University of Anbar جامعة الانبار

اسم الكلية : كلية العلوم- قسم الفيزياء

اسم المحاضر: د. خالد روكان فليح الزوبعي

المرحلة: المرحلة الاولى رياضيات

اسم المادة انكليزي: General Physics

اسم المادة عربي: فيزياء عامة

عنوان المحاضرة انكليزي : Motion in 2D

عنوان المحاضرة العربي: الحركة ثنائية الأبعاد

المصدر

Physics for scientists and engineer
by
Serway

الحركة ثنائية الأبعاد مع تسارع منتظم (ثابت)

Motion in 2D with Uniform (Constant) Acceleration

في المحاضرات السابقة ، وجدنا أن حركة الجسيم على طول خط مستقيم مثل المحور x معروفة تمامًا إذا كان موضعه معروفًا بدالة الوقت. دعونا الآن نوسع هذه الفكرة لتشمل الحركة ثنائية الأبعاد لجسيم في المستوى xy.

من أجل دراسة الحركة في بعدين ، نحتاج إلى استخدام مفاهيم المتجهات. يتم تحديد الموضع والسرعة والتسارع(التعجيل) في بعدين ليس فقط من خلال تحديد مقدارها ، ولكن أيضًا اتجاهها.

متجه الإزاحة في الحركة ثنائية الأبعاد D2 يفترض أن مقدارو اتجاه التسارع يبقى دون تغيير أثناء الحركة.

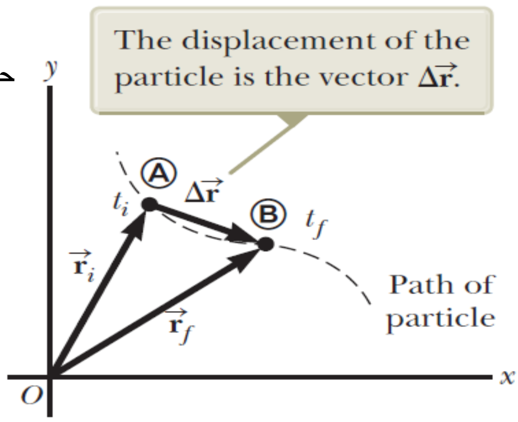
متجه الموضع لجسيم يتحرك في بعدين

The Displacement Vector in 2D

متجه الموقع لجسيم يتحرك في بعدين (المستوى xy) يمكن كتابتها كـ

$\boldsymbol{r} = xi + y\mathrm{j}$

حيث تتغير x و y و r بمرور الوقت بينما يتحرك الجسيم.



متجه الإزاحة $\Delta\boldsymbol{r}$ لجسيم:

$\Delta\boldsymbol{r} = ri - r\mathrm{j}$

يتحرك جسم على مسار منحني في البعدين

يحدد المتجه ri عند الزمن $_1$t يحدد المتجه $r\mathrm{j}$ عند الزمن $_2$t

وتكون الازاحة ممثلة بالمتجه $\Delta\boldsymbol{r}$

متجه السرعة لجسيم يتحرك في بعدين The Velocity Vector in 2D

يكون متجه السرعة اللحظية $\boldsymbol{v}$ للجسيم مماسًا للمسار عند موضع الجسيم. باستخدام نتيجة الإزاحة ، يمكننا إيجاد السرعة للجسم بين فترات زمنية.

