الاحتمالية (Probability)

تعتبر الاحتمالية الاساس لدراسة الاحصاء الاستنتاجي (Inferential Statistics) ويتعلق مفهوم الاحتمالية بدراسة حصول او وقوع نتائج محتملة او اكيدة لتجربة معينة او ظاهرة ما, مثال على ذلك احتمالية كون يوم غد ممطرا اذا كان اليوم ممطرا او احتمالية ان يكون يوم غد عاصفا او ممطرا بناءا على المتوفرة من هيئة الانواء الجوية.

ومن المهم جدا اعطاء نسبة احتمال وقوع اي حادثة من عدمه كما هو الحال في اعطاء نسبة احتمال فوز نادي رياضي في بطولة كرة القدم بالنسبة للمدرب.

وعليه يمكن تعريف الاحتمالية بانها مقياس وقوع حادثة في تجربة او فعالية او ربما عدم وقوعها واعطاء نسبة لكل منهما.

فمثلا تزودنا الانواء الجوية بان نسبة كون غدا ممطرا هي 65%

تعريف : التجربة الاحصائية(Statistical Experiment)

التجربة الاحصائية هي عبارة عن فعالية او عملية تقود الى نتيجة او مخرج واحد فقط لايمكن التنبؤ بتاكيد حصولها

تشبه التجربة الاحصائية كثير من التجارب في علوم الحياة مثلا التنبؤ بنوع الجنين في تجارب الوراثة مثلا او مثلا نستخدم فرضيات معينة نريد اختبارها من دون ان نعرف النتائج بشكل اكيد .

ومن الامثلة المشهورة للتجارب الاحصائية عملية رمي عملة معدنية فان نتيجة التجربة اما الصورة(Head) او الكتابة(Tail) وعملية رمي النرد فان الناتج سيكون احد الارقام من الواحد الى الستة.

الحادثة البسيطة(Simple Event)

تسمى نتائج اي تجربة احصائية بالحادثة البسيطة وعليه تكون الحادثة البسيطة لعملية رمي عملة نقدية هي {H,T} والحادثة البسيطة لعملية رمي حجر النرد هي {1,2,3,4,5,6}

فضاء العينة (Sample Space) تسمى مجموعة كل الحوادث البسيطة المحتملة لاي تجربة احصائية بفضاء العينة ويرمز له بالرمز S

$S:\{E_1,E_2, \dots ,E_n\}$

والقضية المهمة هي كيف نعطي نسبة حدوث كل حادثة بسيطة محتملة في التجربة الاحصائية وهذه يمكن الحصول عليها باحدى الطرق الاتية

1. المعرفة المسبقة بنتائج التجربة (Previous Knowledge Of The Experiment) وافضل مثال على ذلك عملية رمي عملة معدنية فان النتائج معروفة مسبقا
2. تعيين الاحتمالية موضوعيا (Subjectively assign Probabilities) وافضل مثال ذلك معرفة رجل المبيعات في سوق معين بان نسبة مبيعات سلعة معينة ستمون نسبته 65% اذا كانت نسبة الخصم 10% من السعر او تحديد نسبة نجاح عملية معينة بالاعتماد على نجاحها في الماضي
3. الخبرة (Experimentation) وتعتمد هذه المرة على مقدار تكرار نتيجة معينة عند اجراء التجربة مسبقا فان النتيجة الاكثر تكرار ستكون نسبة وقوعها اكبر

قانون الاحتمالية (Rule of Probability)

1. كل حادثة تكون نسبة وقوعها بين 0,1
2. مجموع كل الاحتمالات يساوي واحد

فاذا قمنا باجراء تجربة رمي حجر النرد فان نسبة وقوع كل حادثة سيكون كالاتي

P(1)=1/6 ,P(2)=1/6,P(3)=1/6 ,P(4)= 1/6, P(5)= 1/6,P(6)+ 1/6

او نستطيع تحديد نسبة وقوع اي حادثة كما يلي

P(1)=17% ,P(2)= 17%,P(3)= 17% ,P(4)= 17%, P(5)= 17%

,P(6)= 17%

ويكون حاصل جمع نسبة وقوع كل الحوادث كما يلي

(1/6+1/6+1/6+1/6+1/6+1/6)=6/6=1

Or (17%+17%+17%+17%+17%+17%)=100%=1

تعريف الحادثة : هي عبارة عن مجموعة جزئية من فضاء العينة ويرمز لها بالرمز A او B وعليه تكون عملية تعيين احتمالية حادثة معينة كالاتي

1. تعريف التجربة
2. كتابة كل النتائج الممكنة
3. تعيين احتمالية حصول كل حادثة بسيطة
4. تعيين الحوادث البسيطة التي تكون الحادثة التي نهتم بها
5. جمع احتمالية الحوادث البسيطة لتعطينا احتمالية وقوع الحادثة

فاذا كانت الحادثة هي ان يكون نتائج رمي حجر النرد عددا زوجيا فان الحادثة ستكون هي {2,4,6} وستكون احتمالية حدوثها مجموع احتمالية حدوث مكوناتها وهي

17%+17%+17%=50%

اتحاد وتقاطع الحوادث(Union and Intersection of Events)

يمكننا تركيب الحوادث بطريقتين

الاولى اتحادهما ومعنى ذلك ان الحادثة تقع اذا وقعت احداهما A او B ويرمز لهما $A \cup B$ ان التفكير في عملية الاتحاد معناه التفكير في الكلمة او وكذلك التفكير في اضافة الاحتمالية بعضها الى بعض ومثال على ذلك رمي حجري النرد في ان واحد فماهي احتمالية على العدد 1 او 5 .

