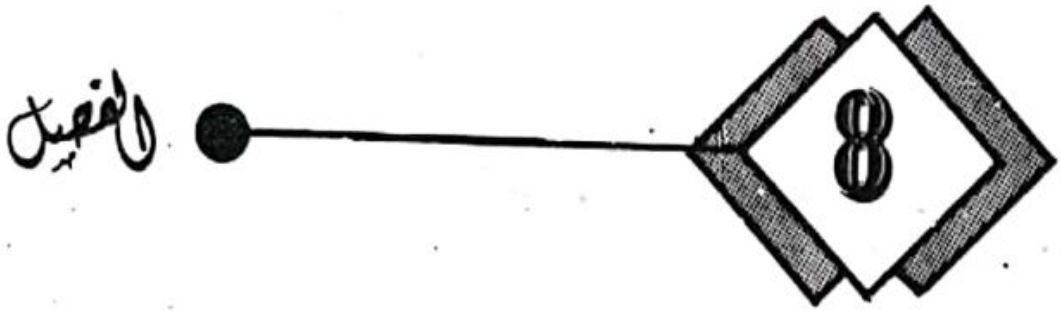



# الخواص الكهربائية للمواد الصلبة

# Electrical Properties of Solids

## 8.1 المقدمة Introduction

ستتناول في هذا الفصل دراسة خواص الكهربائي والتوصيل الحراري الالكتروني للمواد الصلبة الفلزية . كما هو معروف أن عناصر المواد الصلبة تحتوي إما على أيونات موجبة وسالبة أو على الكترونات . فأذا أثر مجال كهربائي أو مغناطيسي على هذه الاجسام المشحونة ، فأن حركتهم سوف تتأثر حيث تفقد الصفة العشوائية في الحركة لتصبح ذات حركة اتجاهية . إن اهم العوامل التي تؤثر على هذه الحركة هي :

1- طاقة الكترونات التكافؤ الموجودة في الغلاف الخارجي للذرة .
2- حركة برم spin الالكترونات في الذرة
3- التعويق أو التخلف الذي يصحب المجال الكهربائي والمغناطيسي Hysteresis
4- البنية البلورية للمادة الصلبة

## 8.2 التوصيل الكهربائي للمواد الصلبة Electrical Conductivity of Solids

يعرف التوصيل الكهربائي في المواد الصلبة على أنه قابلية انتقال الشحنة الكهربائية من موقع الى موقع آخر وتعتمد هذه على الايونات والتي تتوقف قابلية حركتهم على نوع المادة الصلبة المكونة لهم والالكترونات وكذلك الفراغات الالكترونية Electronic Vacancy . تتكون الفراغات الالكترونية في البنية البلورية ذات الاواصر التساهمية في حالة فقدان احد الالكترونات من المزدوج الالكتروني للاصرة . كما يتكون الفراغ الالكتروني في المواد ذات الاواصر الايونية عند كسر الاصرة الايونية فيتكون في هذه الحالة



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الكترون حر Free electron وفجوة Hole . وتعتبر الفجوة شحنة موجبة على الرغم انها في الحقيقة نقص في الشحنة السالبة ضمن البنية البلورية .

في التوصيل الايوني يكون الوسيط الحامل للشحنات charge carries المنقولة له إما أيونات سالبة أو موجبة . أما في التوصيل الى الالكتروني فالالكترونات هي وسيط النقل . ويرمز لمعامل التوصيل الكهربائي $\sigma$ الذي هو حاصل ضرب عدد حاملات الشحنات (n) ومقدار الشحنة q التي يحملها الحامل الواحد وقابلية حركية حاملات الشحنات ( $\mu$ ) mobility ، أي ان

$$\sigma = n\, q\, \mu \qquad \ldots(8\cdot1)$$

لقد اعتمد تصنيف المواد الصلبة على معاملات توصيلها الكهربائي ، فأننا نجد انواعاً ثلاثة :

1- مواد جيدة التوصيل الكهربائي وهي المواد الفلزية مثل النحاس الذي يكون معامل توصيله الكهربائي بحدود $(10^7\ ohm^{-1}\ m^{-1})$

2- اشباه الموصلات مثل السليكون والجرمانيوم وكبريتيد الرصاص الذي معامل توصيله بحدود $10^2\ ohm^{-1}\ m^{-1}$

3- مواد رديئة التوصيل الكهربائي أو عازلة كهربائياً مثل الابونيت ومعامل توصيله بحدود $10^{-8}\ ohm^{-1}\ m^{-1}$.

