Chapter 4

Work and Energy

الشغل والطاقة

University of Anbar

College of Science

Department of Applied Geology

First Year

General Physics

جامعة الانبار

كلية العلوم

قسم علوم الجيولجيا التطبيقية

المرحلة الاولى

الفيزياء العامة

Chapter Four

Work and Energy

الفصل الرابع الشغل والطاقة

Dr. Israa Kamil Ahmed

د . اسراء كامل احمد

4.1: الشغل والطاقة Work and Energy

إن مفهوم الشغل والطاقة مهم جداً في علم الفيزياء، حيث توجد الطاقة في الطبيعـة فـي صـور مختلفة مثل الطاقة الميكانيكية Mechanical energy، والطاقة الكهرومغناطيسية والطاقـة، الكيميائيـة Chemical energy والطاقة، Electromagnetic energy والحراريـة Thermal energy، والطاقـة النوويـة Nuclear energy. إن الطاقة بصورها المختلفة تتحول من شكل إلى آخر ولكن في النهاية الطاقة الكلية ثابتـة. فمـثلا الطاقة الكيميائية المختزنة في بطارية تتحول إلى طاقة كهربية لتتحول بدورها إلى طاقـة حركية. ودراسة تحولات الطاقة مهم جداً لجميع العلوم.

ويجدر الـذكر هنـا أن الشـغل والطاقة كميات قياسية وبالتالي فإن التعامل معها سيكون أسهل من استخدام قوانين نيـوتن للحركة، وذلك لأننا كنا نتعامل وبشكل مباشر مع القوة وهى كمية متجهة.

حيث أننا لم نجد أية صعوبة في تطبيق قوانين نيوتن وذلك لأن مقدار القوة المـؤثرة علـى حركـة لأجسام ثابت، ولكن إذا ما أصبحت القوة متغيرة وبالتالي فإن العجلة ستكون متغيرة وهنا يكون التعامل مع مفهوم الشغل والطاقة اسهل بكثير في مثل هذه الحالات.

والشغل قد يكون ناتجاً من قوة ثابتة force constant أو من قـوة متغيـرةvarying force

.

4.2 Work done by a constant force

4.2 العمل المنجز بواسطة قوة ثابتة

اعتبر وجود جسم يتحرك إزاحة مقدارها s تحت تأثير قوة F، وهنا سوف نأخذ حالة بسيطة عندما تكون الزاوية بين متجه القوة ومتجه الإزاحة يساوي صفراً وفي الحالة الثانية عندما تكون هناك زاوية بين متجه الإزاحة ومتجه القوة وذلك للتوصل إلى القانون العام للشغل.

