التيـار المتنـاوب2

Alternative Current

القيمة الانية للقدرة:

كما ذكر في المحاضرات السابقة، إن التيار المتناوب تتغير شدته ووجهته بشكل دوري وفق المعادلة

$$i = I_{max}\sin(\omega t - \emptyset)$$

نستنتج من هذه المعادلة أن معدل التيار الكهربائي المار في موصل خلال اي عدد كامل من الدورات يساوي صفر.

مع ذلك عند مرور تيار متناوب خلال مقاومة فإن هذه المقاومة سوف تسخن، لان القدرة المبذوله في المقاومة تتناسب مع مربع التيار المار خلالها كما انها تساوي شدة التيار مضروبا في فرق الجهد بين طرفي المقاومة

$$P = iV = i^2R$$

نستنتج من المعادلة الاخيره إذا كان التيار ثابت الشدة فالقدرة المبذولة في المقاومة ثابتة المقدار ايضا على فرض عدم حصول اي تغير في قيمة المقاومة.

اما اذا كانت شدة التيار متغيرة مع الزمن كما هو الحال في التيار المتناوب فالقدرة في المعادلة اعلاه تمثل القدرة الانية.

مثال: مقاومة مقدارها $R = 10\ \Omega$ ويمر خلالها تيار كهربائي تتغير شدته وفق المعادلة $i = 0.2t + 4$ ، حيث ان التيار مقاس بالامبير والزمن بالثواني، جد مقدار القدرة عندما $t = 2$ sec. , $t = 0$

$$P = i^2R = (0.2t + 4)^2 * 10$$

$$P = 4^2 * 10 = 160\,watt$$

$$P = (0.2 * 2 + 4)^2 * 10 = 193.6\,watt$$

القدرة في دوائر التيار المتناوب

القدرة المزودة الى حمل مربوط الى دائرة كهربائية تساوي حاصل ضرب فرق الجهد بين طرفي الحمل في التيار المار خلاله

$$P = iV = i^2R$$

في دوائر التيار المتناوب، وجد ان التيار غير ثابت الشدة والفولتية غير ثابتة المقدار وذلك لانهما يتغيران بشكل دوري

$$V = V_{max} sin\omega t$$

$$I = I_{max}\sin(\omega t - \emptyset)$$

$$\therefore P = iV = (V_{max} sin\omega t)(I_{max}\sin(\omega t - \emptyset))$$

معدل القدرة المزودة الى الحمل خلال مدة ذبذبة كاملة T تساوي

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T P dt$$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T [(V_{max} sin\omega t)(I_{max}\sin(\omega t - \emptyset))]dt$$

$$P = \frac{V_{max}I_{max}}{T}\int_0^T [sin\omega t * \sin(\omega t - \emptyset))]dt$$

$$P = \frac{V_{max}I_{max}}{T}\int_0^T [sin\omega t * (sin\omega t cos\emptyset - cos\omega t sin\emptyset)]dt$$

$$P = \frac{V_{max}I_{max}}{T}\int_0^T [cos\emptyset\ sin^2\omega t - sin\omega t\ cos\omega t\ sin\emptyset]dt$$

$$P=\frac{V_{max}I_{max}}{T}\int_0^T\left[\frac{1}{2}(1-cos2\omega t)cos\emptyset-sin\omega t\ cos\omega t\ sin\emptyset\right]dt$$

$$P=\frac{V_{max}I_{max}}{T}\left[\frac{1}{2}cos\emptyset(\int_0^T dt-\int_0^T cos2\omega tdt)-\int_0^T sin\omega t\ cos\omega t\ sin\emptyset dt\right]$$

$$P=\frac{V_{max}I_{max}}{T}\left\{\frac{1}{2}cos\emptyset\left[T-\frac{sin2\omega t}{2\omega}\right]_0^T-\left[sin\emptyset\frac{sin^2\omega t}{2\omega}\right]_0^T\right\}$$

نعوض بحدود التكامل، اي نعوض عن كل t بـــ T

ومن المعلوم ان

$$\omega=2\pi \mathrm{f}=\frac{2\pi}{T}\qquad and\qquad \sin 4\pi=0$$

$$\therefore P=\frac{V_{max}I_{max}}{T}\left[\frac{1}{2}\cos\emptyset(T-0)-0\right]=\frac{V_{max}I_{max}}{2}cos\emptyset$$

$$\therefore P=\frac{V_{max}}{\sqrt{2}}\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}cos\emptyset$$

$$\therefore P=VI\ cos\emptyset$$

وهي معادلة القدرة في دوائر التيار المتناوب.

