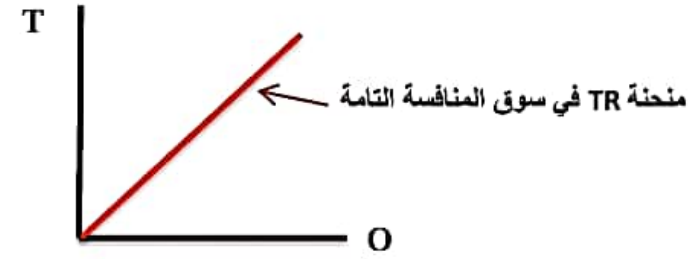
الايرادات (Revenue)

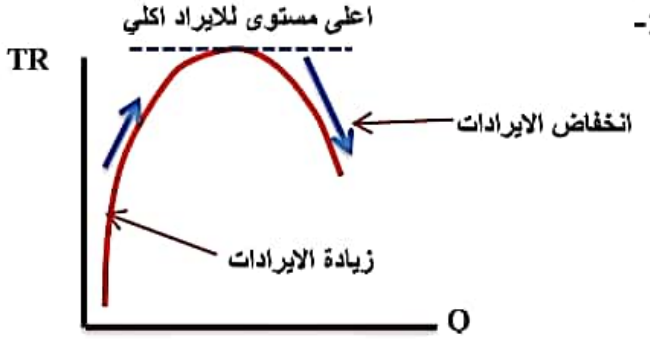
الايراد الكلي (TR) Total Revenue

هو اجمالي قيمة ما يحصل عليه المشروع نتيجة لبيعه كمية معينة من السلع المنتجة . $TR = P * Q$ حيث ان **P** تمثل السعر **Q** تمثل كمية المبيعات **TR** الايراد الكلي .ويأخذ شكل (**TR**) حرف (□) حيث ان الايراد الكلي يتزايد اولاً ثم يأخذ بالانخفاض والسبب يعود الى تزايد (**TR**) في المرحلة الاولى للإنتاج بسبب تزايد الغلة وانخفاض التكاليف في نفس الوقت ، اما انخفاض الايراد الكلي (**TR**) بعد ذلك يعود الى التناقص المطلق للإنتاج (مرحلة تناقص المطلق للإنتاج) وتزايد التكاليف في هذه المرحلة . وهنا يجب ان نميز بين سوقيين هما (سوق المنافسة التامة وسوق المنافسة غير تامة) .

أ- سوق المنافسة التامة (1- السعر واحد (ثابت) 2- ان شكل منحني TR يأخذ شكل مستقيم ويمكن توضيحه من خلال الشكل الاتي :-



ب- سوق المنافسة غير تامة (1- السعر متغير (غير ثابت) 2- كلما زادت المبيعات ينخفض السعر ولذلك يأخذ منحني **TR** شكل حرف (□) كما في الشكل الاتي :-



نلاحظ ان (**TR**) يأخذ بالزيادة فقط مع الاستمرار بالإنتاج و المبيعات في سوق المنافسة التامة وهذا يعود الى ان السعر ثابت لا يتغير لذا كلما زاد الانتاج والمبيعات تزداد الايرادات الكلية **TR=P.Q**

1- الايراد المتوسط Average Revenue (AR):- وهو ايراد الوحدة المباعة الاخيرة ونحصل عليه من خلال قسمة الايراد الكلي على عدد الوحدات المنتجة . $\mathbf{AR = \frac{TR}{Q}}$

والايراد المتوسط دائماً يساوي السعر في سوقي المنافسة التامة والغير تامة $\mathbf{AR = P}$

2- الايراد الحدي Margined Revenue (MR)

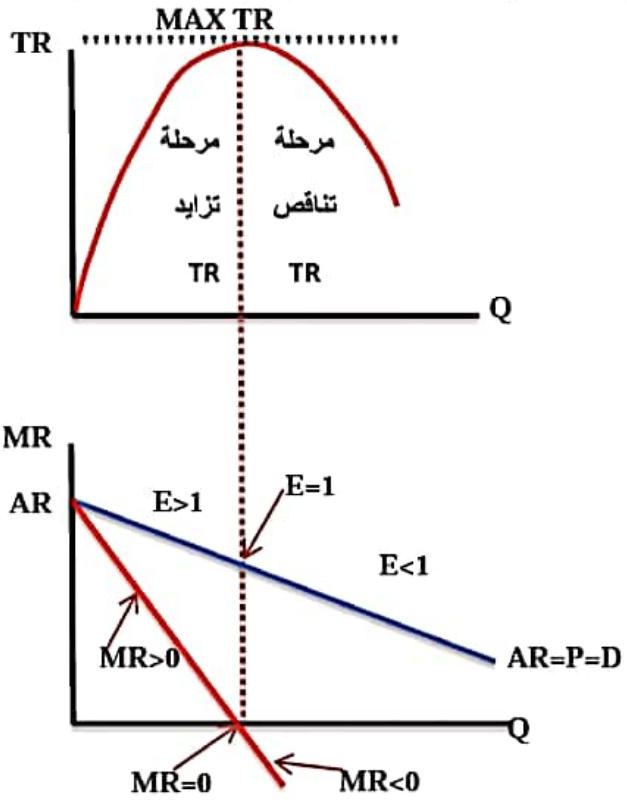
وهو ايراد الوحدة المباعة الاخيرة ونحصل عليها من خلال قسمة التغير في الايراد الكلي على التغير في الوحدة المنتجة (المتاحة)

