

## نسبة بواسون (σ) Poisson's Ratio

عندما يتعرض جسم إلى تأثير قوتين متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه (قوى سحب) فإنه يستطيل (أي يزداد طوله) باتجاه قوى السحب وينكمش أو يتقلص بالاتجاه العمودي أي يقل عرضه أو سمكه، والعكس صحيح. إن النسبة بين التغير الجانبي إلى التغير الطولي يعبر عنه بـ نسبة بواسون. وهي ثابت مرونة مهم، وتكون خالية من الوحدات. إن الانفعال الناتج باتجاه قوى السحب أو الكبس يسمى بالانفعال الطولي Longitudinal Strain أما الانفعال الناتج باتجاه عمودي على اتجاه القوى المسلطة فيسمى بالانفعال الجانبي أو العرضي Lateral Strain. والانفعالان كلاهما يعتمدان على الإجهاد المسلط ونوع مادة الجسم. تكون النسبة بين المطاوعة الجانبية والمطاوعة الطولية لمادة ما ثابتة ويطلق عليها اسم نسبة بواسون، أي أن:

$$\sigma = \frac{-\Delta\omega/\omega_0}{\Delta L/L_0}$$

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0$$

$$\Delta L = L - L_0$$

تشير الإشارة السالبة إلى حقيقة إن الزيادة الحاصلة في طول الجسم نتيجة قوى السحب يصاحبها دائماً نقصان في عرض أو سمك الجسم والعكس صحيح. إن وجود الإشارة السالبة يضمن الحصول على القيم الموجبة لنسبة بواسون وتكون القيمة العددية لنسبة بواسون لمعظم المواد حوالي (0.3). الجدول (3) يوضح قيم نسبة بواسون لعدد من المواد المعروفة.

الجدول (3) قيم نسبة بواسون لعدد من المواد المعروفة.

المادة	نسبة بواسون
الالمنيوم	0.33
النحاس	0.36
الرصاص	0.40
الزجاج العادي	0.23
الفولاذ(اللتين)	0.26
المطاط الصلب	0.43

**مثال (1):** بين أي من المواد الآتية يتعرض إلى إجهاد أكبر.

قطعة من الألمنيوم أبعادها 15 cm x 5 cm تحت تأثير ثقل كتله 10Kg.

قطعة من الفولاذ أبعادها 7 cm x 3 cm تحت تأثير ثقل كتله 15Kg.

قطعة من النحاس أبعادها 5 cm x 2 cm تحت تأثير ثقل كتله 5Kg.

**الحل:**

يعرف الإجهاد على انه القوة المؤثرة على وحدة المساحة، أي أن:

$$S = \frac{F}{A} = \frac{10\text{Kg} \times 9.8\text{m/s}^2}{5 \times 10^{-2} \text{ m} \times 15 \times 10^{-2} \text{ m}} = \frac{98\text{N}}{75 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 1.306 \times 10^4 \text{ N/m}^2 \quad \text{للألمنيوم}$$

$$S = \frac{15\text{Kg} \times 9.8\text{m/s}^2}{3 \times 10^{-2} \text{ m} \times 7 \times 10^{-2} \text{ m}} = \frac{147\text{N}}{21 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 7 \times 10^4 \text{ N/m}^2 \quad \text{للفولاذ}$$

$$S = \frac{5\text{Kg} \times 9.8\text{m/s}^2}{5 \times 10^{-2} \text{ m} \times 2 \times 10^{-2} \text{ m}} = \frac{49\text{N}}{10 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 4.9 \times 10^4 \text{ N/m}^2 \quad \text{للمنحاس}$$

من هذا يتبين إن الفولاذ يتعرض إلى الإجهاد الأكبر.

**مثال (2):** قضيب من النحاس الأصفر معامل مرونته يساوي  $1.1 \times 10^{12} \text{ N/m}^2$  . جد قطر القضيب الذي طوله 1m ويتعرض إلى قوة شد (سحب) مقدارها 22 N وتسبب زيادة في طوله مقدارها 1mm.

