مقاييس التشتت

Variance

مقاييس التشتت-Variance

arabic	english	math	biology	physics	chemistry	average
90	85	80	70	60	50	72
70	75	68	67	70	72	72

في هذه المحاضرة سيتم التركيز على مفاهيم النزعة المركزية والتي يعد الوسط الحسابي من اهمها ونقوم بدراسة مدى تقارب القيم وتباعدها عن قيمة الوسط الحسابي وسنضرب لذلك مثالا درجات طالبين لهما نفس المعدل ولكن عند امعان النظر يتبين لنا ان الطالب الاول فوي في بعض المواد وضعيف في بعض المواد واما الطالب الثاني فان مستواه متقاربا في جميع المواد

في هذه المحاضرة بدراسة مفهوم التباين(التشتت) والانحراف المعياري الذان يعطيان صورة واضحة عن مدى تباعد القيم وتقاربها عن الوسط الحسابي لكي تتكون لنا صورة واضحة عن البيانات التي قدمت لنا بشان اتخاذ قرار معين لمعالجة ظاهرة ما

ملاحظة مهمة وهو عند حساب الوسط الحسابي يجب ان نميز بين قانون الوسط الحسابي للبينات المبوبة وغير المبوبة والا فالقوانين هي نفسها

1-الانحراف المتوسط Mean Deviatiaon

هو أحد مقاييس التشتت، ويعبر عنه بمتوسط الانحرافات المطلقة للقيم عن وسطها الحسابي ، فإذا كانت $x_1, x_2, \ldots, x_n$ هي القراءات التي تم أخذها عن ظاهرة معينة ، وكان ($\bar{x} = \sum x/n$) عبارة عن الوسط الحسابي لهذه القراءات، فإن الانحراف المتوسط (MD) يحسب بتطبيق المعادلة التالية:

$$MD = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} \qquad (٤-٤)$$

وهذه الصيغة تستخدم في حالة البيانات غير المبوبة .

اذا كانت لدينا درجات طالب في الجدول الاتي فيمكن حساب الانحراف المتوسط في البيانات غير المبوبة كما في الطريقة الاتية

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	الدرجات	99	90	95	60	55	50	80						
2	المعدل				75.6								يتم حساب الوسط الحسابي	
3														
4	مقدار الانحراف لكل قيمة	23.4	14.4	19.4	-15.6	-20.6	-25.6	4.4					مقدار الانحراف لكل قيمة =يتم طرح الوسط الحسابي من كل قيمة	
5														
6	القيمة المطلقة لكل انحرف	23.4	14.4	19.4	15.6	20.6	25.6	4.4					يتم اخذ القيمة المطلقة لكل قيمة	
7	مجموع الانحراف	17.6											الانحراف المتوسط =مجموع القيم المطلقة للانحرافات /عدد القيم	
8														
9														

حساب الانحراف المتوسط في البيانات المبوبة

مثال يبين كيفية حساب الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة حيث يكون الفرق في كيفية حساب الوسط كما مر علينا سابقا

الاحصاء الوصفي.pdf

Page: 51 / 126 Find:

يبين الجدول التكراري التالي توزيع 40 أسرة حسب الإنفاق الشهري بالألف ريال.

الإنفاق	2 - 5	5 - 8	8 - 11	11 – 14	14 – 17
عدد الأسرة	1	8	13	10	8

أوجد الانحراف المتوسط .

الحـــــــــــل

لحساب الانحراف المتوسط ، يتم تطبيق المعادلة (4–5)، ويتبع الآتي

- تكوين جدول لحساب مكونات المعادلة:

حدود الإنفاق	عدد الأسر f	مركز الفئة x	$x\ f$	الوسط الحسابي $\bar{x}$	$\lvert x-\bar{x}\rvert$	$\lvert x-\bar{x}\rvert\ f$
2-5	1	3.5	3.5	$\bar{x}=\frac{\sum x}{n}$	7.2	7.2
5-8	8	6.5	52		4.2	33.6
8-11	13	9.5	123.5		1.2	15.6
11-14	10	12.5	125	$=\frac{428}{40}=10.7$	1.8	18
14-17	8	15.5	124		4.8	38.4
sum	40		428			112.8

إذا الانحراف المتوسط هو :

Type here to search 8:07 PM 5/13/2020

الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة

$$MD = \frac{\sum |x - \bar{x}| \ f}{n} = \frac{112.8}{40} = 2.82$$

الانحراف المتوسط للإنفاق الشهري هو 2.82 ألف ريال .

مزايا وعيوب الانحراف المتوسط

من مزايا الانحراف المتوسط أنه يأخذ كل القيم في الاعتبار، ولكن يعاب عليه ما يلي:

- يتأثر بالقيم الشاذة .
- يصعب التعامل معه رياضيا.

