بعض الدوال المهمه

الدالة الخطية: وهي من الشكل: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ حيث $y=f(x)=ax+b$ و a,b عددان حقيقيان ثابتان و $a\neq 0$ أي أنها كثير حدود من الدرجة الأولى.

ومن خواصها:

١) $D_f=\mathbb{R}$ أي أنها معرفة لكل عدد حقيقي.

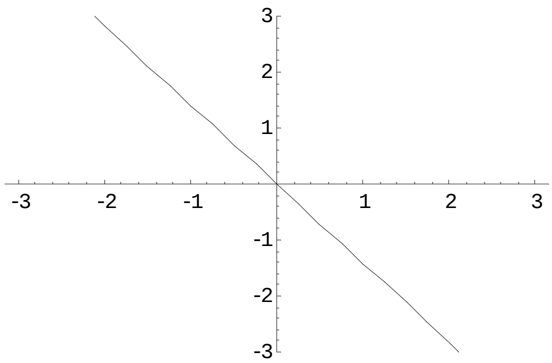
٢) $R_f=\mathbb{R}$ أي أنها تقبل كل القيم الحقيقية..

٣) ليست فردية ولا زوجية.

٤) يمكن تمثيلها بخط مستقيم مائل يمر من نقطة المبدأ إذا كانت $b=0$ و بخط مستقيم مائل يمر من النقطة $(0,b)$ إذا كانت $b\neq 0$.

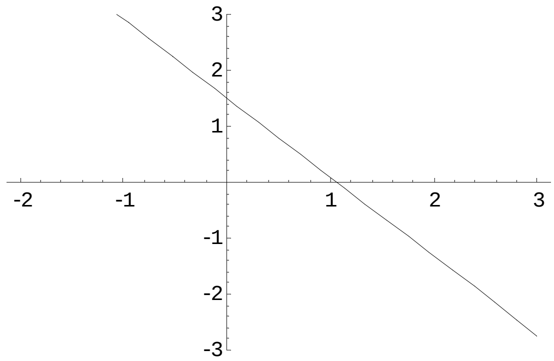
مثال ١٦: مثّل الدالة التالية: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ حيث $f(x)=-\sqrt{2}\,x$.

الحل:



مثال ١٧: مثّل الدالة التالية: $f : R \to R$ حيث $f(x) = -\sqrt{2}\, x + 1.5$.

الحل:



4) **الدالة التربيعية:** وهي من الشكل: $f : R \to R$ حيث $y = f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$ و $a \neq 0$ و b و c أعداد حقيقية ثابتة أي أنها كثير حدود من الدرجة الثانية.

ومن خواصها:

١) $D_f = R$ أي أنها معرفة لكل عدد حقيقي.

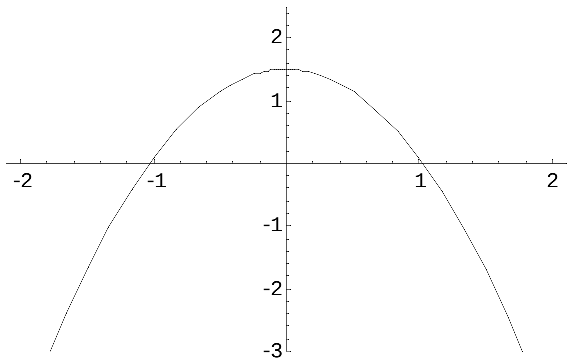
٢) $R_f \neq R$ أي أنها لا تقبل كل القيم الحقيقية..

٣) ليست فردية ولا زوجية ولكنها زوجية إذا كان $b = 0$.

٤) يمكن تمثيلها بقطع مخروطي زائد يمر من نقطة المبدأ إذا كان $b = c = 0$.

مثال ١٨: مثّل الدالة التالية: $f : R \to R$ حيث $f(x) = -\sqrt{2}\, x^2 + 1.5$.

الحل:



4) **الدالة الكسرية:** وهي عبارة عن كسر بسطه ومقامه كثيرات حدود.