• **قوة منتظمة في اتجاه الحركة**

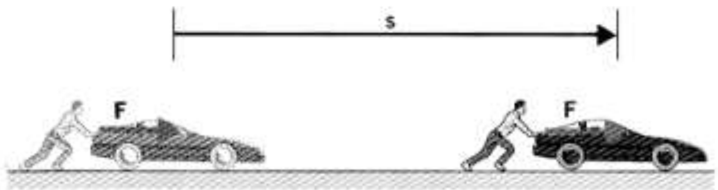


Figure 4.1

The work in this case is given by the equation

$$W = F\,s \qquad (4.1)$$

• **قوة منتظمة تعمل زاوية مقدارها θ مع اتجاه الحركة**

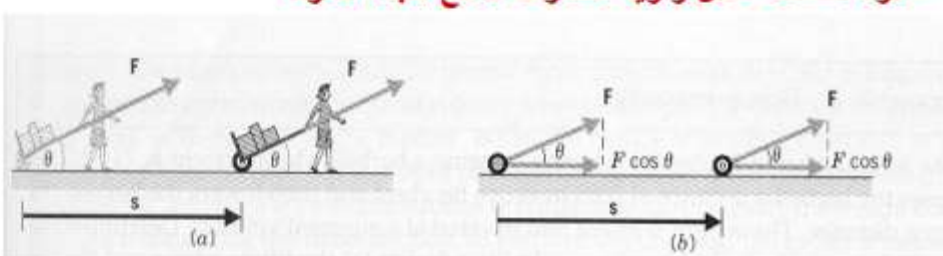


Figure 4.2

The work in this case is done by the horizontal component of the force

$$W = F\cos\theta\, s \qquad (4.2)$$

The above equation can be written in the directional form as dot product

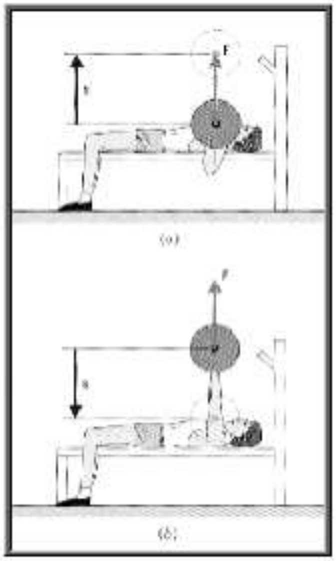
$$W = \vec{F}\cdot\vec{s} \qquad (4.3)$$

The unit of the work is N.m which is called Joule (J).

Work can be positive or negative

Important Notes

- ***The object must undergo a displacement s.***
- ***F must have a non-zero component in the direction of s.***
- ***Work is zero when there is no displacement.***
- ***Work is zero when the force is perpendicular to the displacement.***
- ***Work is positive when F is indirection of displacement or when $0 \le \theta < 90$ as in Figure 4.3(a).***
- ***Work is negative when F is in opposite direction of displacement or when $90 < \theta \le 180$ as in Figure4.3(b).***



Example 4.1

Find the work done by a 45N force in pulling the luggage carrier shown in Figure 4.2 at an angle $\theta = 50^\circ$ for a distance $s = 75$m.

Solution

According to equation 4.2, the work done on the luggage carrier is

$$W = (F\cos\theta)\, s = 45 \cos 50^\circ \times 75 = 2170\text{J}$$

Example 4.2

The weight lifter shown in Figure 4.3 is bench-pressing a barbell whose weight is 710N. He raises the barbell a distance 0.65m above his chest and then lowers the barbell the same distance. Determine the work done on the barbell by the weight lifter during (a) the lifting phase and (b) the lowering phase.

Solution

(a) The work done by the force F during the lifting phase is

$$W = (F\cos\theta)\, s = 710 \cos 0^{\circ} \times 0.65 = 460\text{J} \quad [\textbf{\textit{Positive work}}]$$

(a) The work done by the force F during the lowering phase is

$$W = (F\cos\theta)\, s = 710 \cos 180^{\circ} \times 0.65 = -460\text{J} \ [\textbf{\textit{Negative work}}]$$

Example 4.3

A force $F = (6i - 2j)$ N acts on a particle that undergoes a displacement $s = (3i + j)$ m. Find (a) the work done by the force on the particle and (b) the angle between F and s.

Solution

(a) $W = \vec{F}.\vec{s} = (6i - 2j).(3i + j) = (6)(3) + (-2)(1) = 18 - 2 = 16\text{J}$

(b) $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = 6.32\text{N}$

$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = 3.16\text{m}$$

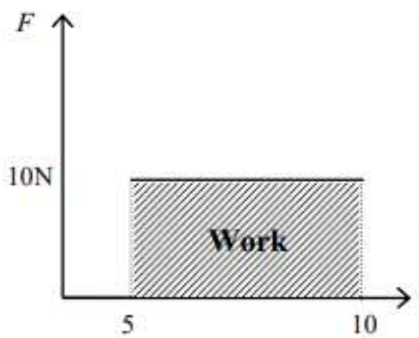
$W = F\, s \cos\theta$

$$\cos\theta = \frac{W}{Fs} = \frac{16}{6.32 \times 3.16} = 0.8012$$

$\theta = \cos^{-1}(0.8012) = 36.8^{\circ}$

4.3 Work done by a varying force

ذكرنا سابقا أن استخدام مفهوم الشغل سوف يساعدنا في التعامل مع الحركة عندما تكــون القوة غير منتظمة، ولتوضيح ذلك دعنا نفترض أن قوة منتظمة قدرها 10N تؤثر علــى جسم ليتحرك مسافة من x_i=5m إلى x_f=25m وبالتالي فــإن الإزاحــة مقــدارها 20m، ولتمثيل ذلك بيانياً نرسم محور القوة ومحور الإزاحة كما في الشكل، وبالتالي تكون القوة هي خط مستقيم يوازي محور x.

