

سريان المائع: Fluid in Motion

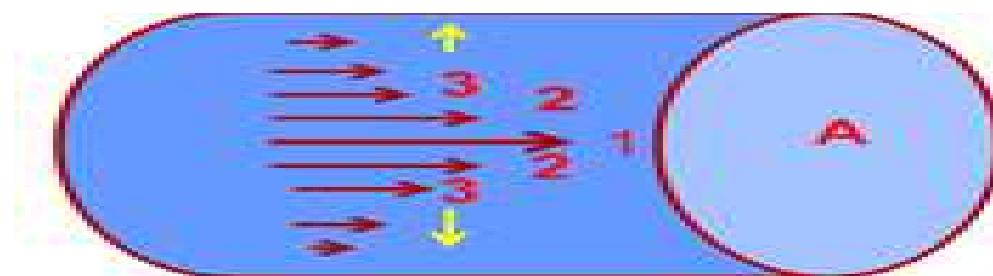
المقدمة:

عندما يكون المائع في حالة سكون فإنه يستجيب لأي محاولة لتغيير شكله أو دفعه للحركة. ولكن بعد الحركة فإن المائع يقاوم القوة الخارجية المؤثرة التي تسببت في حركته. وتعرف هذه المقاومة باسم لزوجة السائل أو المائع. تعتمد طبيعة سريان (انسياب) السائل على سرعته. ويمكن تقسيم انسياب السائل إلى نوعين:

1. انسياب طبقي (Laminar flow).
2. انسياب مضطرب-عشوائي (Turbulence flow). وفيه تكون سرعة السائل أكبر من سرعة معينة تصبح بعدها حركة السائل عشوائية وتعرف بالسرعة الحرجة C_7 والتي تعرف بالسرعة التي يصبح سريان السائل بعدها سريان عشوائي.

أولاً: الانسياب الطبقي أو المنتظم: The Steady Flow

وفيه تكون سرعة انسياب السائل منخفضة وينزلق السائل على شكل طبقات تنزلق بعضها فوق بعض. ونتيجة الاحتكاك بين طبقات السائل أثناء الانزلاق تتولد مقاومة والتي تعرف باللزوجة. وتكون سرعة الطبقة الملاصقة لجدار الأنبوة سرعتها تقريباً تساوى صفر وتزداد سرعة الطبقات كلما اتجهنا إلى مركز الأنبوة. ولمزيد من الإيضاح الشكل الموجود نرى فيه طبقات السائل. سرعة الطبقة رقم (1) تكون أكبر ما يمكن لأنها موجودة في مركز الأنبوة بينما تقل السرعة كلما اقتربنا من الجدار حتى تصبح صفراء عند الطبقة الملاصقة لجدار الأنبوة.



ثانياً: الانسياب المضطرب أو الغير منتظم:

وفية تكون سرعة السائل أكبر من سرعة معينة تصبح بعدها حركة السائل عشوائية وتعرف بالسرعة الحرجة V_c والتي تعرف بالسرعة التي يصبح سريان السائل بعدها سريان عشوائي. سنقتصر في هذه الدراسة على السوائل التي تخضع للشروط التالية:

1. يكون انسياب السائل طبيعاً.

2. لزوجة السائل منخفضة حتى يمكن إهمال اللزوجة.
3. يكون السائل غير قابل للانضغاط ولذا تكون كثافته ثابتة فلا تعتمد على الضغط.

معادلة الاستمرارية: The Continuity Equation

نفرض أن سائل ينساب طبيعاً في أنبوبة ذات مقطعين مختلفين A_1 و A_2 كما هو موضح بالشكل. سرعة السائل عند المقطع A_1 هي V_1 لمسافة مقدارها X_1 بينما سرعة السائل عند المقطع A_2 هي V_2 لمسافة قدرها X_2 . يمكن حساب كتلة كمية السائل التي تدخل الأنبوبة عبر المقطع A_1 بالعلاقة التالية.