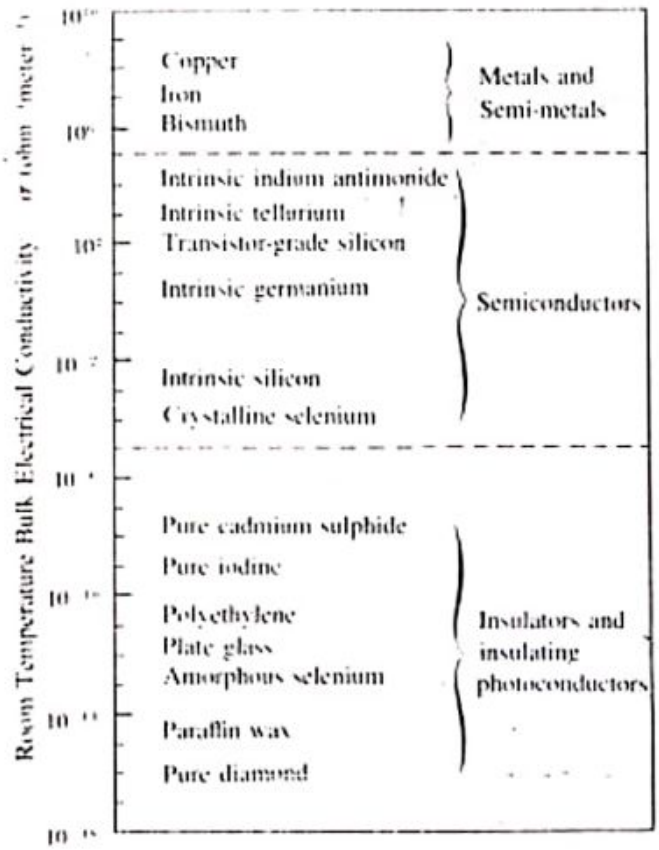
يبين الشكل 8.1 تقسيماً نسبياً (طيفاً) لبعض العناصر حسب قيم توصيلها الكهربائي. ومن هذا الشكل يتضح مقدار التغير الكبير في الصفات الكهربائية للمواد الصلبة المختلفة.

## 8.3 التوصيل الالكتروني في الفلزات Electron Conductivity in Metals

ان من الخواص الشائعة للفلزات تتمثل بتوصيلها الكهربائي والحراري الجيدان. وكذلك تتميز بخواص اخرى مثل المتانة Strength والعاكسية الضوئية Optical reflectivity المسؤولة عن تميز الفلزات بمظهرها البراق. تعتمد الخواص هذه على البنية الذرية والمتغيرات الذرية Atomic Parameters للذرات الفلزات واهمها عدد الكترونات التكافؤ Valance electrons لكل ذرة. يطلق تعبير الكترونات التكافؤ على تلك الالكترونات التي تشغل الغلاف الخارجي للذرة الحرة التي تستعمل لربط الذرات بعضها ببعض لتنشأ بلورة. اما عدد الكترونات التكافؤ فيختلف من عنصر الى آخر ولكن



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner




الشكل (8.1) طيف لبعض العناصر حسب قيم توصيلها الكهربائي

يكون دائماً أقل من العدد اللازم لأشباع او ملء الغلاف الخارجي لذرة حرة . ويطلق على الكترونات التكافؤ لذرة حرة بالكترون التوصيل في الفلزات البسيطة مثل الصوديوم والليثيوم والفلزات الثمينة مثل الذهب والفضة والنحاس . ان عدد الكترونات التوصيل في فلز لوحدة الحجوم يساوي عدد الكترونات التكافؤ لذرة الفلز الحرة مضروباً في عدد الذرات لوحدة الحجوم ، ويعبر عن ذلك رياضياً بـ

$$n = Z\left(\frac{\rho}{M}\right)N_A \qquad \ldots(8\cdot2)$$

حيث ان

Z التكافؤ الذري

$\rho$ كثافة الفلز

M الوزن الذري للفلز

$N_A$ عدد افوكادرو.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

يطلق على الكترونات التوصيل مصطلح غاز الالكترون الحر، او الغاز الالكتروني الحر free electron gas وذلك بسبب اعتبار حركة الكترونات التوصيل بكل حرية داخل البلورة وهذا يشبه حركة ذرات الغاز المثالي في حيز مغلق. ويختلف الغاز الالكتروني الحر في الفلز عن الغازات الاعتيادية ببعض الصفات المهمة :

1- يكون الغاز الالكتروني الحر ذا شحنة سالبة بينما تكون جزيئات الغاز الاعتيادية متعادلة الشحنة في الغالب ولذلك يمكن اعتبار الغاز الالكتروني الحر في فلز مثل بلازما Plasma وهي مادة عالية التأين ، فيها اعداد متساوية من النويات الذرية المؤينة والالكترونات الحرة.

