

5- المعادلات التامة (Exact Equations)

الصيغة العامة للمعادلات التفاضلية التامة هي

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$$

يقال للمعادلة بانها تامة اذا تحقق الشرط الاتي

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

يسمى المقدارين $\frac{\partial M}{\partial y}$ و $\frac{\partial N}{\partial x}$ المشتقتان الجزئيتان للدالة M, N بالنسبة الى x, y على التوالي ، اي عند الاشتقاق الجزئي بالنسبة لـ y فان x تعتبر ثابتاً وعند الاشتقاق الجزئي بالنسبة لـ x فان y يعتبر ثابتاً وهكذا

طريقة حل المعادلات التامة : بعد ان يتحقق شرط المعادلات التامة اتبع الخطوات التالية

1- نجد الدالة $f(x, y)$ بواسطة

$$f(x, y) = \int M(x, y)dx$$

2- نجد الدالة $g(x, y)$ بواسطة

$$g(x, y) = \int N(x, y)dy$$

3- نجد الحل العام من العلاقة الاتية

$$f(x, y) + g(x, y) = c$$

دون تكرار الحدود المتشابهة عند التعويض

مثال :- حل المعادلة التفاضلية $2xydy + (y^2 + \cos x)dx = 0$

الحل:- نتحقق من شرط المعادلة التامة

اي نشتق M بالنسبة لـ y ونشتق N بالنسبة لـ x

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y \quad , \quad \frac{\partial N}{\partial x} = 2y$$

∴ الشرط متحقق

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

$$f(x, y) = \int M(x, y)dx = \int y^2 + \cos x \, dx \quad \text{نجد}$$

$$= y^2x + \sin x$$

$$g(x, y) = \int N(x, y)dy = \int 2xy \, dy = xy^2 \quad \text{نجد}$$

$$f(x, y) + g(x, y) = c$$

$$y^2x + \sin x = c$$

واجب // حل المعادلات التفاضلية الاتية

1- $(xy^2 - 1)dx + (x^2y - 1)dy = 0 \quad , y(0) = 1$

2 - $(3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2y + 4y^3)dy = 0$