University of Anbar جامعة الانبار

اسم الكلية : كلية العلوم- قسم الفيزياء

اسم المحاضر: د. خالد روكان فليح الزوبعي

المرحلة: المرحلة الاولى رياضيات

اسم المادة انكليزي: General Physics

اسم المادة عربي: فيزياء عامة

عنوان المحاضرة انكليزي: Newton's Universal Law of Gravity

عنوان المحاضرة العربي: قانون الجاذبية العام لنيوتن

المصدر

Physics for scientists and engineer

by

Serway

khalidrokan478@gmail.com

The Law of Universal Gravitation قانون الجذب العام

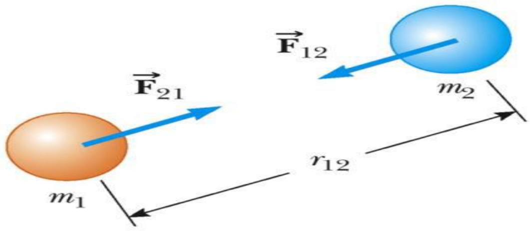
Newton's Universal Law of Gravity قانون الجاذبية العام لنيوتن

وضع العالم نيوتن قانون الجاذبية العام بعد الرواية المشهورة عنه وهي سقوط التفاحة على رأسه بينما كان نائم تحت شجرة، فتوصل إلى أن القوة التي أثرت على التفاحة لتسقط على الأرض هي نفس القوة التي تجذب القمر إلى الأرض. وتبين أيضا أن قانون الجذب العام لنيوتن ينطبق على القوة المتبادلة بين الكواكب والأجسام المادية على حد سواء. تنجذب جميع الاجسام في الكون لبعضها البعض بنفس الطريقة التي انجذبت بها التفاح إلى الأرض. وينص

كل جسيمين في الكون يجذب بعضهما الاخر بقوة تتناسب طرديا مع ناتج ضرب الكتلتين وعكسيا مع مربع المسافة بينهما.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

G هو ثابت الجاذبية العام = $6.673 \times 10^{-11}\ N\,m^2/kg^2$



يمكن استخدام قانون الجذب العام لنيوتن لإيجاد القوة المتبادلة بين جسم كتلته m والكرة الأرضية، وهنا يتم التعامل مع كتلة الكرة الأرضية على أنها مركزة في المركز وتحسب المسافة من مركز الأرض إلى الجسم ويكون قانون الجذب العام هو

(س / جد مقدار التعجيل الارضي من قانون الجذب العام)

تسارع السقوط الحر وقوة الجاذبية: نفرض جسمًا كتلة m بالقرب من سطح الأرض

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} = G\frac{mM_E}{R_E^2}$$

$$F = G\frac{mM_E}{R_E^2} = mg \quad \rightarrow \quad g = G\frac{M_E}{R_E^2} \quad \ldots \ (1)$$

التعجيل بسبب الجاذبية g where F=mg

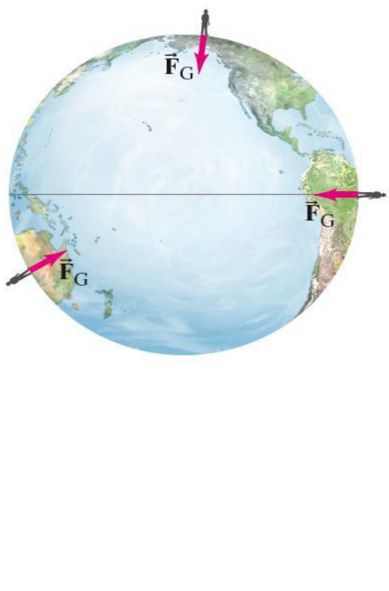
حيث

$M_E = 5.9742 \times 10^{23}$kg كتلة الأرض

$R_E = 6378.1$ km نصف قطر الأرض

بالقرب من سطح الأرض نعوضها في معادلة واحد نحصل

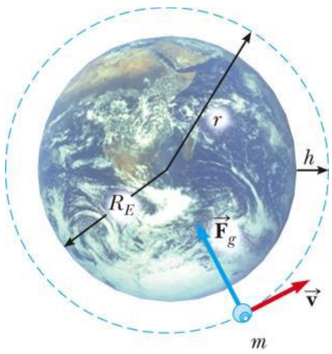
$$g = G\frac{M_E}{R_E^2} = (6.6 * 10^{-11})\frac{5.98 * 10^{24}}{6.38 * 10^{6}} = 9.8ms^{-2}$$