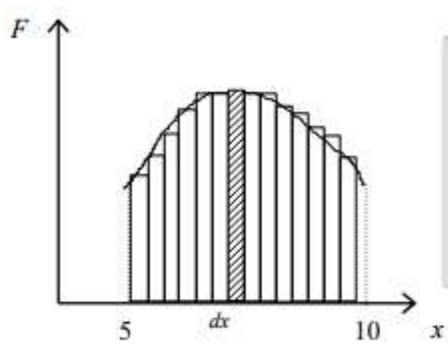


Work = $F\,s$ = 10×(25-5) = 200J

وهذا عبارة عن المساحة تحت المنحنى وهى مساحة المستطيل الذي عرضه 10N وطوله 20m.

Figure 4.4

أما في حالة كون القوة متغيرة خلال الإزاحة كما هو مبين في الشكل التالي:



$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

وهذا عبارة عن المساحة تحت المنحنى أيضا.

Figure 4.5

في هذه الحالة نأخذ إزاحة صغيرة قدرها Δx حتى تكون القوة المــؤثرة لهــذه الإزاحــة منتظمة وهنا يكون الشغل المبذول يعطى بالعلاقة التالية:

$$\Delta W = F_x \Delta x \qquad (4.4)$$

وإذا قمنا بتقسيم منحنى القوة إلى أجزاء صغيرة وحسبنا الشغل المبذول خلال كـــل جـــزء وجمعناهم، فإنه يمكن التعبير عن ذلك بالعلاقة الرياضية التالية:

$$W = \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x \qquad (4.5)$$

وعند جعل الإزاحة Δx أصغر ما يمكن أي أنها تؤول إلى الصفر لكي نحصل على قـــيم أدق فإن المعادلة السابقة تتحول إلى

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx \qquad (4.6)$$

وهذه هي الصورة العامة للشغل (لاحظ أن $F_x = F\cos\theta$).

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F.dx \qquad (4.7)$$

Example 4.4

If an applied force varies with position according to $F_x = 3x^3 - 5$, where x is in m, how much work is done by this force on an object that moves from x=4m to x=7m?

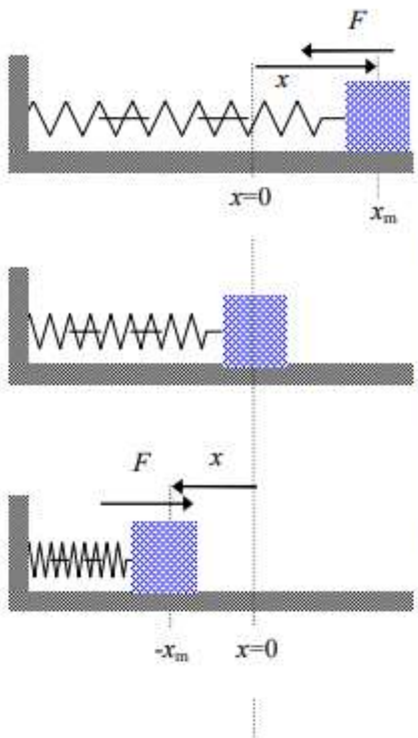
Solution

$F = 3x^3 - 5$

$$W = \int_{x1}^{x2} F dx \qquad \int_4^7 (3x^3 - 5)dx \quad \left[\frac{3}{4}x^4 - 5x\right]_4^7$$

$W = 1.59\text{kJ}$

4.4 Work done by a spring



يعتبر الزنبرك Spring تطبيقاً عملياً على قوة متغيرة مع الإزاحة حيث أن القوة في حالة الزنبرك تعطى بالقانون التالي وهو قانون هوك Hooke's law.

$$F_s = -k\,x$$

حيث k هو ثابت الزنبرك، والإشارة السالبة تدل على أن قوة شد الزنبرك في عكس اتجاه الإزاحة x.

Work done by a spring:

$$W_s = W_{-xm\rightarrow 0} + W_{0\rightarrow xm} = \text{zero}$$

وذلك لأن الشغل المبذول لتحريك الجسم بواسطة قوة الزنبرك من $x_i=-x_m$ إلى $x_f=0$ يساوى الشغل المبذول لتحريك الجسم بواسطة قوة الزنبرك من xi=0 إلى $x_f=x_m$ ولكن بالسالب.