يتم إعطاء سرعة الجسيم كدالة للوقت بواسطة

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{dx}{dt}i + \frac{dy}{dt}j$$

$$v = v_x i + v_y \mathrm{j}$$

نحدد متوسط السرعة $\boldsymbol{v_{ave}}$ لجسيم خلال الفترة الزمنية Δt مثل إزاحة الجسيم مقسومًا على الفترة الزمنية:

$$v_{ave} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{\text{total displacement}}{time} = \frac{r_f - r_i}{t_f - t_i} = \frac{r_f - r_0}{t_f - t_0}$$

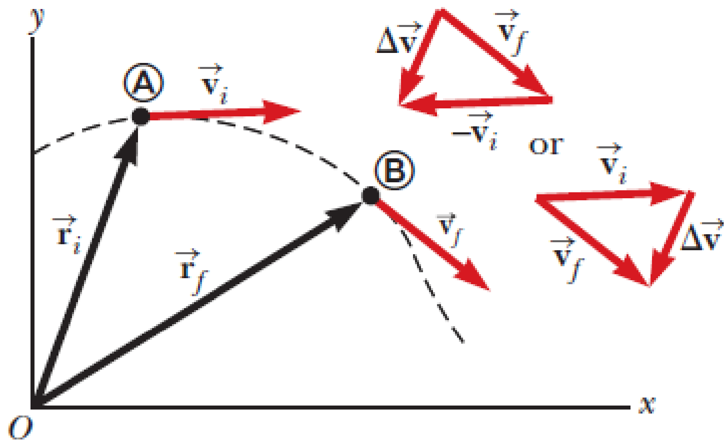
لأن الإزاحة كمية متجهة والفاصل الزمني هوالكمية العددية الموجبة ، نستنتج أن متوسط السرعة عبارة عن كمية متجهة موجهة على طول $\Delta\boldsymbol{r}$

ملاحظة :بشكل عام ، من المفترض أن تكون الشروط الأولية عند النقطة "0". سنستخدم هذا الترميز للشرط الأولي بعد تلك النقطة. كما هو الحال مع التعريف أحادي البعد ، فإن متوسط السرعة مستقل عن المسار بين نقاط النهاية.

متجه التسارع في D2 بعدين The Acceleration Vector in 2D

عندما يتحرك الجسيم من نقطة إلى أخرى على طول مسار ما ، يتغير متجه السرعة اللحظية من $\boldsymbol{vi}$ في الوقت ti إلى $\boldsymbol{vf}$ في الوقت tf. تتيح لنا معرفة السرعة عند هذه النقاط تحديد متوسط تسارع الجسيم.

إي انه التغير في السرعة على مدى التغيير في الزمن:



يُعرَّف متوسط تسارع الجسيم بأنه التغيير في متجه السرعة اللحظية $\Delta\boldsymbol{v}$ مقسومًا على الفترة الزمنية t التي يحدث خلالها هذا التغيير:

$$\vec{a}_{ave} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i}$$

يتم إعطاء تسارع الجسيم كدالة للوقت:

$$\vec{a} = \frac{\overrightarrow{dv}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}i + \frac{dv_y}{dt}j$$

ملاحظة:

اتجاه العجلة في اتجاه المتجه v ،

كما اتبعنا من قبل ، يتم حساب التسارع اللحظي بأخذ فترات زمنية أقصر وأقصر $t\Delta\rightarrow 0$

يمكن للجسيم أن يتسارع بطرق مختلفة:

1. يمكن أن يتغير مقدار السرعة v بمرور الوقت ، بينما يظل اتجاه الحركة كما هو.

2. مقدار السرعة v ، | v | ، يمكن أن تظل ثابتة ، بينما يتغير اتجاه الحركة. هذا يحدث فقط في أكثر من بعد واحد.

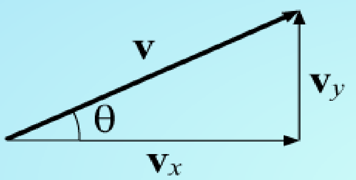
3. كلاهما مقدار السرعة | v | و اتجاها v يمكن أن يتغيرا.

الكينماتيكا ثنائية الأبعاد الحركية تشبه الحركة في البعد الواحد ، ولكن يجب علينا الآن استخدام رموز المتجه الكامل بدلاً من الإشارات الموجبة والسالبة للإشارة إلى اتجاه الحركة.

الحركة في بعد واحد	**الحركة في بعدين**
الموضع: x	**متجه الموضع**: r
الازاحة: Δx	**متجه الإزاحة**: Δ r
السرعة: الإزاحة لكل وحدة زمنية. يساوي علامة الإزاحة Δ x	**متجه السرعة**: التغيير في متجه الموضع لكل وحدة زمنية. الاتجاه يساوي اتجاه متجه الإزاحة Δ r
التسارع: تغير في السرعة Δ v لكل وحدة زمنية. الإشارة مساوية لعلامة فرق السرعة الΔ v.	**متجه التسارع:** التغيير في متجه السرعة لكل وحدة زمنية, الاتجاه يساوي اتجاه فرق متجه السرعة Δ v

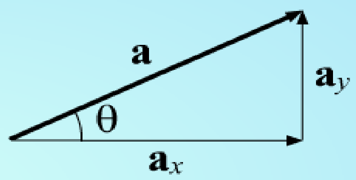
يمكن نمذجة الحركة ذات البعدين على أنها ذات بعدين مستقلين حركات في كل من الاتجاهين المتعامدين المرتبطين بـمحوري x و y. أي أن أي تأثير في الاتجاه y لا يحدث تؤثر على الحركة في الاتجاه x والعكس صحيح.

Velocity in Two Dimensions



$$v_x = v \cos\theta$$
$$v_y = v \sin\theta$$
$$|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$
$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$

Acceleration in Two Dimensions



$$a_x = a \cos\theta$$
$$a_y = a \sin\theta$$
$$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$
$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$$

عندما تكون العجلة ثابتة يمكننا التعويض

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad\qquad v_y = v_{0y} + a_y t$$

In $$\vec{v} = v_x i + a_y j$$

نحصل $$v = (v_{0x} + a_x t)i + (v_{0y} + a_y t)\mathrm{j}$$

$$v = (v_{0x} i + v_{0y} j) + (a_x i + a_y j)\mathrm{t}$$

$$v = v_0 + at$$

من المعادلة نستنتج أن سرعة جسم عند زمن محدد t يساوى الجمع الاتجاهى للسرعة الابتدائية والسرعة الناتجة من العجلة المنتظمة.

المعادلات الحركية مع التسارع المستمر

نظرًا لأن جسيمنا يتحرك في بعدين x و y بتسارع ثابت لذلك :

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

but

$\boldsymbol{r} = xi - y\mathrm{j}$

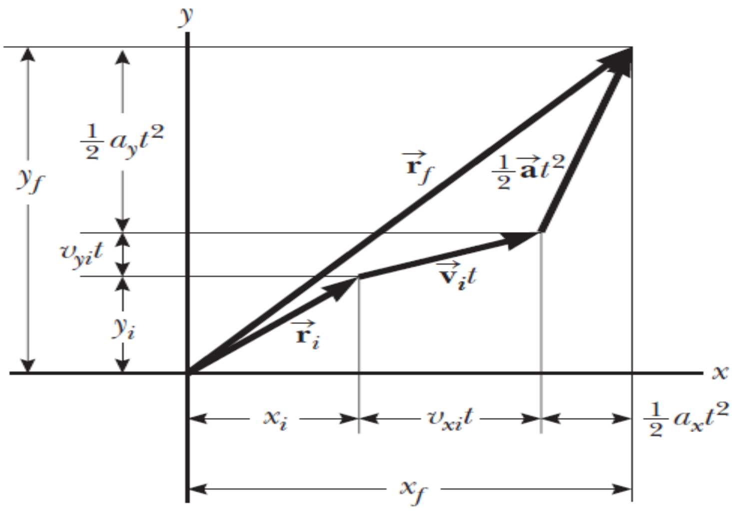
$$r = \left(x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2\right) i + \left(y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2\right) j$$

$$r = (x_0 i + y_0 j) + (v_{0x} i + v_{0y} j)\mathrm{t} + \frac{1}{2}(a_x i + a_y j) t^2$$

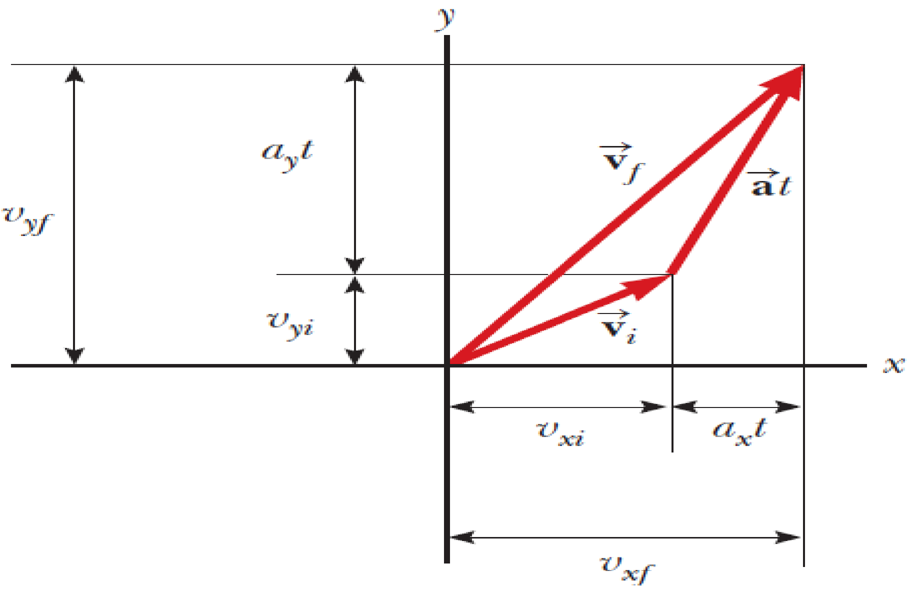
$$r = r_0 + v_0 + \frac{1}{2} a t^2$$

من المعادلة نستنتج أن متجه الإزاحة $r\text{-}r_0$ هو عبارة عن الجموع الإتجاهى لمتجه الإزاحة الناتج عن السرعة الابتدائية $v_0 t$ والإزاحة الناتجة عن العجلة المنتظمة ½ at^2

تمثيلات المتجهات ومكونات السرعة وموضع جسيم يتحرك بعجلة ثابتة $\boldsymbol{a}$



$$r = r_0 + v_0 + \frac{1}{2}at^2$$



$$v = v_0 + at$$

One Dimension

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad v = v_0 + at$$

Two Dimensions

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2 \qquad \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} t$$

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \qquad v_x = v_{0x} + a_x t$$

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \qquad v_y = v_{0y} + a_y t$$

مثال

تقذف كرة أفقيًا بسرعة فو مقدارها 5 م / ث. أوجد موضعه وسرعته بعد 0.25 ثانية

الحل الزاوية الابتدائية هي 0. وبالتالي فإن عنصر السرعة الرأسية الأولي هو 0.

عنصر السرعة الأفقية يساوي السرعة الابتدائية وهو ثابت.

$x = v_0\, t = 5 \times 0.25 = 1.25$ m

$y = -\ 1/2\ g\ t^2 = -0.306$ m

يتم إعطاء مسافة المقذوف بواسطة $r=)^2y+{}^2x\ )^{½}=$ m1.29

مركبات السرعة هي :

$V_x = v_o = 5$m/s

$V_y = -gt = -2.45$m/s

يتم إعطاءمحصلة السرعة الناتجة بواسطة

$V=(v_x{}^2+v_y{}^2)^{½}$ $\qquad$ $V=[(5)^2+(-2.45)^2]^{½}$

The angle θ is given by $\theta=\tan^{-1}(-2.45/5)$

$\theta=26.1°$

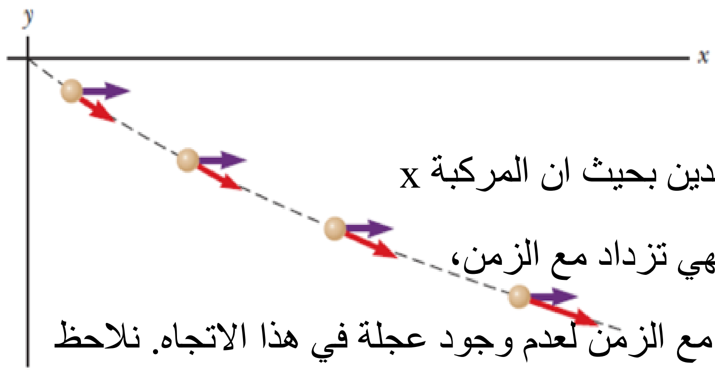
مثال يتحرك الجسيم في المستوى xy ، بدءًا من الأصل عند الزمن t = 0 بسرعة ابتدائيةعلى المركبة x بمقدار 20 m /s و على المركبة y بسرعة ‎-15 m /s الجسيم يواجه تسارعًا في الاتجاه x ، معطى $a = 4.0\ m/s^2$

(أ) حدد متجه السرعة الإجمالية في أي وقت.

(ب) احسب مقدارو سرعة الجسيم عند t = 5.0 s

والزاوية التي يصنعها متجه السرعة مع المحور x.

الحل



نلاحظ من مركبات السرعة

الابتدائية ان الجسم يتحرك في بعدين بحيث ان المركبة x للسرعة تتأثر بعجلة ثابتة ولذلك فهي تزداد مع الزمن، في حين ان المركبة y تبقى ثابتة مع الزمن لعدم وجود عجلة في هذا الاتجاه. نلاحظ من الشكل الموضح ان متجه السرعة يزداد مع الزمن.

$v_{xi} = 20$ m/s, $v_{yi} = -15$ m/s, $a_x = 4.0$ m/s^2, and $a_y = 0$.

$$\boldsymbol{v = vo + at}$$
$$\boldsymbol{v = vxo + axt\ i + vyo + ayt\ j}$$
$$\boldsymbol{v = 20 + 4.0t\ i + -15 + 0t\ j}$$
$$\boldsymbol{v = 20 + 4.0t\ i - 15j}$$

لاحظ أن مركبة السرعة x يزيد بمرور الوقت بينما مركبة السرعة على y يبقى ثابتا.

لايجاد متجه سرعة الجسم بعد مرور 5 ثواني نعوض في المعادلة:

$$\boldsymbol{v = 20 + 4.0t\ i - 15j}$$

$$\boldsymbol{v = 20 + 4.0 \times 5.0\ i - 15j = (40i - 15j)\ m/s}$$

لايجاد مقدار واتجاه سرعة الجسم بعد مرور 5 ثواني:

$\boldsymbol{|V| = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2}}$

$V=[(40)^2+(-15)^2]^{½} = 43m/s$

The angle θ is given by $\theta=\tan^{-1}(-15/40)$

$\Theta = -21°$

تشير العلامة السالبة للزاوية θ إلى أن متجه السرعة موجه بزاوية 21 درجة تحت المحور x الموجب.

واجب

1. عند t = 0 ، يتحرك جسيم في المستوى xy مع تسارع ثابت لها سرعة vo = 3i - 2j في الأصل. عند t = 3s ، تكون سرعته v = 9i + 7j.

أوجد (أ) عجلة الجسيم و (ب) إحداثياته في أي الوقت.

2. يختلف متجه موقع الجسيمات بمرور الوقت وفقًا لـ التعبيرات r = (3i-6t2j) m. (أ) أوجد تعبيرات عن السرعة و التسارع كدالة للوقت. (ب) حدد الموضع والسرعة عند t = 1s.