Weight and Gravitational Force الوزن وقوة الجاذبية

ان قوة الجاذبية بين كتلتين m_2 , m_1 هي من القوى ذات التاثير عن بعد لذا يمكن ان نعتبر ان عجلة الجاذبية الارضية على انها مجال الجاذبية ويمكن تعريف مجال الجاذبية الارضية بانه القوة المؤثرة على كتلة الجسم الموجود في مجال لجاذبية **m /F = g**

بالنسبة لجسم كتلته m يبعد مسافة h فوق سطح الارض تكتب r في قانون الجذب بالشكل الاتي



$h + {}_eR = r$

$$g = G\frac{M_E}{(R_E+h)^2}$$

نستنتج منذلك ان عجلة الجاذبية الارضية تقل مع زيادة الارتفاع عن سطح الارض وتكون صفر عندما تصبح اللانهاية.

مثال

حدد مقدار تسارع الجاذبية على ارتفاع h = 500 كيلومتر؟

$$g = G\frac{M_E}{(R_E+h)^2}$$

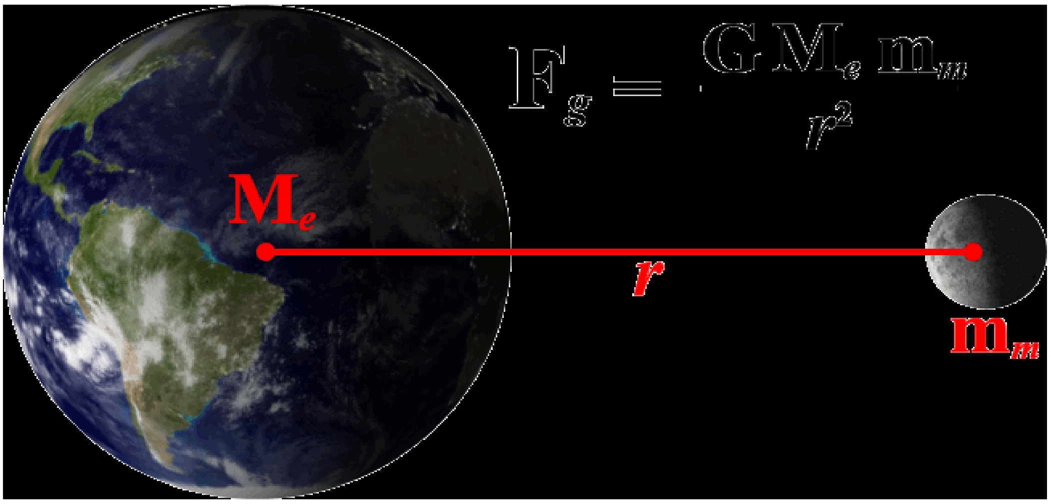
$g= (6.6*10^{-11})[(5.98*10^{24}) / (6.38*10^{6}+0.5*10^{6})]$