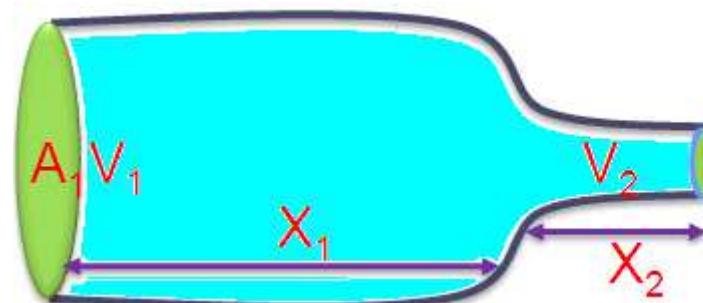
$$m = \rho V$$

$$m = \rho A X$$

$$X_1 = V_1 t$$

$$m_1 = \rho A_1 V_1 t$$

$$m_2 = \rho A_2 V_2 t$$



حيث أن الحجم V يساوى مساحة مقطع الأنبوبة في طولها وبما أن المسافة تساوى السرعة في الزمن، إذن:

حيث ρ تمثل كثافة السائل وكذلك يمكن حساب كتلة كمية السائل التي تخرج من المقطع A_2 في الفترة الزمنية نفسها t تعطى بالعلاقة:

ولكن كمية السائل التي تدخل في الأنبوبة A_1 هي التي تخرج من الطرف الثاني من الأنبوبة A_2 .

$$m_1 = m_2$$

$$\rho A_1 V_1 t = \rho A_2 V_2 t$$

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

أما معدل التدفق الحجمي للسائل Q عبر الأنبوبة يمكن كتابته على الشكل التالي:

$$Q = AV$$

وتسمى هذه المعادلة بمعادلة الاستمرار ونظراً لاختلاف سرعة السائل في الأنبوبة يمكن استخدام تعبير متوسط السرعة بدلاً عن السرعة وبذلك تصبح معادلة الاستمرار (الاستمرارية) على الشكل التالي:

$$Q = A\bar{V}$$

$$\bar{V} = \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2}$$

حيث V_{\min} هي القيمة الصغرى للسرعة بينما V_{\max} هي القيمة العظمى للسرعة.

معادلة بوازيل: Poiseuile's Equation

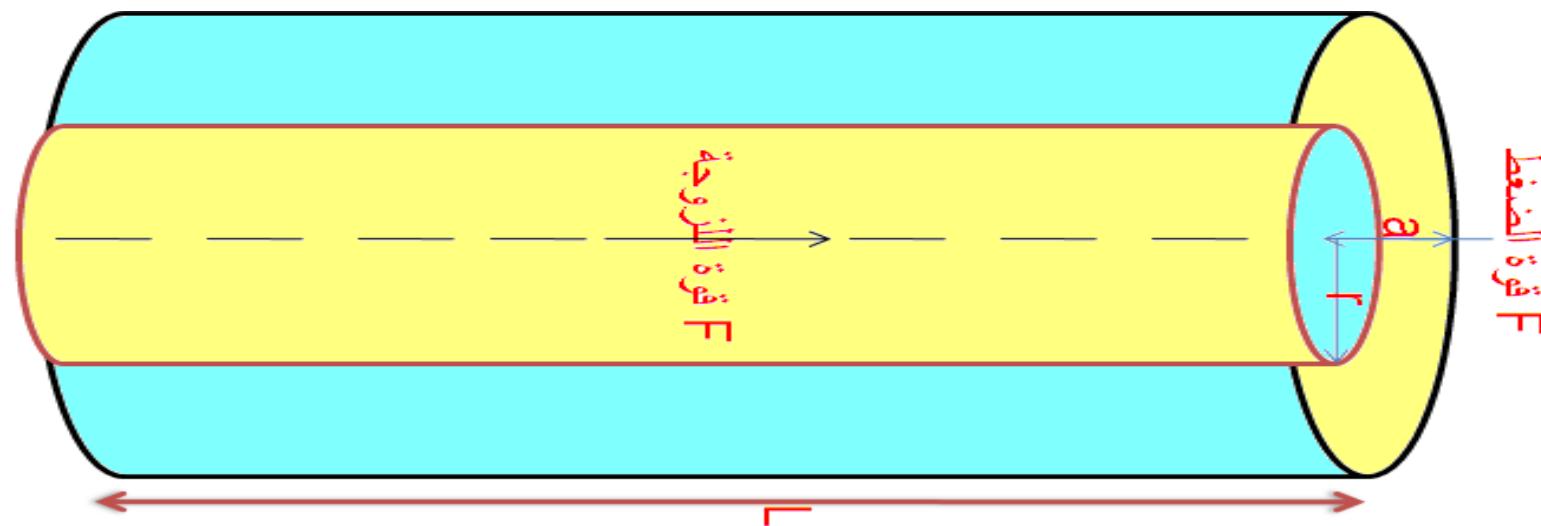
لإيجاد العلاقة التي تعطي حجم المائع (السوائل والغازات) المار في الثانية خلال أنبوبة وضع بوازيل الفروض الآتية:

1. أن يكون الانسياب ثابتًا (Stream line Flow).
2. إن يكون الضغط على مساحة مقطع الأنبوبة ثابت وهذا لا يحدث إلا في الأنابيب الشعرية.
3. طبقة السائل الملائمة لجدار الأنبوبة تكون ساكنة وذلك لالتصالقها بالجدار بفعل الشد السطحي وتصادم الجزيئات بالجدار.

