التيار المتناوب

Alternative Current

التيار الكهربائي المتناوب

التيار الاني:

ذكرنا في الفصول السابقة اذا دار ملف من مادة موصلة مساحته A وعدد لفاته N بسرعة زاوية مقدارها ω من الزوايا النصف قطرية في الثانية (او تردد f) في مجال مغناطيسي B تولد بين طرفي الملف قوة دافعة كهربائية مقدارها:

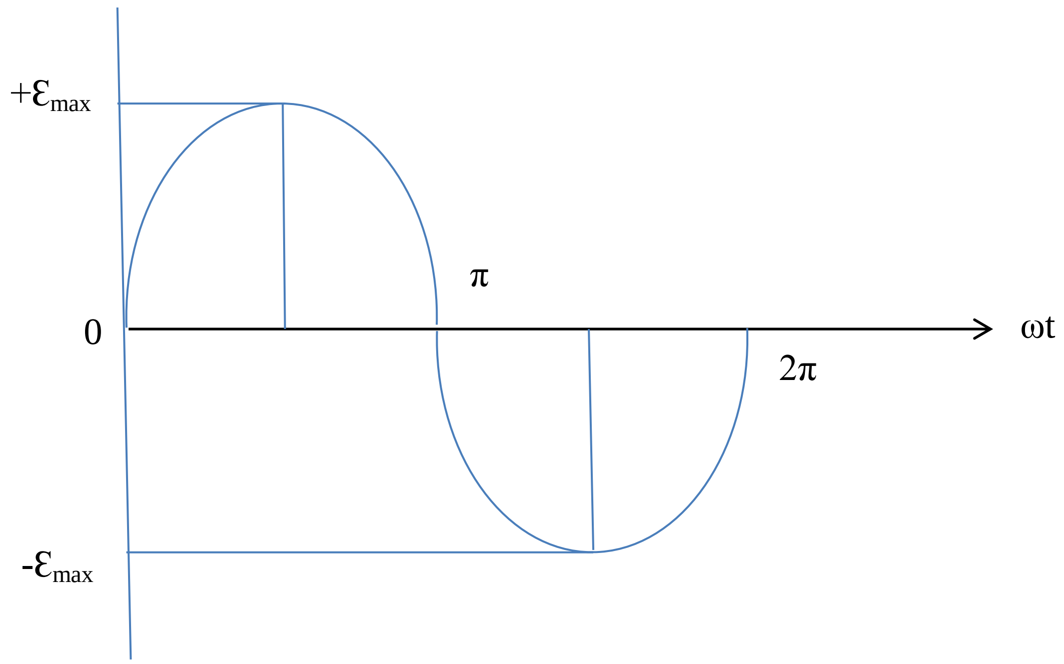
$$\varepsilon = NAB\omega sin\omega t = NAB\omega sin2\pi f$$

وهي تعني ان القوة الدافعة الكهربائية الناتجة تتناسب طرديا مع كل من (N, A, B, ω, f) فعند تثبيت قيم كل من هذه المقادير فالمعادلة اعلاه هي دالة جيب، وان اعظم قيمة للقوة الدافعة الهربائية تحصل عندما تكون (sin ωt = 1)، اي ان:

$$\varepsilon_{max} = NAB\omega$$

$$\therefore \varepsilon = \varepsilon_{max}\ sin\omega t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

حيث ان Ɛ تمثل القوة الدافعة الكهربائية المتناوبة والتيار الناتج عنها يسمى التيار المتناوب، وهي تعرف ايضا بالقيمة الانية للقوة الدافعة الكهربائية.



عند ربط طرفي الملف بحمل يسري خلاله تيار كهربائي متناوب ويتولد بين طرفيه فرق جهد كهربائي متناوب مقداره $V = V_{max} \sin\omega t$. حيث V هي الفولتية الانية (فرق الجهد الاني) و V_{max} هي القيمة العظمى للفولتية.