التشتتVariance

هو احد مقاييس التشتت واكثرها استخداما في الجانب التطبيقي ويعبر عن متوسط مربعات انحراف القيم عن وسطها الحسابي ان الغاية من تربيع انحرافات القيم حتى يزداد تاثير القيم ذات الانحراف الكبير ويقل تاثير القيم ذات الانحراف الصغير

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N}$$

δ يمثل التباين

μ يمثل الوسط الحسابي

N يمثل عدد البيانات

التباين للبينات المبوبة

- نفس المثال السابق للدرجات تم حساب التباين

الدرجات	99	90	95	60	55	50	80					
المعدل				75.6						يتم حساب الوسط الحسابي		
مقدار الانحراف لكل قيمة	23.4	14.4	19.4	-15.6	-20.6	-25.6	4.4	مقدار الانحراف لكل قيمة =يتم طرح الوسط الحسابي من كل قيمة				
القيمة المطلقة لكل انحرف	548.9	208.2	377.5	242.5	423.2	653.9	19.6	مربع الانحراف لكل قيمة				
التباين	353.4							التباين =مجموع المربعات للانحرافات /عدد القيم				

التباين للبينات المبوبة

- ادناه مقارنة لنفس المثال بين الانحراف المتوسط والتباين

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	الدرجات	99	90	95	60	55	50	80						
2	المعدل				75.6								يتم حساب الوسط الحسابي	
3														
4	مقدار الانحراف لكل قيمة	23.4	14.4	19.4	-15.6	-20.6	-25.6	4.4					مقدار الانحراف لكل قيمة =يتم طرح الوسط الحسابي من كل قيمة	
5														
6	القيمة المطلقة لكل انحرف	23.4	14.4	19.4	15.6	20.6	25.6	4.4					يتم اخذ القيمة المطلقة لكل قيمة	
7	مجموع الانحراف	17.6											الانحراف المتوسط =مجموع القيم المطلقة للانحرافات /عدد القيم	
8														
9														
10	الدرجات	99	90	95	60	55	50	80						
11	المعدل				75.6								يتم حساب الوسط الحسابي	
12														
13	مقدار الانحراف لكل قيمة	23.4	14.4	19.4	-15.6	-20.6	-25.6	4.4					مقدار الانحراف لكل قيمة =يتم طرح الوسط الحسابي من كل قيمة	
14														
15	القيمة المطلقة لكل انحرف	548.9	208.2	377.5	242.5	423.2	653.9	19.6					مربع الانحراف لكل قيمة	
16	التباين	353.4											التباين =مجموع المربعات للانحرافات /عدد القيم	
17														

التباين للبينات المبوبة

يمكن تيسيط معادلة حساب التباين لتصبح بالصيغة الاتية

يمكن فك المجموع $\sum(x-\mu)^2$ كالتالي :

$$\begin{aligned}\sum(x-\mu)^2 &= \sum\left(x^2-2x\mu+\mu^2\right)\\ &= \sum x^2-2\mu\sum x+\sum\mu^2\\ &= \sum x^2-2N\mu^2+N\mu^2\\ &= \sum x^2-N\mu^2\end{aligned}$$

ومن ثم يكتب تباين المجتمع على الصورة التالية :

$$\sigma^2=\frac{\sum x^2-N\mu^2}{N}=\frac{1}{N}\sum x^2-\mu^2$$

الانحراف المعياري Standard Deviation

الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين ويفضل الاحصائيون التعامل معه اكثر من التباين لان التباين يمثل صيغة تربيعية

$$S = \sqrt{\delta^2} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}}{N}$$ also we can do

$$S = \sqrt{\delta^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \mu^2}$$

الانحراف المعياري

- سناخذ مثالا على البيانات المبوبة وفقط نحسب الوسط كما مر بنا سابقا وسنعطي هنا الصيغ التي يتم تطبيقها في حالة البيانات المبوبة يعني ببساطة فقط نركز في حالة كون البيانات مبوبة او غير مبوبة لان حساب الوسط الحسابي له قانون لكل حالة

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2 f}{n-1}}$$

or

$$s = \sqrt{\frac{\sum x^2 f - \frac{(\sum xf)^2}{n}}{n-1}}$$

حيث أن f هو تكرار الفئة ، x هو مركز الفئة ، $\bar{x}$ هو الوسط الحسابي $(\sum xf/n)$ ، n هي مجموع التكرارات $(n = \sum f)$ ، والمقدار الذي تحت الجذر يعبر عن التباين (s^2) .

الانحراف المعياري للبيانات الموبة

مثـــال (4–6)

يبين الجدول التكراري التالي توزيع 40 أسرة حسب الإنفاق الشهري بالألف ريال.

الإنفاق	2 - 5	5 - 8	8 - 11	11 – 14	14 – 17
عدد الأسرة	1	8	13	10	8

لحساب الانحراف المعياري للإنفاق الشهري ، تستخدم المعادلة رقـــم (4–12)، وسوف نطبق الصيغة الثانية ، ولذا نكون جدول لحساب المجموعين : $\sum x^2 f$, $\sum xf$.

الإنفاق	عدد الأسر f	مركز الفئة x	xf	$x^2 f$
2-5	1	3.5	3.5	12.25
5-8	8	6.5	52	338
8-11	13	9.5	123.5	1173.25
11-14	10	12.5	125	1562.5
14-17	8	15.5	124	1922
sum	40		428	5008

$$n = \sum f = 40$$
$$\sum xf = 428$$
$$\sum x^2 f = 5008$$

وبتطبيق المعادلة ، نجد أن الانحراف المعياري قيمته هي :

الانحراف المعياري للبيانات المبوبة

$$s = \sqrt{\frac{\sum x^2 f - \frac{\left(\sum xf\right)^2}{n}}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{5008 - \frac{(428)^2}{40}}{40-1}} = \sqrt{\frac{5008 - 4579.6}{39}}$$

$$= \sqrt{10.984615} = 3.314$$