فإذا اعتبرنا اسطوانة الانسياب (الجريان أو السريان) التي نصف قطرها r وطولها L تتحرك داخل أنبوبة شعرية نصف قطرها a ، نتيجة لفرق في الضغط مقداره P فان قوة الضغط المحركة لاسطوانة الانسياب تتعادل مع قوة الزوجة المقاومة لحركة الأنبوبة لأن الانسياب ثابت منتظم، أي أن:

$$F_P = F_\eta \quad (1)$$
$$\pi r^2 P = -\eta (2\pi r L) (dV/dr)$$

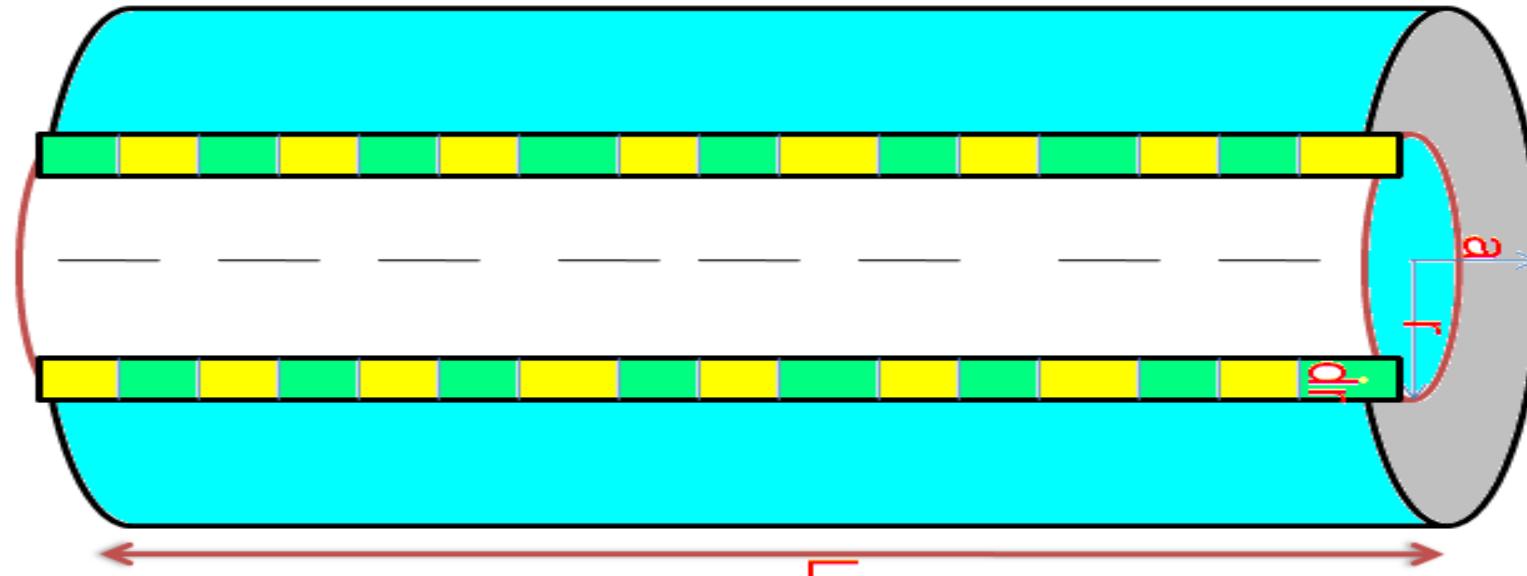
وتدل الإشارة السالبة أن السرعة تقل كلما ابتعدنا عن المحور، كما في الشكل أدناه:



$$\int_0^V dV = -\frac{P}{2\eta L} \int_a^r r dr$$

$$V = \frac{P}{4\eta L} (a^2 - r^2) \quad (2)$$

والمعادلة (2) تعطي العلاقة بين السرعة V عند أي نقطة تبعد مسافة r عن المحور وهذه العلاقة تمثل قطع مكافئ. ولإيجاد معدل سريان السائل Q خلال الأنبوة، نفترض غلاف اسطواني من السائل له نفس محور الأنبوة ونصف قطره r وسمكه dr الشكل أدناه، فيكون معدل سريان السائل dQ خلال الغلاف الاسطواني (أي حجم الماء المار خلال الغلاف الاسطواني في الثانية) هو:



$$Q = SV = \pi r^2 V$$

$$dQ = 2\pi r dr V \quad (3)$$

وبتعويض المعادلة (2) في (3) نحصل:

