدة المجال الكهربائي في النقطة P الواقعة على محوره وعلى بعد قدره r عن مركزه بحيث أن قيمة r أكبر بكثير من قيمة a .



الشكل (2-14)

الحل لحساب شدة المجال لرباعي القطب بجزئه الى اثنين من ثنائية الأقطاب، الأول يبعد مركزه عن P بمسافة $r-\frac{a}{2}$ والثاني يبعد مركزه بمسافة $r+\frac{a}{2}$ عن النقطة نفسها ثم نجد شدة المجال لكل منهما طبقا للمعادلة (2-8) لنحصل على

ص 14