إذا فرضنا ان الحمل يتكون من مقاومة R وملف L ومتسعة C مربوطة على التوالي، فإن فرق الجهد الاني حسب قانون كيرشوف بين طرفي المجموعه:

$$V = iR + \frac{q}{C} + L\frac{di}{dt}$$

$$V_{max} sin\omega t = iR + \frac{q}{C} + L\frac{di}{dt}$$

للحصول على قيمة التيار، نشتق المعادلة بالنسبة للزمن فنحصل على:

$$\omega V_{max} cos\omega t = R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} + L\frac{d^2 i}{dt^2}$$

نقسم المعادلة على L ونرتب المعادلة نحصل على:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}\frac{dq}{dt} = \frac{\omega V_{max}}{L} cos\omega t$$

المعادلة الاخيره تشبه معادلة الاهتزاز القسري، والحل العام لهذه المعادلة هو:

$$i = \frac{V_{max}}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \sin(\omega t - \emptyset) + Ae^{-bt} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2)$$

حيث ان A , b ثوابت وان ϕ هي زاوية الاختلاف بالطور بين الفولتية المؤثرة والتيار الناتج وتسمى زاوية الطور وتحسب من:

$$tan\emptyset = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

المعادل 2 تتألف من حدين، الحد الاول هو دالة جيب له نفس تردد الفولتية المؤثرة، وهو الجزء المستقر. الحد الثاني يسمى الحد العابر(التيار العابر)، وهذا الجزء من التيار يضمحل بعد فترة وجيزه من غلق الدائرة لان b موجبة والاس سالب، والذي سيبقى هو الجزء الاول ويطلق عليه بالتيار المستقر.

يطلق على المقدار ωL اسم الرادة الحثية ويرمز لها بالرمز X_L ولها نفس وحدات المقاومة

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

يطلق على المقدار $1/\omega C$ اسم الرادة السعوية ويرمز لها بالرمز X_C ولها نفس وحدات المقاومة

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

الرادة الكلية هي X وهي تساوي:

$$X = X_L - X_C$$

$$\therefore tan\emptyset = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{X}{R}$$

المعادلة 2 تصبح بالشكل:

$$i = \frac{V_{max}}{\sqrt{R^2 + X^2}} \sin(\omega t - \emptyset)$$

يطلق على المقدار $\sqrt{R^2 + X^2}$ اسم الممانعة ويرمز لها بالرمز Z اي أن:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

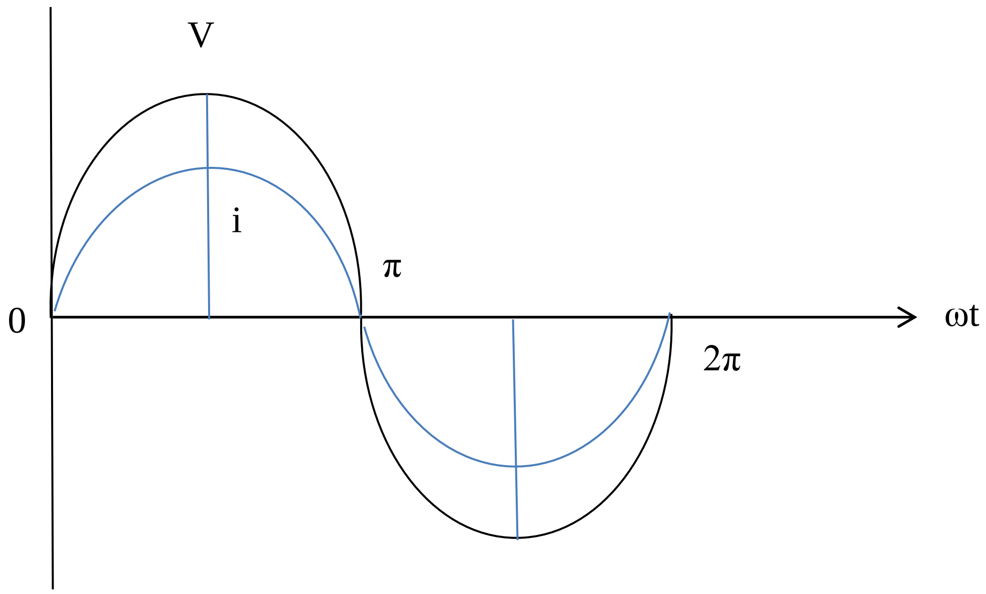
$$\therefore i = \frac{V_{max}}{Z} \sin(\omega t - \emptyset)$$