(4)

وبتكامل المعادلة (4):

(5)

$$dQ = 2\pi r dr \left(\frac{P}{4\eta L} \right) (a^2 - r^2)$$

$$Q = \frac{\pi a^4 P}{8\eta L}$$

وتمثل المعادلة (5) معادلة بوازيل ، حيث أن كمية السائل المار في الثانية الواحدة Q تتناسب عكساً مع معامل الزوجة للسائل. ويمكن كتابة المعادلة (5) على النحو التالي:

$$Q = P/R$$

(6)

حيث أن:

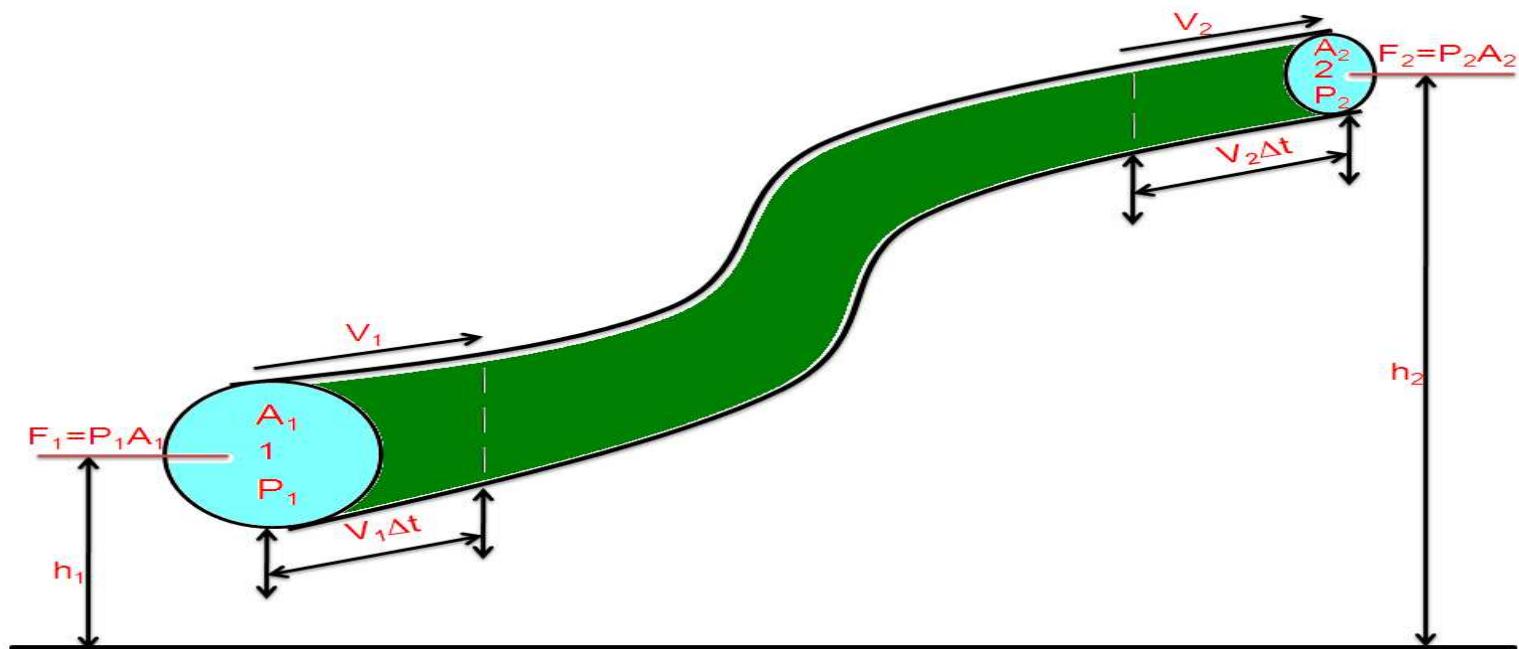
(7)

$$R = \frac{8\eta L}{\pi a^4}$$

ويمكن مقارنة المعادلة (6) بقانون أوم وهو ($I=V/R$)، حيث $|I|$ مقدار التيار المار في سلك مقاومته R وفرق الجهد بين طرفيه V ، فيمكن مقارنة مقدار التيار $|I|$ بمعدل الانسياب Q ، وفرق الجهد V بالفرق في الضغط P ، ولهذا السبب يرمز للمقدار ($8\eta L/\pi a^4$) بالرمز R التي تناظر المقاومة في الدوائر الكهربائية حيث أنها تعمل على إعاقة انسياب المائع وسريانه.