$$\mathbf{MR = \frac{\Delta TR}{\Delta Q} = \frac{dTR}{dQ}}$$

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

العلاقة بين الايراد الكلي (TR) والايراد المتوسط (AR) والايراد الحدى (MR)

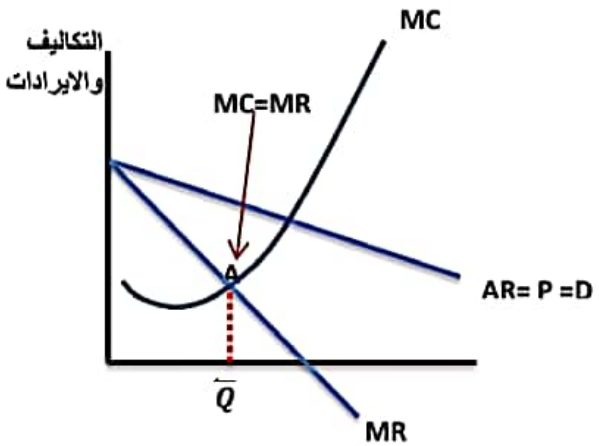
عند زيادة الايراد الكلي (TR) يقابله انخفاض (MR) ولكن بموجب **0** <MR وعند وصول (TR) الى اعلى مستوى له عند مستوى (**Max**) يكون الايراد الحدي (MR) قد اصبحت قيمة **0** = MR يقابله الايراد الحدي عند مستوى ادنى من الصفر **0** > MR اي يصبح الايراد الحدي بالسالب كما موضح في الشكل البياني الاتي .

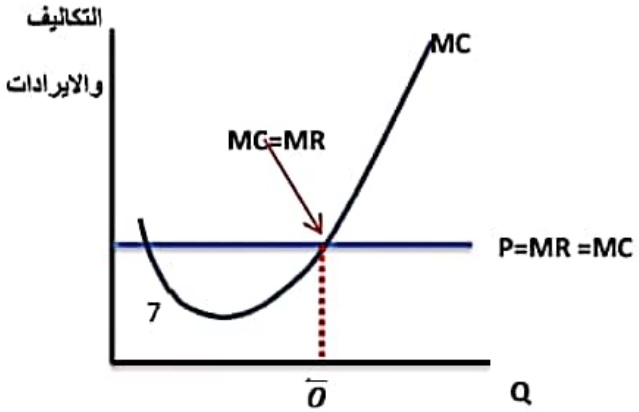


تعظيم الربح Profit Maximization

يعرف بانه الزيادة في الايراد الكلي (TR) على التكاليف الكلية (TC)ومعادلته كلاتي : $\pi = RT - TC$

وتكون الدالة اعلاه في حدها الاقصى (نهايتها العظمى) عندما تكون مشتقة الدالة الخاصة بالربح تساوي صفرا و (المشتقة الثانية تكون بالسالب) ، ففي الامد القصير يتم تعظيم الربح من خلال الانتاج عندما يكون الايراد الحدي يساوي التكاليف الحدية $MC = MR$ ، لأنه اذا كان الايراد الحدي اكبر من التكلفة الحدية من مصلحة المنتج ان يزيد انتاجه لان الايراد الكلي يكون في حالة ارتفاع بينما اذا كان الايراد الحدي اقل من التكلفة الحدية فانه من مصلحة المنتج تخفيض الانتاج لان الايراد الكلي في انخفاض . ويمكن ملاحظة ذلك من خلال الشكل البياني الاتي ، حيث يتوقف المنتج عندما يتساوى $MC = MR$ حيث بعد هذه المرحلة تصبح التكاليف الحدية MC اكبر من الايراد الحدي MR وهذا يخالف هدف المنتج حول تعظيم الربح .





ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

- **في سوق المنافسة التامة :-** 1- السعر نفسه الايراد الحدي وهو نفسه الايراد المتوسط

P=MR=AR=D

- **في سوق المنافسة غير التامة (الاحتكار) :-** 1- السعر متغير وهو ليس**MR** ولكنة هو نفسه **AR** اي ان **P = AR =D**

P ≠MR -

- الكلفة الحدية (MC) هي المشتقة الاولى للتكلفة الكلية اي ان $MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{dTC}{dQ}$
- الايراد الحدي (MR) هو المشتقة الاولى للإيراد الحدي $MR = \frac{\Delta TR}{\Delta Q} = \frac{dTR}{dQ}$

<u>امثلة متنوعة</u>

1- اوجد حجم الانتاج الذي يكون فيه الربح اعظم ما يمكن اذا كانت دالة التكلفة الكلية (Tc) ودالة الايراد الكلي (TR) هما كالاتي $TR = 260Q - 3Q^2, TC = 500 + 20Q$

2- اوجد حجم الانتاج الامثل لمنتج معين اذا كانت دالتي الايراد الكلي والتكلفة الكلية كلاتي :

$$TR = 30Q - Q^2 \ , TC = 20 + 4Q$$

3- اذا علمت ان التكلفة المتغيرة التي يتحملها المنتج من اجل انتاج سلعة معينة كانت وفق الصيغة الرياضية الاتية . $VC = Q^3 - 10Q^2 + 50Q$ ويتحمل المنتج تكاليف ثابتة تساوي 72 وحدة نقدية .

المطلوب : أ- جد الدوال الاتية (التكلفة الكلية، التكلفة الحدية، التكلفة المتوسطة ، متوسط التكلفة المتغيرة)

ت- قدر ومثل بيانيا النتائج من خلال الاعداد من (0 – 9)

ث- ماهي الوحدة المنتجة من السلعة.

4- اذا كانت دالة التكاليف $TC = 15 + 3Q^2 + Q$

المطلوب : أ- ايجاد متوسط التكاليف الثابتة والمتغيرة والكلية

ب- انحدار كل من المتوسطات الثلاثة اذا علمت ان Q=10

5- اذا كانت دالة التكاليف الكلية لمشروع ينتج السمنت كالاتي $TC = 258 - 24.2Q + 11Q^2$

$MR = 115$

المطلوب// 1- اوجد احسن مستوى للإنتاج وحجم الناتج الامثل

6- اذا كانت دالة السعر الكلية في احدى المنشآت الصناعية P=41-2Q

وكانت دالة التكاليف الكلية $TC = 9 + 5Q + \frac{1}{4}Q^2$

جد :

1- مستوى الانتاج الامثل الذي يعظم الربح

2- حجم الانتاج الامثل

3- حجم الناتج عند نقطة التعادل .

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

4- حجم الناتج الذي يعظم الايراد الكلي

الحل // حل السؤال الاول

$$\pi = TR - TC$$

$$\pi = 260Q - 3Q^2 - (500 + 20Q)$$

$$\frac{d\pi}{dQ} = (-3Q^2 + 240Q - 500) = 0$$

$$= -6Q + 240 = 0$$

بهذا يكون حجم الانتاج الامثل هو $Q = 40$

7- حل السؤال الثاني

$$\pi = TR - TC$$
$$= 30Q - Q^2 - (20 + 4Q)$$
$$= 30Q - Q^2 - 20 - 4Q = 0$$
$$\frac{d\pi}{dQ} = -Q^2 + 26Q - 20 = 0$$
$$= 2Q + 26$$
$$Q = 13$$

3-حل السؤال الثالث المطلب الاول

أ- التكلفة الكلية $TC = VC + FC$

$$= Q^3 - 10Q^2 + 50Q + 72$$

ب- التكلفة الحدية $MC = \frac{dTC}{dQ} = 3Q^2 - 20Q + 50$

ت- متوسط التكلفة الكلية $ATC = \frac{TC}{Q} = Q^2 - 10Q + 50 + \frac{72}{Q}$

ث- متوسط التكلفة المتغيرة $AVC = \frac{VC}{Q} = Q^2 - 10Q + 50$

- المطلب الثاني نقدر النتائج من اجل حجم الانتاج بالتعويض في معادلة TC

MC	ATC	AVC	TC	VC	FC	Q
-	-	-	72	0	72	0
33	113	41	113	41	72	1
22	70	34	140	68	72	2
17	53	29	159	87	72	3
18	44	26	176	104	72	4
25	39.4	25	197	125	72	5
38	38	26	228	156	72	6
57	39.4	29	275	203	72	7
82	43	34	344	272	72	8
113	49	41	441	369	72	9

سوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملاحظة: تم استخراج البيانات بالاعتماد على الاعداد الطبيعية المحصورة بين (9-0) الخاصة بالتكاليف