2- يكون تركيز الالكترونات في المعادن كبيراً جداً (حوالي $2 \times 10^{28}$ الكترون لكل متر مكعب ، حيث يعتمد تركيز الالكترونات (اي كثافة الغاز الالكتروني الحر) على مواقع الذرات الفلزية في الجدول الدوري بينما يكون تركيز الغاز الاعتيادي حوالي $10^{25}$ جزيئة لكل متر مكعب.

وكما بينا سابقاً ان خاصية التوصيل الكهربائي والحراري للمواد الفلزية تعتمد على الكترونات التكافؤ او الغاز الالكتروني الحر فعليه اجريت دراسات عديدة للخاصيتين المذكورتين ووضعت نظريات مختلفة لتصرف الغاز الالكتروني الحر في المواد الفلزية . ولقد تطورت هذه النظريات ومرت بثلاثة مراحل.

1- النظرية الكلاسيكية للغاز الالكتروني الحر: ولقد وضعت من قبل العالمين درود Drude ولورنتز Lorentz وقد افترضا فيها ان الفلزات تحتوي الكترونات حرة تخضع في حركتها لقوانين الميكانيك الكلاسيكي.

2- النظرية الكمية للغاز الالكتروني الحر: وقد وضعها العالم سمرفيلد Sommerfeld عام 1928 حيث فرض وجوب خضوع الالكترونات الحرة في الفلزات لقوانين ميكانيك الكم.

3. نظرية الحزم : وقد درست من قبل العالم بلوخ Bloch عام 1928 وكرونك وبني Kronig – Penney حيث اعتبروا حركة الالكترونات في مجال جهد دوري Periodic Potential field ناشيء عن الشبيكة.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

فعند الدرجات الحرارية الاعتيادية تكون قيمة جذر متوسط مربع السرع حوالي $10^5$ متر لكل ثانية.

## 8.5 النظرية الكلاسيكية للغاز الالكتروني الحر.

## Classical theory for Free Electron Gas

لقد لخصت النظرية الكلاسيكية للغاز الالكتروني الحر واعيد النظر فيها في سنة (1900) من قبل العالم الالماني درود Drude الذي قام بمسح شامل لخواص المادة البصرية. وفي عام 1905 طور العالم لورنتز Lorentz نظرية درود والتي تدعى في الغالب بنظرية درود – لورنتز Drude – Lorentz

### 8.5.1 نظرية درود للتوصيل الالكتروني

### Drude Theory for Free Electron Conductivity

تعد نظرية درود اول نظرية كلاسيكية بسيطة للغاز الالكتروني الحر في الفلزات. لقد صور درود البنية البلورية لاي فلز على انه رص من قلوب الايونات الموجبة Positive ion cores يتخللها عدد كبير من الالكترونات الحرة ناتجة من مساهمة كل ذرة في الفلز بالكترون او اكثر ويطلق على هذه الالكترونات بالكترونات التكافؤ او الكترونات التوصيل. ان هذه الالكترونات هي التي تتأثر بالمجالات الكهربائية والمغناطيسية. لقد افترض درود ان الالكترونات هذه بالرغم من شحناتها السالبة تتصرف كجزيئات متعادلة لغاز مثالي. كما اهمل وجود المجال الدوري الذي تتحرك فيه الالكترونات والذي يرجع الى دورية الشبيكة. وهكذا وضع درود نظريته للتوصيل الحراري والكهربائي للفلزات باستخدام النظرية الحركية للغازات.

لقد افترض درود ان الكترونات التوصيل تستطار scattered نتيجة تصادمها العشوائي بقلوب الايونات الموجبة اي ان معدل سرعتها بعد كل تصادم مباشرة يساوي صفراً. وعند تسليط مجال كهربائي خارجي على فلز تكتسب الالكترونات تعجيلاً اي تتغير قيمة او اتجاه سرعة انجراف الالكترونات Drift velocity او كل من القيمة والاتجاه. ولكن هذا التغيير يُباد ويُستأصل عند كل تصادم بين الالكترونات وقلوب الايونات الموجبة ، اي ان الالكترون. بسبب التصادم. يفقد جمع طاقته التي اكتسبها بواسطة.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المجال الكهربائي المسلط وان سرعته بعد التصادم تكون عشوائية ليس لها علاقة باتجاه حركته قبل التصادم وكأن اصطدام الكترون بقلب ايون موجب يسبب للالكترون بعد التصادم مباشرة فقدان تصرف حالته الحركية قبل التصادم. ان هذا يعني التغيير في سرعة الالكترون يظهر فقط خلال فترة بين تصادم وآخر ولذلك يزداد تأثير المجال الكهربائي المسلط على الكترونات التوصيل كلما ازدادت الفترة الزمنية بين تصادمين متتالين وتدعى هذه الفترة بمتوسط الزمن الحر او متوسط زمن المسار الحر $\tau_m$ mean free time ويطلق كذلك على $\tau_m$ بزمن الاسترخاء relaxation time. يعرف $\tau_m$ بانه معدل الزمن اللازم الذي يستغرقه الكترون لقطع المسافة بين تصادمين متعاقبين.

نفرض ان مجموعة من الكترونات التوصيل $(n_o)$ عند زمن $(t = o)$ ، ونفرض ان عدد الالكترونات الناجية survived من اي تصادم بعد مرور زمن (t) هو:

$$n_t = n_o \exp\left(-\frac{t}{\tau_m}\right) \qquad ...(8\cdot16)$$

ان المعدل الزمني الذي بموجبه تزيل التصادمات بعضاً من الالكترونات الناجية من اي تصادم خلال الزمن t يعطى بالعلاقة الاتية:

$$-\frac{dn}{dt} = \frac{n_t}{\tau_m} = \frac{n_o}{\tau_m}\exp\left(-\frac{t}{\tau_m}\right) \qquad ...(8\cdot17)$$

فعند تسليط مجال كهربائي خارجي على معدن يكون توزيع السرع موحد الخواص في جميع الاتجاهات Isotropic ولذلك يساوي معدل سرعة الالكترونات بأي اتجاه كان صفراً على الرغم من استمرارها في الحركة واصطدامها بقلوب الايونات الموجبة. وعند تسليط مجال كهربائي خارجي ثابت القيمة والاتجاه تتأثر الالكترونات الحرة بتعجيل منتظم وتعاني من ازدياد سرعها مع الزمن بموجب قوانين نيوتن. فبعد مرور زمن t من بدء تسليط المجال الكهربائي يكتسب الالكترون الذي لم يعان استطارة خلال هذه الفترة، سرعة انجراف فضلاً عن سرعة حركته الحرارية التي مقدارها $\Delta v_t$ اي ان:

$$\Delta\bar{V}_t = \left(-\frac{e\bar{E}}{m}\right)t \qquad ...(8\cdot18).$$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$\Delta\bar{V} = \left( - \frac{e\bar{E}\,\tau_m}{m} \right) \qquad ...(8\cdot23)$$

اما اذا فرضنا ان الفلز يحتوي على عدد (n) من الالكترونات لكل متر مكعب ، وان جميعها تتحرك بسرعة انجراف ثابتة $\Delta\bar{V}$ في مجال كهربائي $\bar{E}$ ، فعليه تكون كثافة التيار الكهربائي :

$$J = ( - en\,\Delta\bar{V} ) = ne^2\,\tau_m\,\bar{E} / m = \sigma\bar{E} \qquad ...(8\cdot24)$$

حيث أن :

$$\sigma = ne^2\,\tau_m / m \qquad ...(8\cdot25)$$

تمثل $\sigma$ معامل التوصيل الكهربائي وهي كمية موجبة غير متجهة .

إن العلاقة التي تربط $\bar{J}$ , $\bar{E}$ هي علاقة خطية ومنها يمكن تقدير قيمة معامل التوصيل الكهربائي $\sigma$ بدلالة المقادير المعروفة n و m و $\tau_m$ و e .

ويمكن التعبير عن قيمة معامل التوصيل الكهربائي $\sigma$ بأستخدام الحركية الانجرافية Drift mobility والتي تعرف على أنها السرعة الانجرافية المنتظمة . لكل وحدة مجال كهربائي أي أن :

$$\mu = \frac{-\Delta\bar{V}}{\bar{E}} = \frac{e\,\tau_m}{m} \qquad ...(8\cdot26)$$

وبتعويض المعادلة (8.26) في (8.25) ، نحصل على :

$$\sigma = ne\mu \qquad ...(8\cdot27)$$

ويمكن كتابة المعادلة (8.25) بدلالة متوسط المسار الحر ودرجة الحرارة . يعرف متوسط المسار الحر الالكتروني $\lambda$ على انه المسافة التي يتحركها أي الكترون توصيل بفاعلية انطلاقه الحراري ($S_{th}$) خلال متوسط الزمن الحر $\tau_m$ ويقصد بالأنطلاق الحراري $S_{th}$ انطلاق الكترون عند حركته من مركز استطارة الى مركز استطارة اخرى ، أي ان

اي ان :

$$S_{th} = \frac{\lambda}{\tau_m} = \left( \frac{3k_BT}{m} \right)^{1/2}$$

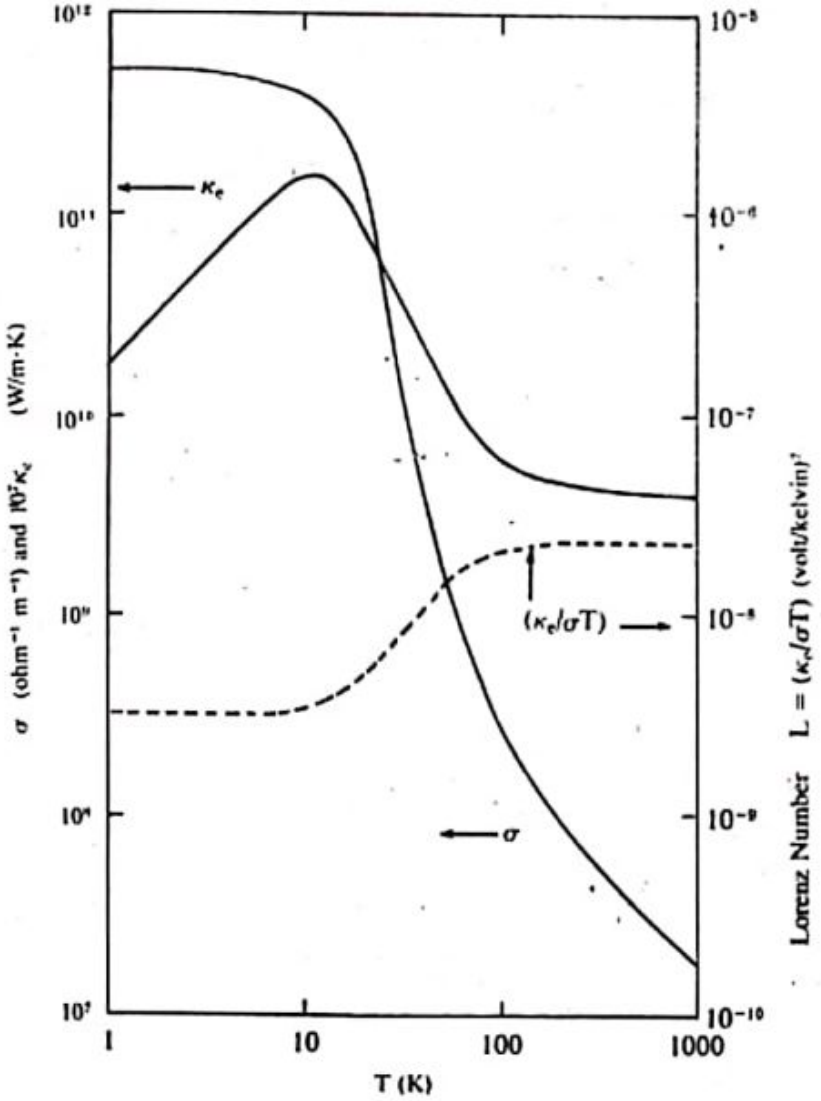
وبتعويض المعادلة (8.28) في (8.25) نحصل على :

$$\sigma = \frac{ne^2\,\tau_m}{m} = \frac{ne^2\,\lambda}{m\,S_{th}} = \frac{ne^2\,\lambda}{(3mk_BT)^{1/2}}$$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

