وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي
جامعة الانبار
كلية العلوم/ قسم الفيزياء

اسم المادة: الليزر/1

المستوى الدراسي: الدراسات الأولية

المرحلة: الثالثة

المحاضرة السادسة

عنوان المحاضرة: الانتقالات المسموحة والممنوعة

مدرس المادة

أ.م. د جمال مال الله رزيج العبيدي

الانتقالات المسموحة والانتقالات الممنوعة

يتبين عند ملاحظة المعادلة $(1-27)$ بان المقدار $W=0$ عندما تكون $|\mu|=0$ وهذا يحدث عندما تكون الدالتين μ_1 و μ_2 متناظرتين او كلاهما ذات تناظر عكسي (يُقال للدالة $\mu(\vec{r})$ ان لها تناظرا عندما يكون $\mu(\vec{r})=\mu(-\vec{r})$ وان لها تناظرا عكسيا عندما يكون $\mu(\vec{r})=-\mu(-\vec{r})$). لهاتين الحالتين لا تتغير إشارة حاصل ضرب μ_1 و μ_2 عند التعويض عن المتجه $(\vec{r})$ بالمتجه $(-\vec{r})$ كما يتبين من المعادلة (1-28) حيث تكون نتيجة التكامل لهذه المعادلة في الموضعين $(\vec{r})$ و $(-\vec{r})$ متساوي ولكن بإشارة مختلفة فيلغي احدهما الاخر. اما عندما تكون احدى الدالتين متناظرة والأخرى ذي تناظر عكسي فان حاصل ضرب μ_1 و μ_2 يغير الإشارة عند تغير $(\vec{r})$ الى $(-\vec{r})$ وبهذا تختلف نتيجة التكامل في المعادلة (1-28) عن الصفر. من هنا يغدو من الأهمية ان نعرف متى تكون الدوال الموجية $\mu(\vec{r})$ متناظرة او ذات تناظر عكسي. ان هذا يحدث عندما يكون الهاملتون $H_\circ(\vec{r})$ للنظام الذري غير متغير عند الانقلاب، أي ان الهاملتون $H_\circ(\vec{r})$ للذرة لا يغير الإشارة عند التعويض عن المتجه $(\vec{r})$ بالمتجه $(-\vec{r})$، أي ان:

$$H_\circ(\vec{r})=H_\circ(-\vec{r}) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-30)$$

وكما مرّ ذكره سابقا في المعادلة (1-23,b) فان الدالة الذاتية $\mu_n(\vec{r})$ تحقق معادلة شرويدنكر غير المعتمدة على الزمن أي:

$$H_\circ(r)\,\mu_n(r)=E_n\,\mu_n(r) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-30,a)$$

وباستبدال (r) بـ $(-r)$ في المعادلة أعلاه نحصل على:

$$H_\circ(-r)\,\mu_n(-r)=E_n\,\mu_n(-r) \ldots\ldots\ldots\ldots (1-30,b)$$

وباستخدام المعادلة (1-30) نحصل:

$$H_\circ(r)\,\mu_n(-r)=E_n\,\mu_n(-r) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-30,c)$$

ومن ملاحظة المعادلتين (1-30 b,c) يتضح ان $\mu_n(r)$ و $\mu_n(-r)$ هما دوال ذاتية للمؤثر الهاملتوني $H_\circ(r)$ وتعودان لنفس القيمة الذاتية E_n، وحيث انه في حالة مستويات الطاقة غير المنحلة فان هناك دالة ذاتية واحدة لكل قيمة ذاتية (مع إمكانية تغيير الإشارة)، لذلك فان:

$$\mu_n(\vec{r})=\pm\mu_n(-\vec{r}) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-31)$$

هذا يعني انه إذا كان الهاملتون$H_\circ(\vec{r})$ متناظرا كانت الدوال الذاتية متناظرة او ذات تناظر عكسي وعندها يقال بان الدوال الذاتية لها تماثل محدد التعريف، فيكون لها تماثل فردي في حالة كونها ذات تناظر عكسي بسبب انقلاب الإشارة$[\mu_n(\vec{r}) = -\mu_n(-\vec{r})]$ ويكون لها تماثل زوجي في حالة كونها متناظرة بسبب عدم انقلاب الإشارة$[\mu_n(\vec{r}) = \mu_n(-\vec{r})]$.