$\cos\phi$ يسمى عامل القدرة وهو يساوي من المخطط الاتجاهي:

$$cos\emptyset=\frac{R}{Z}$$

ويسمى المقدار $I=\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$ القيمه الفعالة للتيار، والمقدار $V=\frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$ القيمه الفعالة للفولتية.

مثال: فرق الجهد بين طرفي جهاز (حمل) مربوط الى مصدر متناوب يساوي 220 volt ويمر خلاله تيار شدته 0.4 amp. فإذا كانت زاوية الطور $\phi = 23^{\circ}$ جد:

1. القدرة المبذوله في الجهاز.
2. ما كلفة استخدام الجهاز لمدة ثلاث ساعات اذا علمت ان الكيلو واط ساعة في المدينة يكلف عشرة فلوس.

الحل/

$$P = V\ I\ cos\emptyset = 220 * 0.4 * cos23 = 81\ watt$$

الكيلو واط ساعة/ اصطلاح يقصد به كمية الطاقة المزودة خلال ساعة واحدة وبمعدل الف واط .

$$1\ kwh = 1000 \frac{joule}{sec} * 3600\ sec = 3.6 * 10^6\ joule$$

هذا المقدار من الطاقة يكلف عشرة فلوس، والقدرة المجهزه للجهاز:

$$P = 81\ watt = 0.081\ kw$$

وعليه فان الكلفة تساوي

$$0.081 * 10 * 3 = 2.43\ fils$$

مثال: اذا كانت معادلة فرق الجهد بين طرفي حمل والتيار المار خلاله هي:

$V = 320\sin300t$, $i = 12\ \sin(300t - \pi/4)$

جد: 1) القدرة 2) الطاقة المبذوله خلال ثلاث دقائق.

الحل/

$$P = VI\ cos\emptyset$$

$$V_{max} = 320 \qquad \therefore V = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{320}{\sqrt{2}} = 160\sqrt{2}\ volt$$

$$I_{max} = 12 \qquad \therefore I = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}\, amp.$$

$$\therefore P = VI\, cos\emptyset = 160\sqrt{2} * 6\sqrt{2} * cos45 = 960\sqrt{2}\, watt$$

$$W = P * t = 960\sqrt{2} * 3 = 2880\sqrt{2}$$

القيمة الفعالة للتيار المتناوب والفولتية المتناوبة

يمكن تعريف التيار الفعال لتيار متناوب بانه ذلك التيار المستمر الثابت الشدة الذي اذا مر خلال مقاومة لفترة زمنية معينة لولد نفس المقدار من الحرارة التي يولدها التيار المتناوب خلال نفس الفترة الزمنية عند مروره بنفس المقاومة. ان شدة التيار الفعال تعتمد على موقع الفترة الزمنية وليس على طولها فقط.

ان القدرة تبقى ثابتة المقدار اذا ثبتت شدة التيار الكهربائي وبقيت المقاومة ثابتة المقدار ,اما اذا كان التيار متغير الشدة فان القدرة تمثل القدرة الانية.

معدل القدره $\bar{P}$ خلال فترة زمنية محدودة الطول والموقع تعطى بالعلاقة:

$$\bar{P} = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} P\, dt = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} i^2 R\, dt$$

والان لو اردنا ان نستعيض عن هذا التيار المتغير بتيار مستمر ثابت الشدة فكم يجب ان تكون شدته بحيث عند مروره خلال نفس المقاومة لولد نفس القدرة , وبعبارة اخرى ما هو التيار الفعال لهذا التيار المتغير للفترة الزمنية المذكورة بالذات؟

يرمز للتيار الفعال عادة بالرمز I_{eff}

$$\bar{P} = I_{eff}^2\, R = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} i^2 R\, dt$$

$$\therefore I_{eff}^2 = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} i^2\, dt$$