Work done by an external agent:

الشغل المبذول بواسطة مؤثر خارجي لتحريك الجسم المتصل بزنبرك ببطء من $x_i=0$ إلى $x_f=x_m$

$$W_{Fapp} = \frac{1}{2}kx_m^2$$

Figure 4.6

الشكل السابق 4.5 يوضح مراحل إزاحة جسم مرتبط بزنبرك كمثال على القوة المتغيرة حيث أن القوة الاسترجاعية للزنبرك تتغير مع تغير الإزاحة. ولحساب الشغل المبذول بواسطة شخص يشد ببطء الزنبرك من $x_i=-x_m$ إلى $x_f=0$ نعتبر أن القوة الخارجية F_{app} تساوي قوة الزنبرك F_s أي أن

$$F_{app} = -(-kx) = kx \qquad (4.8)$$

The work done by the external agent is

$$W_{F_{app}} = \int_0^{x_m} F_{app}\,dx = \int_0^{x_m} kx\,dx = \frac{1}{2}kx_m^{\ 2} \qquad (4.9)$$

لاحظ أن الشغل المبذول بواسطة قوة خارجية تساوي سالب الشغل المبذول بواسطة قوة شد الزنبرك.

4.5 Work and kinetic energy

تعلمنا في أجزاء سابقة أن الجسم يتسارع إذا أثرت عليه قوة خارجية. فإذا فرضنا هنا أن جسم كتلته m يتعرض إلى قوة منتظمة مقدارها F في اتجاه محور x. وبتطبيق قـانون نيوتن الثاني نجد أن

$$F_x = m\,a \qquad (4.10)$$

فإذا كانت الإزاحة الكلية التي تحركها الجسم هي s فإن الشغل المبذول في هـذه الحالـة يعطى بالمعادلة

$$W = F_x\, s = (m\,a)\, s \qquad (4.11)$$

ومن معلومات سابقة عن جسم يتحرك تحت تأثير عجلة ثابتة

$$s = \frac{1}{2}(v_i + v_f)\, t \quad \& \quad a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

وبالتعويض في معادلة الشغل نحصل على

$$W = m\left(\frac{v_f - v_i}{t}\right)\frac{1}{2}\left(v_i + v_f\right)t \qquad (4.12)$$

$$W = \frac{1}{2}\, mv_f^2 - \frac{1}{2}\, mv_i^2 \qquad (4.13)$$

The product of one half the mass and the square of the speed is defined as the ***kinetic energy*** of the particle and has a unit of J

$$K = \frac{1}{2}\, mv^2 \qquad (4.14)$$

$$W = K_f - K_i \qquad (4.15)$$

This means that the work is the change of the kinetic energy of a particle.

$$W = \Delta K \qquad (4.15)$$

لاحظ أن طاقة الحركة K دائما موجبة ولكن التغير في طاقة الحركة ΔK يمكن أن يكون سالباً أو موجباً أو صفراً.

Example 4.5

طائرة مقاتلة ذات كتلة $5*10^4$ Kg تسافر بسرعة $V_i=1.1\times10^4 m/s$ كما هو موضح في الشكل 4.7

ومحرك الطائرة يمتلك قوة ثابتة من $4*10^5$ N بازاحة 2.5×10^6 m احسب السرعة النهائية للطائرة؟

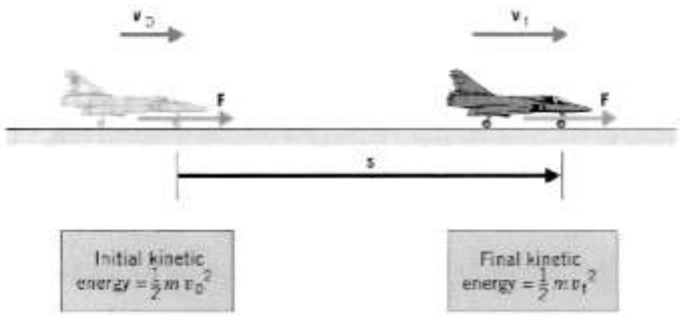


Figure 4.7

According to equation 4.7, the work done on the engine is

$$W = (F\cos\theta)\, s = 4\times10^5 \cos 0^\circ \times 2.5\times10^6 = 1\times10^{12}\text{J}$$

The work is positive, because the force and displacement are in the same direction as shown in Figure 4.7. Since $W = K_f - K_i$ the final kinetic energy of the fighter jet is

$$K_f = W + K_i$$

$$= (1\times10^{12}\text{J}) + ½\,(5\times10^4\text{kg})\,(1\times10^4\text{m/s})^2 = 4.031\times10^{12}\text{J}$$

The final kinetic energy is $K_f = ½\, mv_f^2$, so the final speed is

$$v_f = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \sqrt{\frac{2(4.03\times10^{12})}{5\times10^4}} = 1.27\times10^4 \text{ m/s}$$

حيث أن المحرك يبذل شغلاً موجباً لذا كانت السرعة النهائية أكبر من السرعة الابتدائية.