يسمى المقدار $\frac{V_{max}}{Z}$ القيمة العظمى للتيار الاني اي ان $I_{max} = \frac{V_{max}}{Z}$ وعليه تصبح المعادلة الاخير بالشكل التالي:

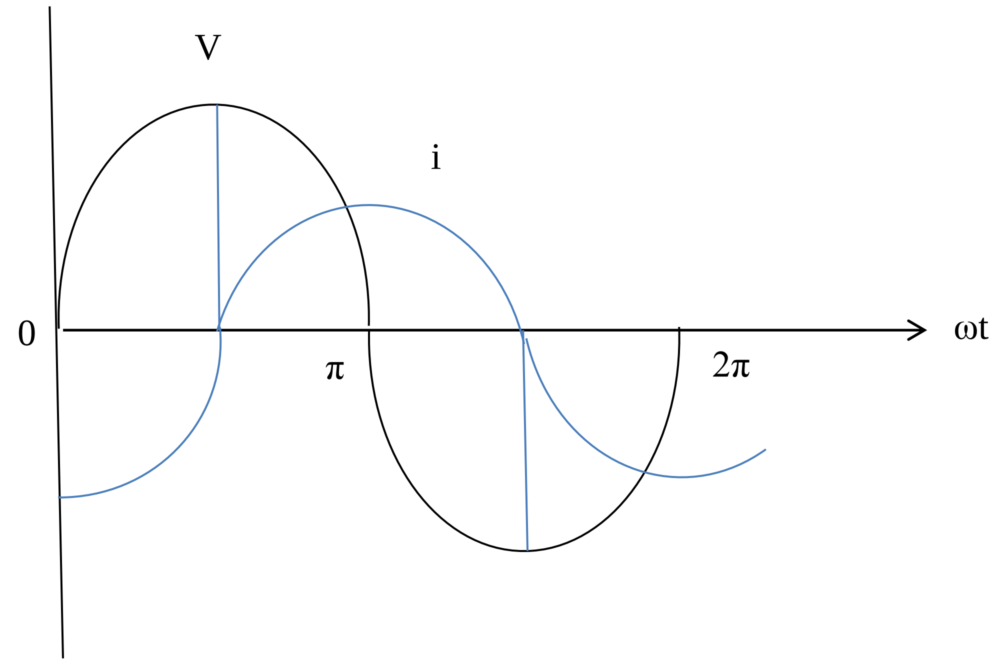
$$i = I_{max}\sin(\omega t - \emptyset) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(3)$$

وبمقارنة معادلة 1 ومعادلة 3 نجد ان الفولتية المؤثرة والتيار الناتج عنها لهما نفس السرعة الزاوية ولكن يختلفان في الطور بمقدار ϕ.