$g=8.43\ m/s^2$

Gravitational Potential Energy الطاقة الكامنة الجاذبية

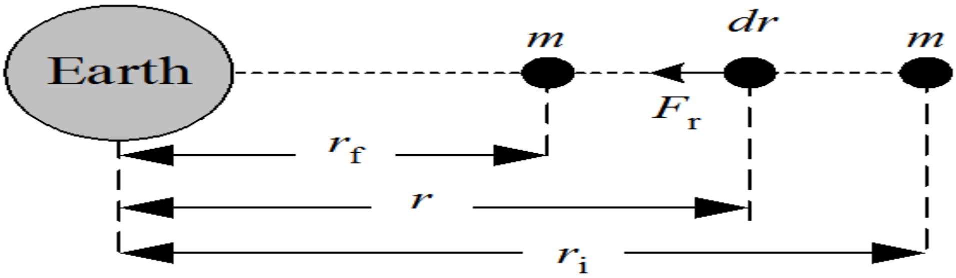
درسنا في محاضرة سابقة أن طاقة الوضع لجسم على سطح الأرض أو على ارتفاع h من سطح الأرض تساوي mgh وهذا عندما تكون h على مسافات قريبة من سطح الأرض أو عندما تكون h أصغر بكثير من نصف قطر الأرض.

سندرس الآن طاقة الوضع في مجال الجاذبية الأرضية عندما يتغير موضع الجسم من مكان إلى آخر بالنسبة لمركز الأرض كما في الشكل التالي.



$$F_g = G\frac{M_e m_m}{r^2}$$

لتحريك جسيم كتلته m من r_i إلى r_f في مجال الجاذبية g ، الشغل السالب W يكون منجزبواسطة عامل خارجي لأن القوة الخارجية F_{ex} في الاتجاه المعاكس للإزاحة. لذلك يتم تعريف التغيير في طاقة الجاذبية الكامنة المرتبطة بإزاحة معينة على أنها الشغل السلبي الذي تقوم به قوة الجاذبية أثناء الإزاحة .



$$\Delta U = U_f - U_i = \int_{ri}^{rf} F(r)dr \qquad (1)$$

عندما يتحرك جسم من r_i الى r_f فسوف يتعرض لقوة جاذبية تعطى بالعلاقة

$$F = -G\frac{Mm}{r^2} \qquad (2)$$

حيث تشير العلامة السالبة إلى أن القوة قوة جاذبية

نعوض معادلة (2) بمعادلة (1) نحصل

$$\Delta U = U_f - U_i = \int_{ri}^{rf} F(r)dr$$

$$U_f - U_i = GM_e m\int_{ri}^{rf}\frac{dr}{r^2} = GM_e m\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_i}^{r_f}$$

$$U_f - U_i = -GM_e m\left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right)$$

خذ $U_i = 0$ عند $r_i =$ لانهائية نحصل على الطاقة الكامنة كدالة لـ r من مركز الأرض

$$U(r) = -\frac{GM_e m}{r}$$

يتم إعطاء الطاقة الكامنة بين أي جسيمين m_1 و m_2 بواسطة

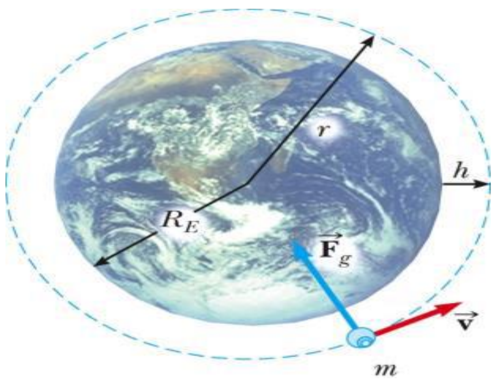
$$U = -\frac{Gm_1 m_2}{r}$$

نستنتج من المعادلة الأخيرة أن طاقة الوضع المتبادلة بين جسمين تتناسب عكسيا مع المسافة الفاصلة بينهما في حين أن قوة الجاذبية تتناسب عكسيا مع مربع المسافة بينهما.

تكون طاقة الوضع بين جسمين سالبة لأن القوة المتبادلة بينهما دائما قوى تجاذبية.