**الحل:**

من تعريف معامل المرونة=الإجهاد/المطواعة

$$Y = \frac{F / A}{\Delta L / L}$$

$$A = \frac{F L}{Y \Delta L}$$

$$A = \frac{22 \text{ N} \times 1 \text{ m}}{1.1 \times 10^{12} \text{ N/m} \times 10^{-3} \text{ m}}$$

$$r^2 = \frac{A}{\pi}$$

$$r^2 = \frac{2 \times 10^{-8} \text{ m}^2}{3.14}$$

$$r^2 = 0.6369 \times 10^{-8} \text{ m}^2$$

$$r = 7.9 \times 10^{-5} \text{ m}$$

**مثال (3):** سلك معدني طوله 2 m ، مقطعه العرضي مربع طول ضلعه 8 mm . علق به ثقل كتلته 1.2 Kg فاستطال مسافة 3 mm جد قيمة معامل يونك .

**الحل:**

$$Y = \frac{F / A}{\Delta L / L}$$

$$Y = \frac{F \cdot L}{A \cdot \Delta L}$$

$$Y = \frac{1.2 \text{ Kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 2 \text{ m}}{8 \times 10^{-3} \text{ m} \times 8 \times 10^{-3} \text{ m} \times 3 \times 10^{-3} \text{ m}}$$

$$Y = \frac{23.52 \text{ N}}{192 \times 10^{-9} \text{ m}^2}$$

$$Y = 1.225 \times 10^8 \text{ N/m}^2$$

مثال (4): قضيب معدني قطره 1 in وطوله 120 in علق به ثقل مقداره 100 Ib. جد الانفعال على امتداد القطر، مع العلم بان معامل يونك يساوي  $3 \times 10^6$  Ib/in<sup>2</sup> ونسبة بواسون تساوي 0.3.

**الحل:**

بما أن معامل يونك يعطى بالعلاقة الآتية:

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

إذن الانفعال الطولي يساوي:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{F}{A Y}$$

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{100 \text{ Ib}}{3.14 \times (0.5 \text{ in})^2 \times 3 \times 10^6 \text{ Ib/in}^2}$$

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{100}{2.355 \times 10^6}$$

$$\frac{\Delta L}{L} = 0.4246 \times 10^{-4}$$

نسبة بواسون = الانفعال العرضي/الانفعال الطولي  
الانفعال العرضي = نسبة بواسون x الانفعال الطولي

$$\text{Poisson's Ratio} = 0.3 \times 0.4246 \times 10^{-4}$$

$$\text{Poisson's Ratio} = 0.1273 \times 10^{-4}$$

مثال (5): جد اكبر قيمة لطول سلك من الحديد يمكن أن يعلق بصورة عمودية من دون انقطاعه، علماً بان إجهاد القطع (الكسر) يساوي  $(7.9 \times 10^9 \text{ dyne/cm}^2)$  وان كثافة مادة السلك تساوي  $(7.9 \text{ g/cm}^3)$ .

**الحل:**

إن اكبر قيمة لطول السلك تحددها كتلة السلك المعلق.  
وان كتلة السلك = حجم السلك المعلق  $\times$  كثافته الكتلية  
نفرض إن مساحة المقطع العرضي للسلك =  $A \text{ cm}^2$   
إذن الحجم =  $A L \text{ cm}^3$

$$m = \rho V$$

$$m = 7.9 \times A L \quad (\text{g})$$

$$S = \frac{F}{A}$$

$$S = \frac{7.9 \times A \times L \times 980}{A}$$

$$S = 7742 L \quad (\text{dyne/cm}^2)$$

$$7742 L = 7.9 \times 10^9$$

$$L = \frac{7.9 \times 10^9}{7742}$$

$$L = 1.02 \times 10^6 \text{ cm}$$

إن وزن السلك = القوة المؤثرة

إن اكبر طول يحصل عندما يسقط الكسر، أي أن: