$$\frac{Rch}{n^2} = \frac{1}{2(4\pi\varepsilon_o)^{2/3}}(e^4 m\omega^2)^{1/3}$$

$$= \frac{1}{2(4\pi\varepsilon_o)^{2/3}}\left[e^4 m\left(\frac{2\pi 2Rc}{n^3}\right)^2\right]^{1/3} \qquad (11)$$

وبحل هذه العلاقة يمكن حساب قيمة الثابت R فنجد

$$R = \frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 ch^3} \qquad (12)$$

وتعطي هذه العلاقة قيمة ثابت رايدبرغ حسب نموذج بور . وبالتعويض عن قيم الثوابت نحصل على القيمة العددية لثابت رايدبرغ والتي سنرمز لها بالرمز R_∞ (وذلك لأننا افترضنا حتى الآن أن نواة الذرة ساكنة وأن كتلتها لانهائية– ولكن سنرى فيما بعد أن قيمة هذا الثابت تختلف قليلا عن هذه القيمة عندما نأخذ حركة النواة في الحسبان)

$$R_\infty = 109737.32 \ \ cm^{-1} \qquad (13)$$

R= 109721.3 cm^{-1} (2)

وهذه القيمة قريبة جدا من القيمة التجريبية معادلة (2)، ويعد هذا الاتفاق نجاحا هاما لنموذج بور.

وباستخدام العلاقة (12) في علاقة الطاقة (8) نحصل على علاقة الطاقة حسب نموذج بور

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 h^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_o^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} \qquad (14)$$

وتعتمد هذه العلاقة كما هو واضح على العدد n الذي ياخد القيم 1،2،3،... . وحيث أن تأخذ قيما محددة فإن طاقة الإلكترون حول الذرة يجب أن تكون مكماة. ويسمى العدد n : العدد الكمي الرئيس ويناظر العدد n الذي يظهر في علاقة رايدبرغ ،ويرمز إلى مستوى الطاقة الذي يشغله الإلكترون في مداره حول الذرة.

أما نصف قطر المدار فمكن حسابه من العلاقتين (4) و(8) واستخدام العلاقة (12) لثابت رايدبرغ فنجد

$$\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_o r} = \frac{ch}{n^2}R$$

$$= \frac{ch}{n^2}\frac{me^4}{8\varepsilon_o^2 ch^3} \qquad (15)$$

$$r = r_n$$

$$= \frac{n^2 h^2 \varepsilon_o}{\pi me^2} = n^2\frac{4\pi\varepsilon_o\hbar^2}{me^2} \qquad (16)$$

وهذه هي أنصاف أقطار المدارات المسموحة للإلكترون حول الذرة. وحيث أن المدارات محددة فإن العدد لابد أن يكون عددا صحيحا موجبا. ويسمى العدد الكمي الرئيس ويأخذ القيم n=1,2,.. . علاوة على ذلك فإن السرعة المدارية υ للإلكترون في المدار لابد أن تكون مكماة. فمن العلاقة (3) والعلاقة (14) نجد أن

$$\upsilon_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o\hbar}\frac{1}{n} \qquad (17)$$

ومن العلاقتين (16) و(17) يمكن إثبات أن كمية الحركة الزاوية للإلكترون أيضا مكماة . من تعريف كمية الحركة الزاوية L لإلكترون يدور في المدار r_n بسرعته مدارية υ_n حول النواة

$$L = m\upsilon_n r_n \qquad (18)$$.

وبالتعويض من (16) و(17) نحصل على

$$L = m\upsilon_n r_n = n\hbar \qquad (19)$$

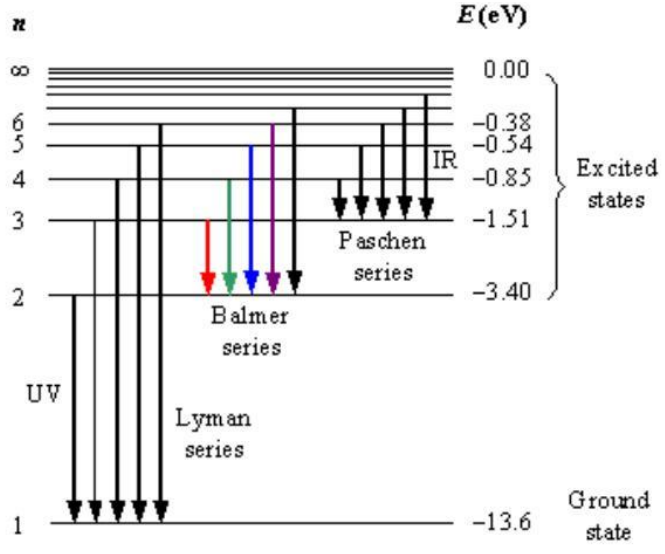
وهذا يعني أيضا أن كمية الحركة الزاوية مثل السرعة ونصف القطر مكماة. ومما يجدر ذكره هنا أن شرط تكميم كمية الحركة الزاوية يؤخذ أحيانا على أنه فرضية بور الثالثة وهذا غير صحيح لأن شرط التكميم في المعادلة (19) يمكن استنتاجه كما رأينا دون الحاجة إلى افتراضه كما هو الحال في الفرضيات الثلاث الأخرى.