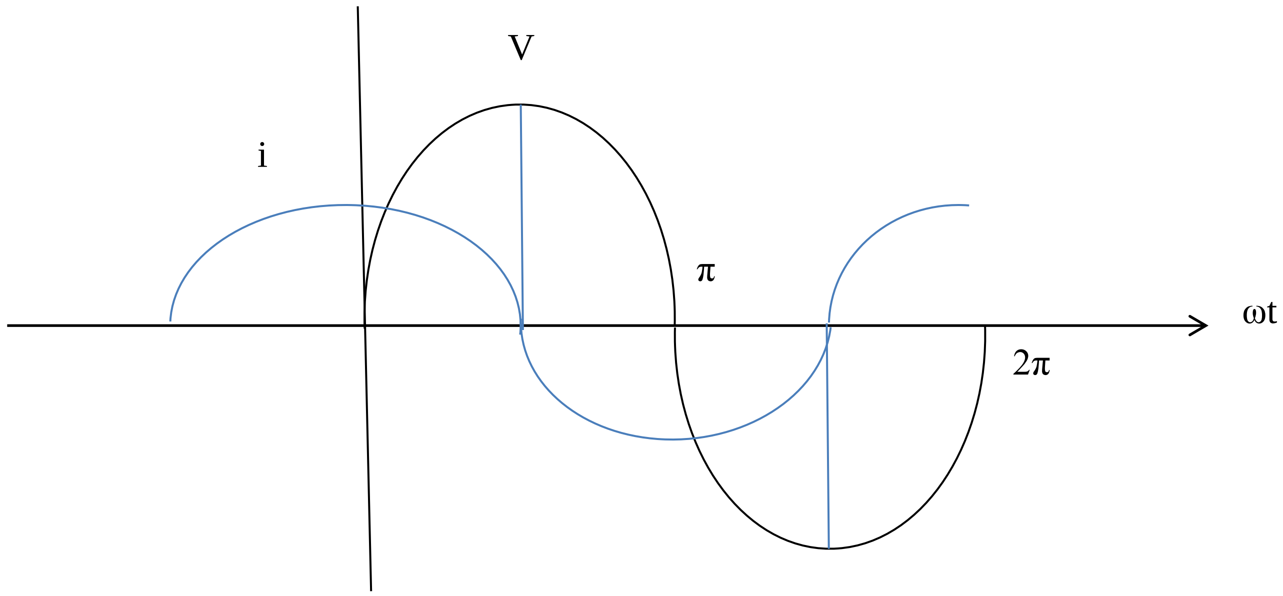
إن الزاوية ϕ قد تكون موجبة أو سالبة أو صفرا، فإذا كانت ϕ تساوي صفرا عند ذلك تكون الفولتية والتيار في طور واحد وهذا معناه ان التيار يكون في نهايته العظمى عندما تكون الفولتية في نهايتها العظمى وكذلك عندما يساويان الصفر كما في الشكل.



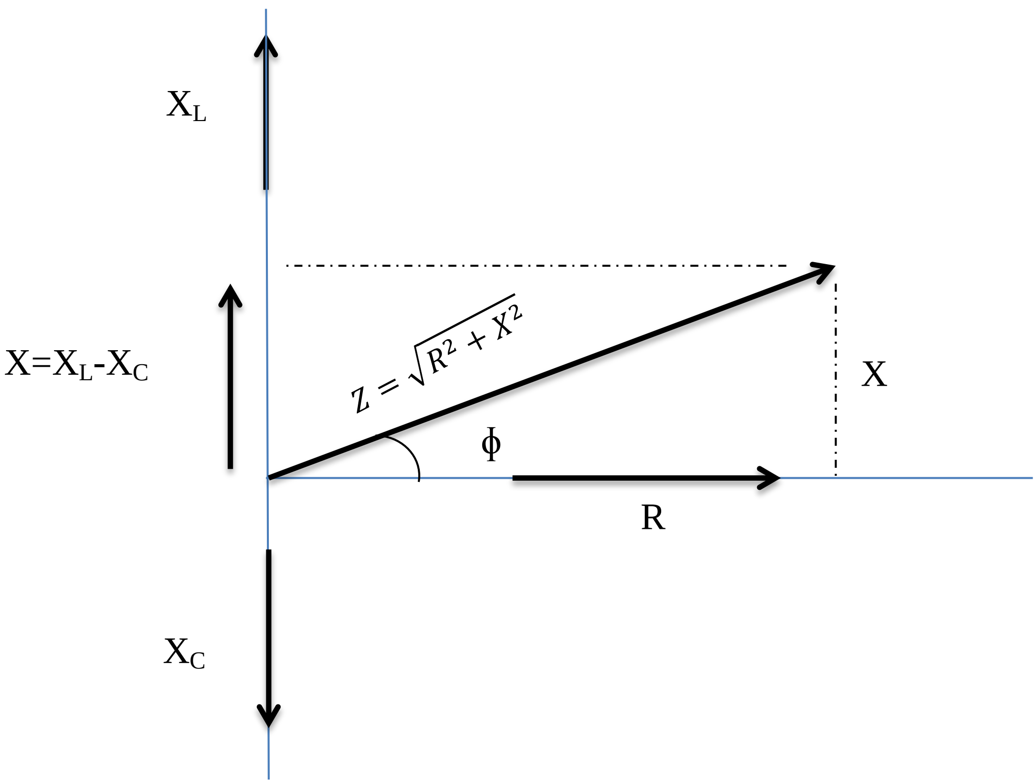
اما اذا كانت ϕ موجبة وذلك عندما تكون $(\omega t - \phi) > \omega t$ وعندها الفولتية سوف تتقدم على التيار بزاوية مقدارها ϕ كما في الشكل.