بهذا يمكن القول بان انتقالات ثنائي القطب الكهربائي تحصل فقط بين حالات الذرة (او مستويات الطاقة لها) ذي التماثل المتضاد (أي انتقالات التماثل الفردي–الزوجي وبالعكس أيضا) ويدعى مثل هذا الشرط بقاعدة الانتقاء والتي تحدد حدوث مثل هذه الانتقالات. فاذا كان المقدار W للانتقال يساوي صفر قيل ان الانتقال ممنوع لثنائي القطب الكهربائي ولكن كما اسلفنا سابقا ان هذا لا يعني بان الذرة لا تستطيع الانتقال من حالة لأخرى بسبب تأثير الاشعاع الكهرومغناطيسي الساقط فقد يحدث انتقالا كما بينا نتيجة الفعل المتبادل لثنائي القطب المغناطيسي فقاعدة الانتقاء لثنائي القطب المغناطيسي تسمح للانتقال بين الحالات التي لها تماثل متشابه، أي بين زوجي ــ زوجي او بين فردي ــ فردي في حين تكون مثل هذه الانتقالات ممنوعة حسب قاعدة الانتقاء لثنائي القطب الكهربائي كذلك يكون العكس صحيحا. وفيما يلي سنتقيد فقط بانتقالات ثنائي القطب الكهربائي واهمال انتقالات ثنائي القطب المغناطيسي وذلك لصغر قيمتها وسيتوضح السبب بعد ان نقارن بين احتماليتي حدوث الانتقالين.

اذا فرضنا بان احتمالية الانتقال نتيجة الفعل المتبادل لثنائي القطب الكهربائي هي W_e ولمغناطيسي هي W_m ، واذا فرضنا بان شدة الاشعاع الكهرومغناطيسي الساقط والواقع في مدى الضوء المرئي متساويا لكلتا الحالتين فيمكن، فيمكن تمثيل النسبة بين احتماليتي الانتقال وبصورة تقريبية وكالاتي:

$$\frac{W_e}{W_m} = \left(\frac{e\ a\ E_\circ}{\beta B_\circ}\right)^2 = \left(\frac{e\ a\ c}{\beta}\right)^2 \approx 10^5$$

c هي شحنة الإلكترون و a نصف قطر الذرة ويساوي تقريبا $5 \times 10^{-5}\ cm$ و β هو بور ماكنيتون ويساوي $9.27\times10^{-24}\ A.m^2$ و $E_\circ$ و $B_\circ$ هما سعتا المجال الكهربائي والمغناطيسي على التوالي للموجة الكهرومغناطيسية الساقطة، وباستخدام العلاقة $\{E_\circ = B_\circ c\}$ لموجة مستوية سرعتها تساوي سرعة الضوء c ، يتبين بان احتمالية حدوث الانتقال نتيجة الفعل المتبادل لثنائي

القطب الكهربائي اكبر بكثير من الاحتمالية لنظيره المغناطيسي. ان هذا ناتج أساسا عن كون طاقة التعامل المتبادل عبر ثنائي القطب الكهربائي هي أكبر بكثير من طاقة التعامل المتبادل عبر ثنائي القطب المغناطيسي.