وسنأخذ كمثال لها الدالة: $f:\mathrm{R}\to\mathrm{R}$ حيث $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$

ومن خواصها:

١) $D_f=\mathrm{R}-\{1\}$ أي أنها ليست معرفة لكل عدد حقيقي.

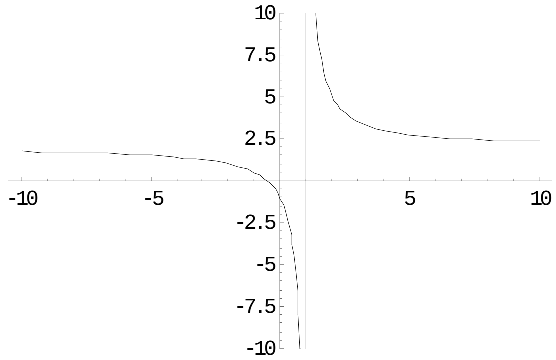
٢) $R_f=\mathrm{R}-\{2\}$ أي أنها لا تقبل كل القيم الحقيقية..

٣) ليست فردية ولا زوجية.

٤) يمكن تمثيلها بقطع مخروطي مكافئ لا يمر من نقطة المبدأ.

مثـــال ١٩: مثّـل الدالـــة التاليـــة: $f:\mathrm{R}\to\mathrm{R}$ حيـــث $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

الحل:



٢,٤ الدوال غير الجبرية:

أما الدوال غير الجبرية فمنها: الدوال المثلثية والدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية.

وسنتطرق إلى دراسة الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية في الوحدة الخامسة

١,٢,٤ الدوال المثلثية

تعريف ٦: الدوال المثلثية هي الدوال التي تكون معرّفة على الزوايا. ونقيس الزوايا بوحدة الراديان (الوحدة القياسية) أو بالدرجات (التي رمزها $^\circ$) وعلاقة التحويل بين هاتين الوحدتين هي: $\pi=180^\circ$

ومن الدوال المثلثية: دالة الجيب ودالة جيب التمام ودالة الظل ودالة قاطع التمام ودالة القاطع.

تعريف ٧: نقول عن دالة $f:\mathrm{R}\to\mathrm{R}$ إنها دورية ذات دور $p>0$ إذا كان: $f(x+p)=f(x)$ من أجل أي عدد حقيقي $x\in D_f$ (و p أصغر ما يمكن)، أي أن قيم الدالة تتكرر بشكل منتظم

.**تعريف ٧:** إذا كان لدينا مثلث قائم الزاوية وكان x مقياس أحد زاويتيه غير القائمتين فإن:

$\sin x$ هو حاصل قسمة طول الضلع المقابل للزاوية غير الوتر على طول الوتر،

و $\cos x$ هو حاصل قسمة طول الضلع المجاور للزاوية غير الوتر على طول الوتر.

و $\tan x$ هو حاصل قسمة طول الضلع المقابل للزاوية على طول الضلع المجاور للزاوية غير الوتر

و $\cot x$ هو حاصل قسمة طول الضلع المجاور للزاوية غير الوتر على طول الضلع المقابل للزاوية

1) **دالة الجيب:** ويرمز لها بالرمز: sin وهي من الشكل: $\sin : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$ حيث $y = \sin x$. معممة لمقياس أية زاوية.

ومن خواصها:

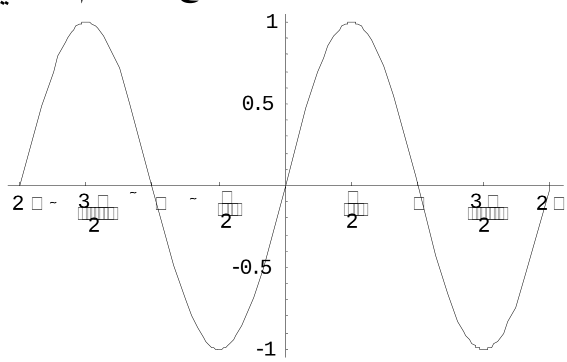
١) $D_f = \mathrm{R}$ أي أنها معرفة لكل عدد حقيقي.