اما اذا كانت ϕ سالبة وذلك عندما تكون $(\omega t - \phi) > \omega t$ وهنا التيار يتقدم او يسبق الفولتية بزاوية مقدارها ϕ كما في الشكل



ملاحظة: يمكن ان نعبر عن العلاقة بين عناصر الممانعة Z, X, R بالمخطط الاتجاهي الاتي:



مثال[1]: ملف معامل حثه L = 0.2 h جد رادته عند ربطه ضمن دائرة ترددها 50Hz؟

الحل/

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

$$X_L = 2\pi * 50 * 0.2 = 62.83\ \Omega$$

مثال$_2$: متسعة سعتها $C = 20\ \mu f$ جد رادتها عند ربطها ضمن دائرة ترددها 100Hz؟

الحل/

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi * 100 * 20 * 10^{-6}} = 79.58\ \Omega$$

مثال$_4$: حمل يتألف من مقاومة $R = 100\ \Omega$ وملف $L = 0.3h$ ومتسعه $C = 20\ \mu f$ مربوطة فيما بينها على التوالي، ربطت المجموعه الى طرفي منبع متناوب $V=400\sin 500t$ ، جد معادلة التيار الاني في الحمل وتردده ؟

الحل/

تعطى معادلة التيار الانـي:

$$i = I_{max} \sin(\omega t - \emptyset)$$

من المعادله اعلاه، يجب ايجاد قيم كل من I_{max} و ω و ϕ وتعويضها بالمعادلة.

$$I_{max} = \frac{V_{max}}{Z}$$

من خلال مقارنة المعادلتين ($V= 400 \sin 500t$ و $V = V_{max} \sin\omega t$) نجد ان $V_{max} = 400$ و $\omega = 500$ ، وعليه

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$X_L = \omega L = 500 * 0.3 = 150\,\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{500 * 20 * 10^{-6}} = 100\,\Omega$$

$$\therefore Z = \sqrt{(100)^2 + (150 - 100)^2} = 111.8\,\Omega$$

$$\therefore I_{max} = \frac{V_{max}}{Z} = \frac{400}{111.8} = 3.6\,amp.$$

$$\therefore tan\emptyset = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{50}{100} = 0.5$$

$$\therefore \emptyset = tan^{-1}(0.5) = 26.6^{\circ} = 0.464\,rad$$

$$\therefore i = I_{max}\sin(\omega t - \emptyset) = 3.6\sin(500t - 0.464)$$

وهذه المعادلة تمثل معادلة التيار، ولايجاد تردد التيار f

$$\omega = 2\pi f \quad \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{500}{2\pi} = 79.6\,Hz$$