4.6 Power

***The power** is defined as the time rate of energy transfer.* If an external force is applied to an object, and if the work done by this force is ΔW it the time interval Δt, then the average power is:

$$P_{ave} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad (4.16)$$

The instantaneous power is given by

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \qquad (4.17)$$

$$P = \frac{dW}{dt} = F.\frac{ds}{dt} \qquad (4.18)$$

$$\therefore P = F.v \qquad (4.19)$$

The (SI) unit of the power is J/s which is called watt (W).

وتعرف القدرة بأنها معدل الزمني لنقل الطاقة, فإذا تم تطبيق قوة خارجيةعلى جسم معين، وإذا كان الجسم نفسه ينجز شغلΔW بسبب القوة المسلطة عليه بفاصل الزمني ΔT ، فان متوسط الطاقة هوحسب ماتم ذكره في المعادلة (4.16)

وحدة قياس القدرة هي جول / ثانية ومايسمى الواط

.

EXAMPLE 4.6

رياضي بوزن 65 كجم يركض مسافة 600 متر فوق جبل يميل بزاوية 20° مع الافق . انه يؤدي هذا الانجاز في 80 ثانية. على فرض أن مقاومة الهواء تهمل ولاتذكر ، (أ) كم من العمل يحتاجه لفعل هذا الانجاز الرياضي (ب) ما هي القدرة اللازمة لاداء هذا الانجاز الرياضي ؟

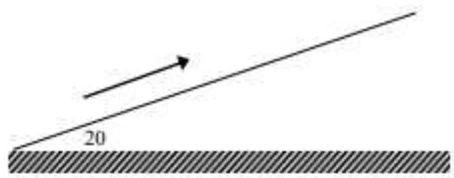


Figure 4.8

Assuming the athlete runs at constant speed, we have

$$W_A + W_g = 0$$

where W_A is the work done by the athlete and W_g is the work done by gravity. In this case,

$$W_g = -mgs(\sin\theta)$$

So

$$W_A = -W_g = +mgs(\sin\theta)$$

$$= (65\text{kg})(9.80\text{m/s}^2)(600\text{m})\sin 20^\circ$$

(b) His power output is given by

$$P_A = \frac{W_A}{\Delta t} = \frac{1.31\times10^5 J}{80\, s} = 1.63\text{kW}$$

Example 4.7

A 4-kg particle moves along the x-axis. Its position varies with time according to $x = t + 2t^3$, where x is in m and t is in s. Find (a) the kinetic energy at any time t, (b) the acceleration of the particle and the force acting on it at time t, (c) the power being delivered to the particle at time t, and (d) the work done on the particle in the interval $t = 0$ to $t = 2$ s.

Solution

Given $m = 4$ kg and $x = t + 2t^3$, we find

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(t + 2t^3) = 1 + 6t^2$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\,(4)(1 + 6t^2)^2 = (2 + 24t^2 + 72t^4)\ \text{J}$$

(b) $$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(1 + 6t^2) = 12t\ \text{m/s}^2$$

$$F = m\,a = 4(12t) = 48t\ \text{N}$$

(c) $$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dK}{dt} = \frac{d}{dt}(2 + 24t^2 + 72t^4) = (48t + 288t^3)\text{W}$$

[or use $P = Fv = 48t\,(1 + 6t^2)$]

(d) $W = K_f - K_i$ where $t_i = 0$ and $t_f = 2$s.

At $t_i = 0$,

$K_i = 2$J

At $t_f = 2$ s,

$K_f = [2 + 24(2)^2 + 72(2)^4] = 1250$ J

Therefore,

W = 1.25 × 103 J

REFERENCE

1- Based Physics I by Jeffrey W. Schnick Copyright 2005-2008, Jeffrey W. Schnick, Creative Commons Attribution Share-Alike License 3.0. You can copy, modify, and rerelease this work under the same license provided you give attribution to the author. See http://creativecommons

2- FUNDAMENTALS OF PHYSICS HALLIDAY & RESNICK 9^{th} EDITION Jearl Walker Cleveland State University