حل السؤال الرابع:أ-1- متوسط التكاليف الثابتة $AFC = \frac{a}{Q} = \frac{15}{10} = 1.5$

متوسط التكلفة المتغيرة $AVC = \frac{VC}{Q} = \frac{3Q^2+Q}{Q} = \frac{3(10)^2+10}{10} = 30$

متوسط التكلفة الكلية $ATC = \frac{a}{Q} + \frac{VC}{Q}$

$$ATC = \frac{15}{10} + \frac{3(10)^2 + 10}{10} = 31.5$$

ب- انحدار المتوسطات

1- متوسط التكاليف الثابتة $\frac{d(AFC)}{dQ} = \frac{-a}{Q^2} = \frac{-15}{100} = -0.15$

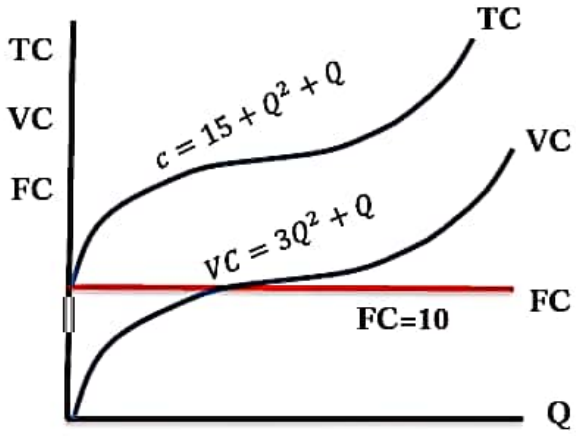
2- متوسط التكاليف المتغيرة $\frac{dAVC}{dQ} = \frac{1}{Q}\left(VC - \frac{VC}{Q}\right)$

$$VQ = \frac{dAVC}{dQ} = 6Q + 1 = 60 + 1 = 61$$

$$\frac{d(AVC)}{dQ} = \frac{1}{10}\left(61 - \frac{310}{10}\right) = \frac{300}{100} = 3$$

3- متوسط التكلفة الكلية $\frac{d(AC)}{dQ} = \frac{1}{Q}(VC - \frac{C}{Q})$

$$= \left[6(10) + 1\frac{15 + 3(10)^2 + 10}{10}\right] = \frac{61}{10} - \frac{325}{100} = 2.85$$



حال السؤال السادس

1- استخراج احسن مستوى للإنتاج $MC = MR$

$$TR = P * Q = (41 - 2Q)Q$$
$$= 41Q - 2Q^2$$

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$MR = \frac{dTR}{dQ} = 41 - 4Q$$

$$MC = \frac{dTC}{dQ} = 5 + 0.5Q$$

$$MR = MC$$

$$41 - 4Q = 5 + 0.5Q$$

$Q = \frac{36}{4.5} = 8$ احسن مستوى للانتاج الذي يعظم الربح

هناك طريقة اخرى يمكن من خلال دالة الربح ايجاد احسن مستوى للإنتاج

$$\pi = TR - TC$$

$$\pi = 41Q - 2Q^2 - (9 + 5Q + 0.25Q^2)$$

$$= 36Q - 2.25Q^2 - 9$$

$$\frac{d\pi}{dQ} = 36 - 4.5Q = 8$$

2- لإيجاد حجم الناتج الامثل نطبق المعادلة الاتية

$$MC = ATC$$

$$ATC = \frac{TC}{Q} = 9Q^{-1} + 5 + 0.25\,Q$$

$$5 + 0.5Q = 9Q^{-1} + 5 + 0.25Q$$

$$0.5Q - 0.25Q = \frac{9}{Q}$$

$$0.25Q^2 = 9$$

$$Q = \sqrt{\frac{9}{0.25}}$$

$$Q = \frac{\pm 3}{0.5} = \pm 6$$

3- ايجاد حجم الناتج عند نقطة التعادل تعتمد على مساواة

$$TR = TC$$

$$41Q - 2Q^2 = 9 + 5Q + .25Q^2$$

$$2.25Q^2 - 36Q + 9 = 0$$

$$Q = \frac{+36 \pm \sqrt{(36)^2 - 4(2.25 * 9)}}{2 * 2.25}$$

$Q = 15.7$ حجم الناتج عند نقطة التعادل هي

4- ايجاد حجم الناتج الذي يعظم الايراد الكلي

نأخذ مشتقة (TR)لأنها تعطينا الحد الاعلى والحد الادنى

$$TR = P * Q = (41 - 2Q)Q = 41Q - 2Q^2$$

$$\frac{dTR}{dQ} = 41 - 4Q = 10.25$$ اعظم ايراد عند نقطة التعادل

ممسوحه ضوئيا بـ CamScanner