معادلة برنولي: Bernoulli's Equation

نفرض أن سائل ينساب طبقياً (غير لزج) خلال أنبوبة غير منتظمة المقطع من المقطع 1 إلى المقطع 2 كما في الشكل أدناه، وتغيرت سرعته من V_1 عند المقطع 1 حيث مساحة مقطع الأنبوة هي A_1 إلى V_2 عند مقطع الأنبوة 2 حيث مساحة المقطع A_2 . إن انسياب السائل من 1 إلى 2 يحدث نتيجة تأثير قوى معينة على نهايتي الأنبوة عند 1 إذا كان ضغط السائل هو P_1 فان قوة مقدارها $P_1 A_1$ سوف تؤثر على السائل في اتجاه السريان. وبالمثل فان قوة مقدارها $P_2 A_2$ سوف تؤثر على السائل في اتجاه مضاد للسريان. بعد فترة زمنية Δt يكون الشغل المبذول في اتجاه السريان عند المقطع 1 هو:



$$W_1 = P_1 A_1 V_1 \Delta t \quad (1)$$

والشغل المبذول على السائل ضد اتجاه السريان عند المقطع 2 هو:

$$W_2 = P_2 A_2 V_2 \Delta t \quad (2)$$

فيكون صافي الشغل المبذول على السائل خلال الفترة الزمنية Δt هو:

$$W = W_1 - W_2$$

$$W = (P_1 A_1 V_1 - P_2 A_2 V_2) \Delta t \quad (3)$$

نتيجة بذلك شغل على السائل فإنه يكتسب طاقة وضع (طاقة كامنة) وطاقة حركية عندما يتحرك من المقطع 1 إلى المقطع 2، وهذا التغير في الطاقة يساوي الشغل المبذول، أي أن:

$$W = K.E + P.E$$

إذن الزيادة في طاقة الوضع (الطاقة الكامنة):

$$P.E = (A_2 V_2 \Delta t \rho) g h_2 - (A_1 V_1 \Delta t \rho) g h_1 \quad (5)$$

$$K.E = \frac{1}{2} (A_2 V_2 \Delta t \rho) V_2^2 - \frac{1}{2} (A_1 V_1 \Delta t \rho) V_1^2 \quad (6)$$

وحيث أن السائل غير لزج بمعنى أنه ليس هناك فقد في الطاقة نتيجة الاحتكاك الناتج من لزوجة السائل، فإنه من مبدأ بقاء الطاقة يكون صافي الشغل المبذول على السائل يساوي الزيادة في الطاقة الحركية مضافة إليها الزيادة في طاقة الوضع. إذن بتعويض المعادلات (1)، (2) و (3) في (4) ينتج أن:

$$(P_1 A_1 V_1 - P_2 A_2 V_2) \Delta t = \frac{1}{2} (A_2 V_2 \Delta t \rho) V_2^2 - \frac{1}{2} (A_1 V_1 \Delta t \rho) V_1^2 + (A_2 V_2 \Delta t \rho) g h_2 - (A_1 V_1 \Delta t \rho) g h_1$$

ويمكن صياغة هذه المعادلة على الصورة التالية لأن ($A_1 V_1 = A_2 V_2$) من معادلة الاستمرارية:

$$\begin{aligned} (P_1 - P_2) A_1 V_1 \Delta t &= (\rho g h_2 - \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 - \frac{1}{2} \rho V_1^2) A_1 V_1 \Delta t \\ (P_1 - P_2) &= (\rho g h_2 - \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 - \frac{1}{2} \rho V_1^2) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2}V_1^2 + gh_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{1}{2}V_2^2 + gh_2 \quad (8)$$

$$\frac{P}{\rho} + \frac{1}{2}V^2 + gh = \text{constant} \quad (9)$$

وهذه هي معادلة برنولي. يسمى المقدار ($PAV\Delta t$) طاقة الضغط وحيث أن كتلة السائل المار خلال الفترة Δt هو ($AV\Delta t\rho$) فتكون طاقة الضغط لوحدة الكتل هي:

$$\frac{PAV\Delta t}{AV\Delta t\rho} = \frac{P}{\rho}$$

وطبيعي إن الطاقة الحركية لوحدة الكتل هي $\frac{1}{2}V^2$ وطاقة الوضع (الطاقة الكامنة) لوحدة الكتل هي gh , أي

إن معادلة برنولي تنص على انه بالنسبة لوحدة الكتل:

(طاقة الضغط+طاقة الحركية+طاقة الوضع(الطاقة الكامنة)= ثابت)