المخطط الاتجاهي لفرق الجهد والرنين

المخطط الاتجاهي لفرق الجهد

فرق الجهد الفعال بين طرفي حمل مربوط الى فولتية متناوبة يساوي ممانعة الحمل مضروبة في التيار المار خلاله.

$$V = IZ$$

كما ذكرنا سابقا ان عناصر الممانعة هي R, X_L, X_C وان الحمل قد يكون مكون من عنصر واح او اكثر من عناصر الممانعة، فإذا فرضنا ان التيار المار في الدائره هو i

$$V_{ab} = iZ = iX_L$$

$$V_{be} = iZ = iR$$

$$V_{ed} = iZ = iX_C$$

$$V_{ae} = iZ = i\sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$V_{bd} = iZ = i\sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$V_{ad} = iZ = i\sqrt{R^2 + X^2} = i\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

مثال/ شدة التيار في الدائرة المبينة تساوي .Amp 4 والتردد 50 Hz ، جد:

1) الفولتية المؤثرة V_{ad} , V_{bd} , V_{ae}
2) أكتب المعادلة الانية لكل من التيار والفولتية؟

الحل/

في هذا المثال، كلمة تيار وردت مجردة، اذن المقصود بها تيار فعال.

اولا: الفولتية المؤثرة هي:

$$V = I_{eff}\, Z$$

$$z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi * 50 * 0.5 = 157\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi * 50 * 10 * 10^{-6}} = 318\ \Omega$$

$$\therefore Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{1000^2 + (157 - 318)^2} = 189.5\ \Omega$$

في هذا المثال، كلمة تيار وردت مجردة، اذن المقصود بها تيار فعال.

$$V = I_{eff}\, Z = 4 * 189.5 = 758\ volt$$

$$V_{ae} = iZ = i\sqrt{R^2 + X_C^2} = 4 * \sqrt{100^2 + 318^2} = 1333\ volt$$

$$V_{bd} = iZ = i\sqrt{R^2 + X_L^2} = 4 * \sqrt{100^2 + 157^2} = 745\ volt$$

$$V_{ad} = iZ = i\sqrt{R^2 + X^2} = 4 * \sqrt{100^2 + (157 - 318)^2} = 758\ volt$$

ثانيا:

الصيغه العامة لمعادلة التيار هي $i = I_{max} \sin(\omega t - \phi)$

$$I_{rms} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad \therefore I_{max} = \sqrt{2}\, I_{eff} = 4\sqrt{2}\, Amp.$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi * 50 = 100\pi$$

$$\tan \emptyset = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{-161}{100} = -1.61$$

$$\therefore \emptyset = tan^{-1}(-1.61) = -58 = -1.01\, rad$$

$$\therefore i = 4\sqrt{2}\sin(100\pi t + 1.01)$$

الصيغه العامة لمعادلة الفولتية هي $V = V_{max} \sin \omega t$

$$V_{rms} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad \therefore V_{max} = \sqrt{2} * V_{eff} = 758\sqrt{2}\, volt$$

$$V = 758\,\sqrt{2}\,\sin(100\pi t)$$

مثال: إذا كانت $V_{max} = 600$ volt ، $\omega = 1000$ rad/sec للمصدر الكهربائي المبين في الشكل، جد:

1) القدرة المبذولة في الدائرة الكهربائية
2) القدرة المبذولة في الحمل المربوط مابين النقطتين a , b

الحل/

$$P = V\ I\ cos\emptyset$$

$$V_{rms} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{600}{\sqrt{2}} = 300\sqrt{2}\ volt$$

$$I_{rms} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \qquad and \qquad I_{max} = \frac{V_{max}}{Z}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(10+30)^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$X_L = \omega L = 1000 * 0.04 = 40\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 * 50 * 10^{-6}} = 20\ \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(10+30)^2 + (40-20)^2} = 20\sqrt{5}\ \Omega$$

$$I_{max} = \frac{V_{max}}{Z} = \frac{600}{20\sqrt{5}} = \frac{30}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore I_{rms} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{30}{\sqrt{2} * \sqrt{5}} = 30\sqrt{10}\ Amp.$$

يمكن ايجاد قيمة $\cos \phi$ من العلاقة

$$\cos \emptyset = \frac{R}{Z} = \frac{40}{20\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore P = V\ I\ cos\emptyset = 300\sqrt{2} * 3\sqrt{10} * \frac{2}{\sqrt{5}} = 3600\ watt$$

$$Z_{ab} = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50\ \Omega$$

$$V_{ab} = IZ_{ab} = 3\sqrt{10} * 50 = 150\sqrt{10}\ volt$$

يمكن ايجاد قيمة $\cos \phi$ من العلاقة

$$cos\emptyset = \frac{R}{Z} = \frac{30}{50} = 0.6$$

$$P_{ab} = V\ I\ cos\emptyset = 150\sqrt{10} * 3\sqrt{10} * 0.6 = 2700\ watt$$

الرنين:

اولا: في حالة ربط عناصر الحمل C , L , R على التوالي، يكون التيار المار في هذه الدائرة والذي تم الحصول عليه سابقا وهي:

$$i = \frac{V_{max}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{V_{max}}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{V_{max}}{\sqrt{R^2 + (2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C})^2}}$$

لابد من وجود تردد تكون فيه قيمة الراده الحثيه مساوي الى قيمة الرادة السعويه وان هذا التردد التي تتساوى فيه الراده الحثيه والسعويه يسمى تردد الرنين f_o اي ان:

$$X_L = X_C$$

عندها تبلغ الممانعة Z نهايتها الصغرى حيث تكون Z = R ويبلغ التيار انذاك نهايته العظمى حيث يكون

$$i = \frac{V_{max}}{Z} = \frac{V_{max}}{R}$$

ويمكن إيجاد قيمة تردد الرنين f_o من مساواة الراده الحثية والراده السعوية

$$X_L = X_C \qquad \rightarrow \quad 2\pi f_o L = \frac{1}{2\pi f_o C}$$

$$f_o = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$$

ثانيا: في الدوائر التي فيها عناصر الحمل R , L , C مربوطة على التوازي لابد من تردد يكون فيه IL = IC عندها تصبح شدة التيار الرئيسي في نهايته الصغرى

$$I_L = \frac{V}{X_L} \qquad and \qquad I_C = \frac{V}{X_C}$$

$$I_L = I_C \qquad , \qquad \frac{V}{X_L} = \frac{V}{X_C}$$

$$X_L = X_C \qquad \rightarrow \qquad 2\pi f_o L = \frac{1}{2\pi f_o C}$$

$$\therefore f_o = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$$