وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي
جامعة الانبار
كلية العلوم/ قسم الفيزياء

اسم المادة: الليزر/2

المستوى الدراسي: الدراسات الأولية

المرحلة: الثالثة

المحاضرة التاسعة عشر

عنوان المحاضرة: حساب نصف قطر حزمة الليزر حسب نوع المرنان

مدرس المادة

أ.م. د جمال مال الله رزيج العبيدي

حساب نصف قطر حزمة الليزر حسب نوع المرنان

٢. المرنان ذو الأقطار الكبيرة *(Large-Radii Resonator)*:

في هذا النوع تكون أنصاف أقطار تكور المرايا أكبر بكثير من طول المرنان. تحسب قيمة نصف قطر النمط الكاوسي الخارج *(R)* كالآتي:

$$R = x(1+\frac{\pi^2 w_o^2}{\lambda^2 x^2})$$

يمتاز هذا النوع بسهولة عملية الترصيف البصري وأن أصغر نصف قطر لحزمة الليزر يكون عند منطقة التخصر *(Waist)* ويحسب كالآتي:

نصف قطر الحزمة في منطقة التخصر (w_o)

$$w_o^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2}.\frac{L(r_1-L)(r_2-L)(r_1+r_2-L)}{(r_1+r_2-2L)^2}$$

حجم شعاع الليزر عند المرآة الأولى

$$w_1^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2}.\frac{r_1^2 L(r_2-L)}{(r_1-L)(r_1+r_2-L)}$$

حجم شعاع الليزر عند المرآة الثانية

$$w_2^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2}.\frac{r_2^2 L(r_1-L)}{(r_2-L)(r_1+r_2-L)}$$

حيث r_1 و r_2 نصف قطر المرآة الأولى والثانية. إذا كان $r_1=r_2$ يصبح:

$$w_o^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2}.\frac{L(2r-L)}{4}$$

$$w_1^4 = w_2^4 = w^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2}.\frac{r^2 L}{(2r-L)}$$

أما إذا كان $r>>L$ يصبح:

$$w^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2}.\frac{rL}{2}$$

مثال: احسب قيمة نصف قطر النمط الكاوسي *(R)* إذا كان $w_o=1mm$ و $\lambda=0.5\mu m$ و $x=25cm$؟

الحل:

$$R = x(1+\frac{\pi^2 w_o^2}{\lambda^2 x^2}) = 0.25(1+\frac{(3.14)^2(0.001)^2}{(0.5\times10^{-6})^2(0.25)^2}) = 158m$$

المرنان متحد البؤرة *(Confocal Resonator)*:

يحسب نصف قطر شعاع الليزر كالآتي:

$$w^2 = \frac{r\lambda}{\pi}$$

$$w_o^2 = \frac{r\lambda}{2\pi}$$

$$\frac{w}{w_o} = \sqrt{2} \approx 1.4$$

وتعطى زاوية إنفراج شعاع الليزر كالآتي:

$$\theta_{confocal} = \sin^{-1}(\frac{\lambda}{\pi w_o})$$

٥. المرنان نصف الكروي *(Hemispherical)*:

يتكون هذا النوع من مرآة مستوية وأخرى مقعرة. لذلك يكون حجم النمط المستعرض عند المرآة المقعرة أكبر ما يمكن وعند المرآة المستوية أصغر ما يمكن. يحسب قطر الحزمة كالآتي:

$$w_o^4 = w_1^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2} L(r_1 - L)$$

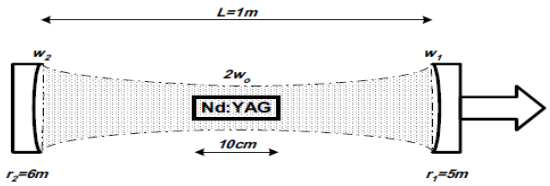
$$w_2^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2} \cdot \frac{r_1^2 L}{r_1 - L}$$

مثال: مرنان لليزر $Nd:YAG$ يتكون من مرآتين مقعرتين كما في الشكل أدناه، احسب:

(١) حجم النمط TEM_{oo} عند المركز وعلى المرآتين (w_o, w_1, w_2)

(٢) زاوية إنفراج شعاع الليزر (θ_{div})

(٣) إذا غيرنا المرآة الأمامية بمرآة مستوية $(Plane)$ ، ماذا يتغير في الحسابات؟



الحل:

(١) الحالة الأولى، نصف قطر حزمة الليزر ذات النمط (TEM_{oo}) في منطقة التخصر (w_o)

$$w_o^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2}.\frac{L(r_1-L)(r_2-L)(r_1+r_2-L)}{(r_1+r_2-2L)^2} = 2.81\times10^{-13}\,m$$

$$w_o = (w_o^4)^{\frac{1}{4}} = 0.728mm$$

وحجم النمط أو شعاع الليزر عند المرآة الأولى

$$w_1^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2}.\frac{r_1^2 L(r_2-L)}{(r_1-L)(r_1+r_2-L)} = 3.56\times10^{-13}\,m$$

$$w_1 = (w_1^4)^{\frac{1}{4}} = 0.7723mm$$

أما حجم النمط أو شعاع الليزر عند المرآة الثانية

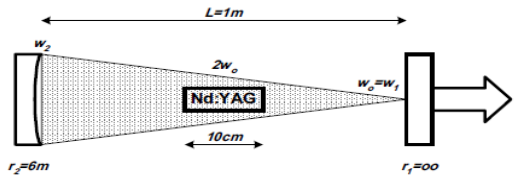
$$w_2^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2}.\frac{r_2^2 L(r_1-L)}{(r_2-L)(r_1+r_2-L)} = 3.28\times10^{-13}\,m$$

$$w_2 = (w_2^4)^{\frac{1}{4}} = 0.7567mm$$

(٢) الآن نحسب زاوية إنفراج النمط أو شعاع الليزر كالآتي:

$$\theta_{div} = \frac{\lambda}{\pi w_o} = \frac{1.064\times10^{-6}\,m}{3.14\times7.28\times10^{-4}\,m} = 4.634\times10^{-4}$$

الآن نبدل المرآة الأمامية $(r_1=5m)$ بمرآة مستوية $(r_1=\infty)$ ونحسب حجم أو نصف قطر النمط أو شعاع الليزر مرة ثانية وكالآتي:



$$w_o^4 = w_1^4 = 8.1968\times10^{-13}\,m$$

$$w_o = w_1 = 8.686\times10^{-4}\,m = 0.8686mm$$

$$\theta_{div} = \frac{\lambda}{\pi w_o} = \frac{1.064\times10^{-6}\,m}{3.14\times9.515\times10^{-4}\,m} = 3.884\times10^{-4}$$

مثال: مرنان يتكون من مرآتين مقعرتين نصف قطر تكور كل منهما $(r=4m)$ والمسافة بينهما $(L=1m)$. احسب حجم النمط الكاوسي (TEM_{oo}) عند مركز المرنان وعلى المرآتين وكذلك زاوية الإنفراج (θ_{div}) إذا الطول الموجي لشعاع الليزر $(l=514.5mm)$ وهو ليزر الأركون (Ar^{+3}). ثم وضح كيف يتغير حجم وإنفراجية النمط إذا استبدلنا إحدى المرآتين بمرآة مستوية وأصبحت المسافة بين المرآتين $(2m)$.

الحل:

في البداية نعرف نوع المرنان وهو مرنان ذو الأقطار الكبيرة *(Large-Radii Resonator)* إذن

$$w_o^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2}.\frac{L(2r-L)}{4} = 4.6936\times10^{-14}\,m \Rightarrow w_o = 0.465mm$$

$$w_1^4 = w_2^4 = w^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2}.\frac{r^2L}{(2r-L)} = 6.1310^{-14}\,m \Rightarrow w_1 = w_2 = w = 0.4976mm$$

$$\theta_{div} = \frac{\lambda}{\pi w_o} = \frac{514.5\times10^{-9}\,m}{3.14\times23.8\times10^{-3}\,m} = 3.522\times10^{-4}$$

في الحالة الثانية يصبح المرنان من نوع نصف الكروي *(Hemispherical)* إذن

$$w_o^4 = w_2^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2}L(r_1-L) \Rightarrow w_o = w_2 = 0.532mm$$

$$w_1^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2}.\frac{r_1^2L}{r_1-L} \Rightarrow w_1 = 0.615mm$$

$$\theta_{div} = \frac{\lambda}{\pi w_o} = 3.078\times10^{-4}$$

H.W

1) مرنان نوع متحد البؤرة لليزر *He-Ne* فيه قطر المرآة $(r=0.6m)$، احسب نصف قطر شعاع الليزر في المركز وعلى المرآتين وزاوية الإنفراج.

2) مرنان نصف كروي لليزر أيون الأركون طوله $(50cm)$ ونصف قطر المرآة المقعرة $(r_1=53cm)$، فإذا تم تشغيل الليزر بالطول الموجي $(488nm)$، احسب حجم شعاع الليزر في المركز وعند المرآتين. ثم بين تأثير تغير طول المرنان على حجم الشعاع.

3) مرنان ليزر نيديميوم-ياك طوله $(5cm)$ يبعث أشعة بطول موجي $(1.06mm)$، فإذا كانت المرآة الأمامية مستوية والخلفية مقعرة نصف قطر تكورها $(1m)$ والمسافة الفاصلة بين المرآتين $(20cm)$، احسب زاوية إنفراج شعاع الليزر ؟

المصادر:

1- فيزياء الليزر – سهام عفيف قندلا

2- Introduction to Laser Physics 1st Edition- K. Shimoda

3- Basics of Laser Physics: For Students of Science and Engineering. (Graduate Texts in Physics) 2nd Edition.