الثانية تقاطعهما ويرمز لها بالرمز $A \cap B$ ومعناه ان الحادثة لاتقع الا اذا وقعت كلتاهما في ان واحد ومثال على ذلك رمي حجري النرد في ان واحد فماهي احتمالية على العدد 1 و 5 .

قانون جمع الاحتمالات(Additive Rule of Probability)

ويقصد به حساب احتمالية اتحاد حادثتين

$$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$$

ونبين هذا القانون بمثالين

الاول – تجربة رمي حجري نرد مرة واحدة فان فضاء العينة لهذه التجربة سيكون

$$S=\{(1,1),(1,2),....(1,6),(2,1),(2,2),...(2,6),(3,1),...(3,6),(4,1),...(4,6),(5,1),...(5,6),(6,1)...,(6,6)\}$$

وعليه فان احتمالية ان تكون النتيجة 2 او 4 ستكون

Let A=2 and B=4

$$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$$

ان احتمالية ان يكون احد النتائج 2 هو36/ 6 واحتمالية ان يكون الاخر 4 هو 36/6 ايضا واحتمال ان يكون الاثنين 2 تساوي1/36 واحتمالية ان يكون الاثنين 4 يساوي 1/36

وبذلك تكون الاحتمالية

$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)= 6/36+636-2/36=10/36$

المثال الثاني _ عملية رمي حجر نرد واحد واحتمالية ان تكون النتيجة 2 او 4

وعليه احتمالية ان تكون النتيجة 2 هي 1/6 واحتمالية ان تكون النتيجة 4 هي 1/6 واحتمالية ان تكون النتيجة 2 و4 في ان واحد هو 0 وعليه تكون النتيجة

$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)=1/6 + 1/6 -0=2/6$

يسمى هذا النوع من الحوادث Mutually Exclusive

ومثال على حوادث Non - Mutually Exclusive

هي وجود الغيوم في السماء مع نزول المطر فان يستحيل وجود المطر بلا غيوم

<u>مثال تطبيقي</u>

دراسة اجرتها منظمة تعنى بشؤون التوافق الاسري فوجدت ام 80% من المشتركين يكذبون في حياتهم الاسرية و 30% لديهم خبرة سيئة في التعامل الاسري و 25% يكذبون ولديهم خبرة سيئة فاذا قامت الدراسة على شخص اخر ماهي احتمال ان يكون كاذبا او لديه خبرة سيئة

لتكن الحادثة A تمثل الكذب والحادثة تمثل الخبرة **B** السيئة

فان $P(A)=80\%$, $P(B)=30\%$, $P(A \cap B)=25\%$

$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)= 80\%+30\%-25\%=85\%$

الاحتمالية الشرطية(Conditional probability)

تعني الاحتمالية الشرطية تعلق حصول حادثة معينة بحادثة اخرى فمثلا نقول ماهي احتمالية وقوع B عندما تقع الحادثة A ويرمز لها بالرمز | وتكتب بالطريقة الاتية P(AIB)

ومثال على ذلك ماهي احتمالية نزول المطر اذا كان الجو غائما والصيغة الرياضية لحساب الاحتمالية الشرطية هي

$P(AIB)=P(A\cap B)/P(B)$

مثال اخر : تم رمي حجر النرد فكانت الارقام التي ظهرت على الوجه الاعلى له هي 2,4,6 فماهي احتمالية ان يكون العدد الذي يظهر 3 او اقل

الحل :

Let A ={2,4,6} and B the number 3 or less then

$P(A \cap B)=1/6$ and $P(B)=1/2$

Then $P(A|B)=P(A\cap B)/P(B)=(1/6)/(1/2)=1/3$

الاحتمالية المضاعفة (Multiplicative Probability)

يساعدنا هذا القانون في ايجاد احتمالية تقاطع حادثتين وهو عبارة عن حاصل الطرفين في الوسطين في قانون الاحتمالية الشرطية

$P(A\cap B)=P(AIB)*P(B)$

فاذا علمنا احتمالية وقوع B واحتمالية وقوع B أذا وقعت A فيكون بامكاننا حساب احتمالية الحادثة $A\cap B$

مثال : اذا كان احتمال وقوع الحادثة B في المثال السابق هي 1/2
والاحتمالية الشرطية لوقوع B اذا وقعت A هو 1/4 فما هو احتمال وقوع A و B معا

الحل :

$P(A \cap B)=P(A|B)*P(B)=(1/2)*(1/4)= 1/8$

الحوادث المستقلة(Independent Events)

تكون الحادثتين A وB مستقلتين اذا كان وقوع احداهما لايؤثر في وقوع الاخرى وعليه يكون قانون الاحتمال الشرطس لها

$P(A|B)=P(A)$ and $P(B|A)=P(B)$

وهذا يسهل لنا حساب احتمالية تقاطع حادثتين اذا كانتا مستقلتين

$P(A \cap B)=P(A|B)*P(B)=P(A)*P(B)$