المقطع العرضي للانتقال، معامل الامتصاص ومعامل الكسب

بعد ان تم حساب معدل الانتقال(W) أصبح ممكنا تعريف وحساب معاملات أخرى غالبا ما تستخدم لوصف انتقال معين. وكما أسلفنا سابقا بان احتمالية الانتقال لأي موجة كهرومغناطيسية مستوية منتظمة الشدة (I) تتناسب طرديا مع مقطع الانتقال (σ) والتدفق الفوتوني لتلك الاشعة (F) الذي يمثل فيض الفوتونات في الموجة الكهرومغناطيسية الساقطة، أي أن:

$$\sigma = \frac{W}{F} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-32)$$

حيث ان $F = \frac{I}{\hbar\omega}$ ، σ مقطع الانتقال او مقطع الامتصاص (Absorption cross section) وهو مقياس لاحتمال امتصاص الذرة لشعاع كهرومغناطيسي ويعين بوحدة المساحة، بالاستعانة بالعلاقة (1-27,d) يكون لمقطع الانتقال التعبير التالي:

$$\boldsymbol{\sigma = \frac{\pi}{3n\varepsilon_\circ c\hbar} \, |\mu|^2 \omega \, g(\Delta\omega)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \boldsymbol{(1-33)}$$

يبدو من هذه المعادلة بان مقطع الامتصاص($\boldsymbol{\sigma}$) يعتمد على المعاملات العائدة للوسط ($\boldsymbol{g}$) وهي دالة تعطي احتمالية الانتقال عند تردد معين و ($\boldsymbol{\mu}$) **وكذلك تردد الموجة الساقطة ($\boldsymbol{\omega}$)**، فمن معرفة(σ) كدالة للتردد(ω) يكون لنا كل ما نحتاجه لوصف عملية الانتقال لذرات وسط ما. إن مقطع الانتقال كمية مهمة في دراسة الانتقال كذلك يكون مقطع الانتقال للانبعاث المحفز يساوي مقطع الانتقال للامتصاص.

يمكن وصف أيضا التأثير المتبادل للإشعاع الكهرومغناطيسي مع المادة بكمية أخرى معروفة وهي معامل الامتصاص(α) والذي يرتبط مع مقطع الامتصاص(σ) بالعلاقة الاتية:

$$\boldsymbol{\alpha = \sigma(N_1 - N_2)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \boldsymbol{(1-34)}$$

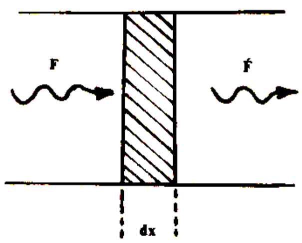
فاذا كان تأهيل المستوي الاوطأ(N_1) أكبر من تأهيل المستوي الأعلى منه(N_2) سيكون المقدار(α) مقدارا موجب ويدعى بمعامل امتصاص الوسط، باستخدام المعادلة (33-1) يكون لهذا المقدار التعبير الاتي:

$$\boldsymbol{\alpha = \frac{\pi}{3n\varepsilon_\circ c_\circ \hbar} |\mu|^2 \omega (N_1 - N_2)\, g(\Delta\omega) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-35)}$$

وبما ان (α) تعتمد على تأهيل المستويين لذرات المادة لذا فان هذه الكمية تبدو غير ملائمة لوصف التفاعل في تلك الحالات التي يكون فيها تأهيل المستويين المعنيين مع الزمن متغيرا وكما هو الحال في الليزر. إن أهمية استخدام معامل الامتصاص تقع في إمكانية قياسه وبصورة مباشرة في أكثر الحالات وذلك كما يلي:

لنأخذ مستويين من مستويات الطاقة (1) و (2) لمادة معينة تعدادهما(N_1) و(N_2) على التوالي. إذا انتشرت في المادة باتجاه(x) مثلا موجة مستوية شدتها تقابل حزمة فوتونات فيضها(F). ان مقدار تغير الفيض(dF) باتجاه(x) في داخل المادة ولمسافة(dx) والناتج عن عمليتي الانبعاث المحفز والامتصاص في المنطقة المظللة في الشكل (12-1) تتحدد وفقا للمعادلة:

$$dF = \sigma F(N_2 - N_1)dx$$



شكل (١ ـ ١٢) : التغير المتناهي في الصغر dF في التدفق الفوتوني لموجة كهرومغناطيسية مستوية نتيجة عبورها مسافة d x في الوسط.