اذا كان التيار المتغير ممثلا بدالة جيب، كما هو الحال في التيارالمتناوب حيث ان:

$$i = I_{max}\ sin\ \omega t$$

فالقدرة لفترة زمنية طولها مدة ذبذبة واحدة $T = t_2 - t_1$

$$\therefore I_{eff}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T (I_{max}\sin wt)^2\ dt$$

$$I_{eff}^2 = \frac{I_{max}^2}{T}\int_0^T \frac{1}{2}(1 - cos2\omega t)dt = \frac{I_{max}^2}{2T}\left|(t - \frac{sin2\omega t}{2\omega})\right|_0^T$$

نعوض بحدود التكامل، اي نعوض عن كل t بـــ T

ومن المعلوم ان

$$\omega = 2\pi \mathrm{f} = \frac{2\pi}{T} \qquad and \qquad \sin 4\pi = 0$$

$$I_{eff}^2 = \frac{I_{max}^2}{2T}[T - 0] = \frac{I_{max}^2}{2} \qquad \therefore I_{rms} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

حيث ان I_{rms} يمثل التيار الفعال للتيار المتناوب وهو الجذر التربيعي لمتوسط مربع التيار، وبنفس الطريقة يمكن ايجاد $V_{rms} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$

وحيث ان rms هي اختصار لـــ (root mean square)

مثال:ربط مقاومة مقدارها $20\ \Omega$ الى طرفي مصدر متناوب $V = 320 \sin 100t$ جد: (1) الفولتية الفعالة بين طرفي المقاومة. (2) التيار الفعال المار في المقاومة.

الحل/

عند مقارنة المعادلتين $V = 320\sin 100t$ و $V = V_{max} \sin\omega t$ نجد ان $V_{max} = 320$ volt

$$V_{rms} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \qquad and \qquad I_{rms} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$V_{rms} = \frac{320}{\sqrt{2}} = 160\sqrt{2}\, volt$$

$$I_{max} = \frac{V_{max}}{Z} = \frac{320}{20} = 16\, amp.$$

$$I_{rms} = \frac{16}{\sqrt{2}}$$

مثال: إذا كانت قراءة أميتر مربوط الى دائرة تيار متناوب هي 6.4 amp. وقراءة فولتميتر هي 12.6 volt فما هي القيمة العظمى لكل من التيار والفولتية؟

$$6.4 = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad I_{max} = 6.4\sqrt{2}\, amp.$$

$$12.6 = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad V_{max} = 12.6\sqrt{2}\, volt$$

مثال: إذا علمت ان الطاقة الكهربائية المزوده للمساكن في العراق تجهز بفولتية مقدارها 220 volt وبتردد مقداره 50 Hz ماهي المعادلة الانية للفولتية؟

الحل/

$$V_{max} = 220\sqrt{2}\, volt$$

$$V = V_{max}\, sin\omega t = V_{max} \sin(2\pi f t)$$

$$V = 220\sqrt{2} \sin(2\pi * 50t)$$

$$V = 220\sqrt{2} \sin(314.16t)$$

مثال: تيار كهربائي تتغير شدته وفق المعادلة (i = t+1) حيث t بالثواني و i بالامبير. جد القيمة الفعالة للتيار خلال الفترة الزمنية الاتية:

1) (t1 = 0 → t2 = 2 sec)

2) (t1 = 2 sec → t2 = 4 sec)

الحل/

$$I_{eff}^2 = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} i^2 dt$$

$$I_{eff}^2 = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (t+1)^2 dt$$

$$I_{eff}^2 = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (t^2 + 2t + 1) dt = \frac{1}{t_2 - t_2} \left[\frac{t^3}{3} + t^2 + t\right]_{t_1}^{t_2}$$

$$I_{rms} = I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \left[\frac{t^3}{3} + t^2 + t\right]_{t_1}^{t_2}}$$

$$I_{rms} = I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \left[\frac{t^3}{3} + t^2 + t\right]_{0}^{2}} = 2.08\ amp.$$

$$I_{rms} = I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \left[\frac{t^3}{3} + t^2 + t\right]_{2}^{4}} = 4.04\ amp.$$