إجمالي الطاقة للحركة المدارية الدائرية Total Energy for Circular Orbital Motion

عندما يتحرك جسم كتلته m بسرعة v في مدار دائري حول جسم آخر كتلته M حيث $m << M$ مثل الأرض حول الشمس أو القمر الصناعي حول الأرض ، يكون الجسم ذو الكتلة M في حالة سكون فيما يتعلق بالإطار المرجع. الطاقة الإجمالية لنظام الجسمين هي مجموع الطاقة الحركية والطاقة الكامنة.



$$U + K = E$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}$$

عندما تنتقل الكتلة m من النقطة الأولية i إلى النقطة النهائية f ، تظل الطاقة الإجمالية ثابتة ، وبالتالي تصبح معادلة الطاقة الإجمالية ،

$$E = \frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GMm}{r_i} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{GMm}{r_f}$$

من قانون نيوتن الثاني $F = ma$ حيث a هو التعجيل القطري ،

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

نضرب كلا الجانبين في r / 2

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{2r}$$

$$E = \frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GMm}{r_i} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{GMm}{r_f}$$

khalidrokan478@gmail.com

$$E = \frac{GMm}{2r} - \frac{GMm}{r}$$

الطاقة الإجمالية للمدار الدائري $E = -G\frac{Mm}{2r}$

لاحظ أن الطاقة الإجمالية سلبية في مدار دائري. والطاقة الحركية إيجابية وتساوي نصف حجم الطاقة الكامنة. تسمى الطاقة الإجمالية طاقة الربط للنظام

مثال

مركبة نقل فضاء تطلق قمر صناعي للاتصالات يبلغ وزنه 470 كغم أثناء وجوده في مدار يبعد 280 كم فوق سطح الأرض. محرك صاروخي على القمر الصناعي يدفعه نحو الاعلى ليصبح المدار متزامنًا جغرافيًا على بعد 36000 كم فوق سطح الأرض.

ما مقدار الطاقة التي يجب أن يوفرها المحرك للانتقال الى المدار الاعلى ؟

الحل

$R_E=6378.1\ km$ حيث $r_i = R_E + 280\ km = 6378.1 + 280 = 6.65 * 10^6\ m$

$$\Delta E = E_f - E_i = -\frac{GmM_E}{2r_i} - \left(-\frac{GmM_E}{2r_i}\right) = -\frac{GmM_E}{2}\left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right)$$

$$\Delta E = -\frac{(6.67 * 10^{-11})(5.97 * 10^{24})(470)}{2}\left(\frac{1}{4.22 * 10^7} - \frac{1}{6.65 * 10^6}\right)$$

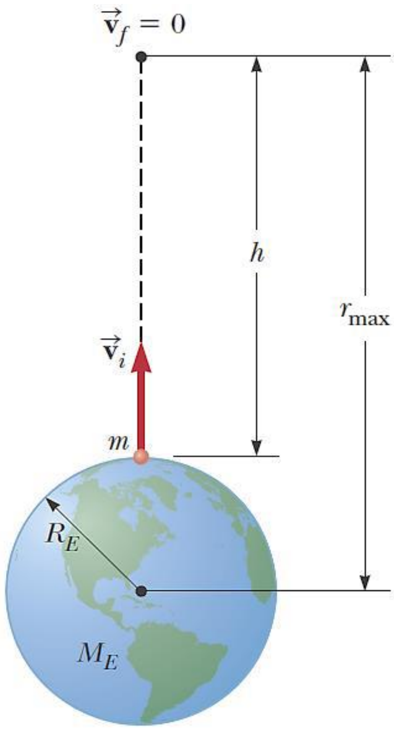
$$\Delta E = 1.19 * 10^{10} J$$

سرعة الافلات Escape Velocity

باستخدام مفهوم الطاقة الكلية سنقوم بحساب سرعة الافلات escape velocity من الجاذبية الأرضية .وسرعة الإفلات هي أقل سرعة ابتدائية لجسم يقذف رأسيا ليتمكن الجسم من الإفلات من مجال الجاذبية الأرضية.

