٥. اشتقاق الدوال الأسية واللوغارتمية

١,٥. قوانين اشتقاق الدوال الأسية

القانون ١: إذا كانت لدينا الدالة $y = ba^u$ حيث u دالة قابلة للاشتقاق في x فإن

$$\frac{dy}{dt} = ba^u \ln a\, u'$$

مثال ٢٢: اشتق الدالة المعرفة كما يلي: $y = 8\ 2^{(3x^2+4x+5)}$

الحل:

$$y' = 8\ 2^{3x^2+4x+5} \ln 2\,(6x+4) = (48x+32)\ln 2\ 2^{3x^2+4x+5}$$

القانون ٢: اشتقاق الدالة الأسية ذات الأساس الطبيعي أي $e \cong 2{,}718$

إذا كانت لدينا الدالة $y = b\ e^u$ حيث u دالة قابلة للاشتقاق في x فإن

$$y' = \frac{dy}{dt} = b e^u\, u'$$

مثال ٢٣: احسب المشتقة الأولى للدالة التالية: $y = 8\ e^{2x+1}$

الحل:

المشتقة الأولى للدالة السابقة يعطى كما يلي: $y' = 8 \times 2 e^{2x+1} = 16e^{2x+1}$

مثال ٢٤: إذا كانت $y = -5\ e^{\sin x}$

فإن $y' = -5 \cos x e^{\sin x}$

٢,٥. قوانين اشتقاق الدوال اللوغارتمية

القانون ١: إذا كانت لدينا الدالة $y = b \log_a u$ حيث $a > 0, a \neq 1$ ولتكن u دالة قابلة للاشتقاق في x

فإن المشتقة الأولى تعطى كما يلي:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx} = b\frac{u'}{u}\log_a e$$

مثال ٢٥: احسب المشتقة الأولى للدالة التالية: $y = 3\log\left(6x^5\right)$

الحل:

المشتقة الأولى للدالة السابقة يعطى كما يلي : $y' = \frac{3(30x^4)\log e}{6x^5} = \frac{15x^4}{x^5}\log e = \frac{15}{x}\log e.$

القانون ٢: إذا كانت لدينا الدالة $y=\ln u$ حيث u دالة قابلة للاشتقاق في x فإن

$$y'=\frac{dy}{dx}=\frac{u'}{u}$$

مثال ٢٦: اشتق الدالة التالية: $y=e^{-x}\ln x^2$

الحل:

$$y'=-e^{-x}\ln x^2+\frac{2x}{x^2}e^{-x}=\left(\frac{2}{x}-\ln x^2\right)e^{-x}$$

تمارين: احسب المشتقة الأولى للدوال التالية:

1) $y=\log_3\left(3x^2-5\right)$	5) $y=\ln\frac{x^4}{(3x-4)^2}$	9) $y=e^{x^2}$	13) $y=e^{-x}\ln x$
2) $y=\ln(x+3)^2$	6) $f(x)=\ln\sin 3x$	10) $y=5^{3x^2}$	14) $y=e^{-2x}\sin 3x$
3) $y=\ln^2(x+3)$	7) $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$	11) $y=x^2 3^x$	15) $f(x)=\ln\tan e^{x^2}$
4) $y=\ln\left(x^2+2\right)\left(x^2+3\right)$	8) $y=e^{-\frac{1}{2}x}$	12) $y=5e^{\sin 2x}-x$	16) $f(x)=\ln\sqrt{1-2x}$