تعريف: يقال للعلاقة التي تتضمن مشتقات وتفاضلات لبعض الدوال الرياضية بالمعادلة التفاضلية ، تظهر هذه الدوال بشكل متغيرات المعادلة ، وتقسم المعادلات التفاضلية إلى :-

1- المعادلات التفاضلية الاعتيادية (ODE)

هي المعادلات التي تحوي متغير معتمد أو يسمى متغير تابع وليكن y ومتغير مستقل واحد فقط وليكن x ومن أمثلتها

$$a)\ \frac{dy}{dx} = x + 1 \quad ,$$

$$b)\ y'' + 2\,\sin y = 1,$$

$$c)\ (\,y'')^2 + y' = 5x\,,$$

2- المعادلات التفاضلية الجزئية (PDE)

هي المعادلات التي تحوي متغير تابع أو معتمد مع متغيرين مستقلين أو أكثر ومن أمثلتها

$$d)\ x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y},$$

$$e)\ \ \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}.$$

- **رتبة المعادلات التفاضلية (Order of DE)**

وهي أعلى مشتقة تظهر في المعادلة التفاضلية

- **درجة المعادلات التفاضلية (Degree of DE)**

وهي الأس أو القوة لأعلى مشتقة تظهر في المعادلة بشرط أن تكون خالية من الجذور أو القوى الكسرية وفي هذه الحالة نحاول التخلص منها لمعرفة درجة المعادلة التفاضلية

مثال :- ما رتبة ودرجة المعادلات التفاضلية الآتية

1) $\frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} + y = x + y$

معادلة من الرتبة (2) والدرجة (1)

2) $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} = k\frac{d^2y}{dx^2}$ معادلة من الرتبة (2) والدرجة (1)

المعادلات التفاضلية الخطية (Linear DE.)

تسمى المعادلة التفاضلية العادية خطية إذا كان التابع المجهول وجميع مشتقاته التي تحويها المعادلة من الدرجة الأولى غير مضروبة مع بعضها . أي أن الشكل العام للمعادلة التفاضلية العادية الخطية من المرتبة n هو:

$$\frac{d^n y}{dx^n} + p_1(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + p_2(x)\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}} + \cdots + p_n(x)y = f(x)$$

حيث أن $p_1(x)\ ,\ p_2(x)\ ,\ ...,\ p_n(x)\ ,\ f(x)$ توابع حقيقية للمتحول x.

إذا كان $f(x) \equiv 0$ فإن المعادلة تصبح على الشكل:

$$\frac{d^n y}{dx^n} + p_1(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + p_2(x)\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}} + \cdots + p_n(x)y = 0$$

وتسمى معادلة تفاضلية عادية خطية متجانسة، وفيما عدا ذلك، فإنها تسمى معادلة تفاضلية عادية خطية غير متجانسة.

إذا كانت جميع المعاملات في المعادلة أعداداً ثابتة فتصبح على الشكل:

$$\frac{d^n y}{dx^n} + a_1\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + a_2\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}} + \cdots + a_n y = f(x)$$

وتسمى معادلة تفاضلية عادية خطية غير متجانسة ذات أمثال ثابتة وفيما عدا ذلك تسمى معادلة تفاضلية عادية خطية ذات أمثال متحولة.

- حل المعادلات التفاضلية (Solution of DE.)

هو أي علاقة بين المتغيرات المعتمدة والمتغيرات المستقلة وتكون خالية من المشتقات وتحقق المعادلة التفاضلية

مثال :- اثبت ان $y = e^{2x}$ يمثل حلا للمعادلة التفاضلية $y'' + y' - 6y = 0$

الحل :- اذا كانت $y = e^{2x}$ فان

$$y' = 2e^{2x}$$

$$y'' = 4e^{2x}$$

بالتعويض في المعادلة الأصلية نحصل

$$y'' + y' - 6y = 4e^{2x} + 2e^{2x} - 6e^{2x} = 0$$

وعليه تمثل $y = e^{2x}$ حل للمعادلة التفاضلية المعطاة

<u>واجب بيتي</u>

1- اثبت أن $y = x^2 + 3x$ هو حل للمعادلة التفاضلية $x\,y' = x^2 + y$

2- اثبت ان $y = 5e^{-x}$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y' + y = 0$

3- هل ان العلاقة $s = 8cos3t + 6sin3t$ هو حل للمعادلة $\frac{d^2s}{dt^2} + 9s = 0$