تشكل الفرضيات الثلاث السابقة أساس نموذج بور . وكما رأينا فحسب هذا النموذج فإن التصور التقليدي لنصف قطر مدار الإلكترون ألغي واستبدل بالمفهوم الكمي الوارد في العلاقة (16) . كما أن هذا النموذج لا يذكر أي شيء عن حركة (أوسلوك) الإلكترون كدالة في الزمن ، كل ما يستطيع وصفه هذا النموذج هو الحالة المستقرة الابتدائية والنهائية للإلكترون ولكن ماذا يحدث بينهما لايمكن معرفته في هذا النموذج.

ورغم ذلك فقد نجح هذا النموذج كما رأينا في إيجاد الأساس النظري لثابت رايدبرغ وحساب قيمته التي تتفق بشكل كبير مع القيمة التجريبية.كما يمكن باستخدام الفرضيات السابقة حساب الأطياف الذرية والسلاسل الطيفية المعروفة باستخدام علاقة الطاقة (14) وفرضية بور الثانية فنجد أن الطول الموجي للشعاع المنبعث عند انتقال الإلكترون بين المستويين n و $n`$ هو :

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{c}{h}(E_n - E_{n'}) = \frac{me^4}{64\pi^3\varepsilon_o^2 c\hbar^3}\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (20)$$

وباستخدام قيم n و $n`$ المناسبة نحصل على السلاسل الطيفية المعروفة الموضحة في الشكل (2-4).



Energy levels of the hydrogen atom with some of the transitions between them that give rise to the spectral lines indicated.

4 – قصور في نموذج بور

وجدنا أن نموذج بور حقق نجاحا في تفسير السلاسل الطيفية وفي حساب ثابت راديبرغ وفي حل المشاكل التي عجز عنها نموذج رذرفورد. علاوة على ذلك فقد بينت التجارب صحة توقعات نموذج بور فيما يتعلق بمستويات الطاقة المكممة . ومع هذا النجاح إلا أن هناك أمورا لم يستطع هذا النموذج مناقشتها أو التعرض لها وتشكل في مجملها قصورا في هذا النموذج يدعو إلى البحث عن تطوير أو استحداث نماذج أخرى. ومن مظاهر القصور في نموذج بور مايلي:

1- لايمكن تعميم هذا النموذج في معالجة الذرات الأخرى التي تحتوي على أكثر من إلكترون إذ لا يوجد في هذا النموذج طريقة لمعالجة الذرات متعددة الإلكترونات ، ويحتوي الجدول الدوري على عناصر جميع ذراتها –باستثناء الهيدروجين – متعددة الإلكترونات وبالتالي لا يمكن فهم الجدول الدوري للعناصر باستخدام هذا النموذج .

2- لايوجد تفسير لاشتراط المدارات الدائرية . لم لا تكون قطع ناقصية مثل المجموعة الشمسية ؟ . وقد أمكن التغلب على هذا القصور بواسطة نظرية بور سمرفيلد للمدارات الناقصية.

3- عند الحديث عن حركة الإلكترونات والإشعاع فإن هذا النموذج لا يتعرض لحركة أو سلوك الإلكترون مع التغير في الزمن .

إذ كل ما يهم في هذا النموذج هو الحالة الابتدائية والنهائية للإلكترون حول الذرة أما ماذا يحدث بين ذلك فلا يمكن معرفته من هذا النموذج.

4- لاتوجد طريقة حسب النموذج لحساب كيفية إشعاع الذرات عندما تنتقل بين المستويات المختلفة.

كل تلك الأمور شكلت صعوبات في نموذج بور ، وللتغلب عليها فقد اقترح شرودنجر نظرية جديدة في ذلك الوقت هي نظرية الكم التي تعتمد على مفاهيم ميكانيكا الكم والتي استطاعت معالجة كثير من تلك الصعوبات في نموذج بور والتي نناقشها في الفصول القادمة .