٢) $R_f = [-1,1]$ أي أنها لا تقبل كل القيم الحقيقية ولكن: $-1 \le \sin x \le 1$

٣) $\sin(-x) = -\sin x$ أي أنها فردية.

٤) $\sin(x + 2\pi) = \sin x$ أي أنها دورية ذات دور 2π .

٥) يمكن تمثيلها بموجة تمر من نقطة المبدأ كما هو موضح بالرسم التالي:



2) **دالة جيب التمام:** ويرمز لها بالرمز: cos وهي من الشكل: $\cos : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$ حيث $y = \cos x$. معممة لمقياس أية زاوية..

ومن خواصها:

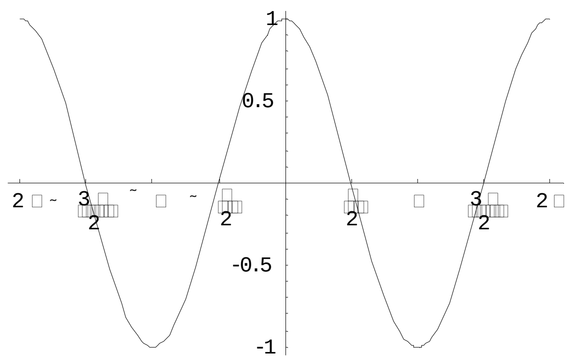
١) $D_f = \mathrm{R}$ أي أنها معرفة لكل عدد حقيقي.

٢) $R_f = [-1,1]$ أي أنها لا تقبل كل القيم الحقيقية ولكن: $-1 \le \cos x \le 1$.

٣) $\cos(-x) = \cos x$ أي أنها زوجية.

٤) $\cos(x + 2\pi) = \cos x$ أي أنها دورية ذات دور 2π .

٥) يمكن تمثيلها بموجة لا تمر من نقطة المبدأ كما هو موضح بالرسم التالي.



3) **دالة الظل:** ويرمز لها بالرمز: $\tan$ وهي من الشكل: $\tan : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$ حيث $y = \tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ . .

ومن خواصها:

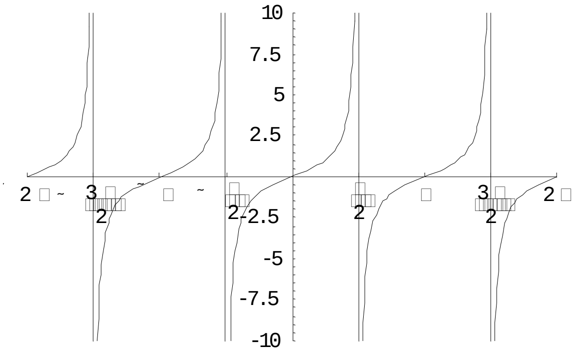
١) $D_f = \mathrm{R} - \{\cdots, -\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \cdots\}$ أي أنها ليست معرفة لكل عدد حقيقي.

٢) $R_f = \mathrm{R}$ أي أنها تقبل كل القيم الحقيقية.

٣) $\tan(-x) = -\tan x$ أي أنها فردية.

٤) $\tan(x+\pi) = \tan x$ أي أنها دورية ذات دور π .

٥) يمكن تمثيلها ب"موجة" تمر من نقطة المبدأ كما هو موضح بالرسم التالي.



4) **دالة ظل التمام:** ويرمز لها بالرمز: $\cot$ وهي من الشكل: $\cot : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$ حيث $y = \cot x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$.

ومن خواصها:

١) $D_f = \mathrm{R} - \{\cdots, -2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \cdots\}$ أي أنها ليست معرفة لكل عدد حقيقي.

٢) $R_f = \mathrm{R}$ أي أنها تقبل كل القيم الحقيقية.

٣) $\cot(-x) = -\cot x$ أي أنها فردية.

٤) $\tan(x+\pi) = \tan x$ أي أنها دورية ذات دور π .

٥) $\cot x = \dfrac{1}{\tan x}$.

٦) يمكن تمثيلها ب"موجة" تمر من نقطة المبدأ كما هو موضح بالرسم التالي.