لنفترض أن جسم كتلته ***m*** يُقذف عموديا إلى أعلى من الأرض بسرعة أبتدائية $v_i = v$ والموضع الابتدائي عندسطح الارض $r_i = Re$. عندما يكون الجسم على أقصى ارتفاع يكون السرعة النهائية ، $v_f = 0$ والموضع النهائي $r_f = r_{max}$.

في هذه الحالة ، يتم الحفاظ على الطاقة الإجمالية للنظام (الأرض والجسم) ، يمكننا استخدام المعادلة



$E_i = E_f$ (الطاقة الابتدائية = الطاقة النهائية)

$K_i + U_i = K_f + U_f$

$$\frac{1}{2} m v_i^2 - \frac{GmM_e}{R_e} = -\frac{GmM_e}{r_{max}}$$

solving for vi^2 we get,

$$v_i^2 = 2GM_e\left(\frac{1}{R_e} - \frac{1}{r_{max}}\right)$$

من هذه المعادلة اذا علمنا قيمة السرعة الابتدائية v_i لانطلاق الجسم يمكن حساب اقصى ارتفاع يصله الجسم h حيث ان $h = r_{max} - R_e$ لحساب سرعة الافلات للجسم من مجال الجاذبية الارضية مثل ما هو الحال عند اطلاق صاروخ فضائي او مكوك من سطح الارض الى الفضاء الخارجى فان سرعة الانطلاق الابتدائية التي يجب ان ينطلق بها المكوك يجب ان لاتقل عن سرعة الافلات والا فان المكوك لايصل الى هدفه نتيجة لتاثير قوة الجاذبية ولايجاد سرعة الافلات المطلوبة:

بالنسبة لسرعة الافلات ، سيصل الجسم إلى السرعة النهائية لـ $v_f = 0$

ونحصل عليه $vi = v_{esc}$ ، فإننا نستبدل $r_{max} = \infty$ عندما يكون

$$v_{esc} = \sqrt[2]{\frac{2GM_e}{R_e}}$$

لاحظ أن سرعة الافلات لا تعتمد على كتلة الجسم المقذوف من سطح الارض

يمكن استخدام هذه المعادلة لتقييم سرعة الهروب من أي كوكب في الكون إذا كانت الكتلة ونصف قطر الكوكب معروفين

مثال: (أ) احسب الحد الأدنى من الطاقة المطلوبة لإرسال المركبة الفضائية كتلتها 3000 كجم من الأرض إلى نقطة في الفضاء حيث جاذبية الأرض لا تذكر(تهمل). (ب) إذا كانت الرحلة تستغرق ثلاثة أسابيع ، ما هو متوسط الطاقة التي سيصرفها المحرك؟

(a) $v_{esc} = \sqrt[2]{\frac{2GM_e}{R_e}}$ = [(2*6.67*10^{-11} * 5.97*10^{24})/(6.37*10^6)] =1.12*10^4 m/s^2

$K = \frac{1}{2}mv_{esc}^2$ =(1/2)(300)(1.12*10^4)^2 = 1.88*10^{11}J

(b) $P_{ave} = \frac{K}{\Delta t} = \frac{1.88*10^{11}}{21*24*60*60}$ = 103 KW (القدرة = الطاقة/الزمن)

مثال: يتم إطلاق مركبة فضائية من سطح الأرض بسرعة ابتدائية 2×10^4 م / ث. ما سرعتها عندما تكون بعيدة جدًا عن الأرض؟ إهمال الاحتكاك

الحل: يتم حفظ الطاقة بين السطح والنقطة البعيدة

$_f(_gU+K) = {}_i(_gU+K)$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GmM_e}{R_e} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{GmM_e}{\infty}$$

$$v_f^2 = v_i^2 - \frac{2GM_E}{R_E} \quad \to\to \quad v_f^2 = v_i^2 - v_{esc}^2$$

$$v_f^2 = (2*10^4)^2 - \frac{2(6.67*10^{-11})^2(6.98*10^{24})}{6.37*10^6}$$

v_f =1.66*10^4 m/s