وعلى غرار المعادلة أعلاه اذا كانت $N_2 > N_1$ فستعمل المادة بمثابة مضخم أي ان $(dF/dx > 0)$، في حين اذا كانت $N_2 < N_1$ فستعمل المادة بمثابة وسط ماص. فاذا افترضنا للسهولة ان جميع ذرات المادة في الحالة الأرضية، أي ان $N_2 = 0$ و $N_1 = N$ فسيكون مقدار تغير الفيض بالشكل التالي:

$dF = -\sigma NFdx$

وحيث أن $\alpha = \sigma N$ ، لذلك ستصبح المعادلة أعلاه بالشكل التالي:

$$dF = -\alpha Fdx \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-36)$$

وعلى هذا فان نسبة فيض الفوتونات بعد اختراق مسافة(x) من المادة الى الفيض الابتدائي هو:

$$\frac{F(x)}{F(0)} = e^{-\alpha x} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-37,a)$$

وبدلالة شدة الاشعاع (I) يكون:

$$\boldsymbol{\frac{I(x)}{I(0)} = e^{-\alpha x} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-37,b)}$$

يمكن تجريبيا قياس النسبة بين شدة الاشعاع الساقط الى الخارج لطول موجة معينة ومنها يمكن تعين قيمة(α) لتلك الموجة، كما يمكن تعين مقطع الانتقال(σ) باستخدام العادلة (1-34) بعد معرفة (N_1) و(N_2). فاذا كان الوسط في حالة توازن حراري فان التأهيل لمستويات الطاقة للذرة يوصف حسب إحصائية بولتزمان، فحسب هذا التوزيع يكون:

$$\frac{N_2}{N_1} = exp^{\frac{-(E_2-E_1)}{KT}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-38)$$

ان الجهاز المستخدم لقياس معامل الامتصاص يدعى بمقياس طيف الامتصاص الفوتومتري وهو منظار طيف ذو مقياس ضوئي كمي للشدة النسبية.

من البديهي لا يمكن قياس معامل الامتصاص لانتقال في نظام ذري فيه المستوى الاوطأ (1) فارغ، فقد يحدث هذا عندما يكون المستوى الاوطأ لا يمثل المستوي الأرضي بل احدى المستويات الأعلى منه التي تحتاج الى طاقة أكبر بكثير منKT لتاهيلها. من الاستنتاجات الأخرى حول الموضوع هي الحالة التي يكون فيها $N_1 < N_2$ (حالة الليزر) فان معامل الامتصاص المعرف في المعادلة (1-34) يغدو سالبا وفي هذه الحالة تتضخم الموجة الساقطة بدلا من ان تضعف نتيجة الامتصاص من قبل الوسط، عندها نتكلم عن كمية جديدة (G) تُعرف بالشكل التالي:

$$\boldsymbol{G = -\alpha = \sigma(N_2 - N_1) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-39)}$$

هذه الكمية الموجبة تدعى **بمعامل الكسب.**

يمكن خلاصة ما ورد في أعلاه، تعريف ثلاث كميات هي$\boldsymbol{W}$ و $\boldsymbol{\sigma}$ و $\boldsymbol{\alpha}$ وهي تمثل ثلاث طرق لوصف الامتصاص والانبعاث المحفز، فالمقدار W هو احتمالية الانتقال ويُعبر فيزيائيا عنه وببساطة بالمعادلتين (1-18) و $(20-1)$ ويمكن الحصول على هذا المقدار وبشكل مباشر من حسابات الميكانيك الموجي، اما المقدار σ مقطع الامتصاص فيعتمد على خصائص الوسط وأخيرا المقدار α معامل الامتصاص الذي يمكن الحصول عليه بشكل مباشر عن طريق القياس.

المصادر:

1- فيزياء الليزر – سهام عفيف قندلا

2- Introduction to Laser Physics 1st Edition- K. Shimoda

3- Basics of Laser Physics: For Students of Science and Engineering. (Graduate Texts in Physics) 2nd Edition.