وهكذا يمكن التعبير عن معامل التوصيل الكهربائي بموجب نظرية درود بالصيغ الثلاثة المبينة في المعادلة (8.29). تبين المعادلة (8.29) ان معامل التوصيل الكهربائي $\sigma$ تناسب طردياً مع $(T^{-\frac{1}{2}})$ وفوق مدى واسع من درجات الحرارة. ولقد وجد انه عند تبريد الفلز الى درجات حرارة واطئة أن معامل التوصيل الكهربائي يزداد بموجب الدالة $(T^{-1})$ قبل الوصول الى مستوى مستقر Plateau وكما هو مبين في الشكل (8.4). وبهذا تفشل نظرية درود في تفسير النتائج عند درجات الحرارة الواطئة وذلك لأن الكترونات التوصيل لاتتصرف تماماً كجزيئات الغاز المثالي وأن الالكترونات لاترتد عن اصطدامها بقلوب الايونات الموجبة.




الشكل (8.4) اعتماد معامل التوصيل الكهربائي $\sigma$ والتوصيل الحراري للغاز الالكتروني $K_{el}$ على درجة الحرارة



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حيث ان الجسيمات عند درجة $0^{\circ}k$ تشغل اوطأ مستويات الطاقة المتوفرة ثم تكبر حتى نصل الى الطاقة $E_f$ ولذلك تمثل الطاقة $E_f$ مؤشراً لاقصى طاقة للجسيمات في المنظومة ولذلك سميت بطاقة فيرمي.

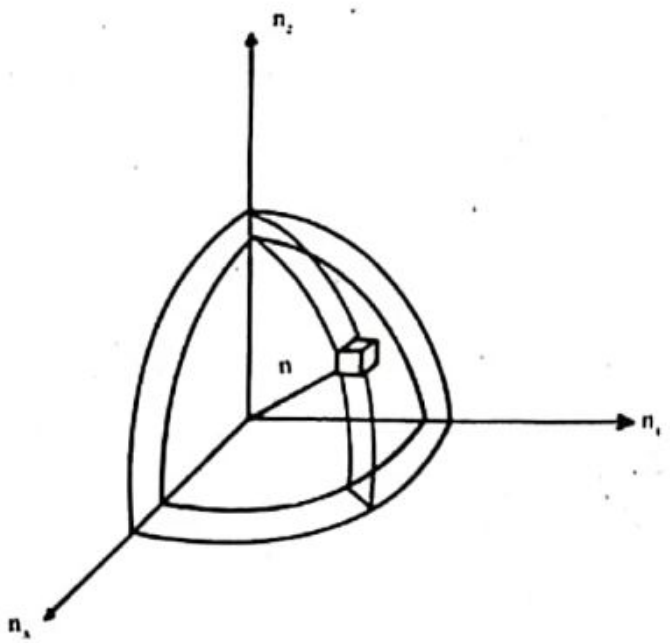
## 8.6.2 كثافة الحالات لغاز الكتروني حر في ثلاثة ابعاد

**Density of state for free electrom gas in three dimensions.**

تعرف كثافة الحالات $D(E)$ لغاز الكتروني حر بأنها عدد الحالات الكمية الالكترونيه المتوفرة لكل وحدة مدى للطاقة وبعبارة اخرى تمثل $D(E)\,dE$ عدد الحالات الالكترونية المتاحة خلال مدى طاقة بين $E$ و $E+dE$.

يمكن استخدام الشكل (8.7) لحساب عدد الحالات الواقعة بين العدد الكمي $n$ والعدد الكمي $n+dn$. فاذا كان $\frac{1}{8}$ حجم الكرة التي نصف قطرها $n$ يمثل عدد الحالات الواقعة بين العدد الكمي 1 و $n$، فأن عدد الحالات $dn$ و $n$ تتمثل في حجم القشرة التي نصف قطرها $n$ وسمكها $dn$ حيث ان هذا الحجم هو

$$\text{عدد الحالات} = \frac{1}{8}\left(4\pi n^2\, dn\right) \qquad \ldots(8\cdot55)$$




الشكل (8.7) عدد الحالات الواقعة بين $n$ و $n+dn$.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ولما كانت العلاقة بين العدد الكمي n والطاقة E تكتب بالصيغة الرياضية التالية

$$E = \frac{n^2h^2}{8mL^2} \qquad ...(8\cdot56)$$

فعليه فأن عدد الحالات بين n و n + dn يمكن ان تكتب بدلالة E و dE حيث ان :

$$n^2 = \frac{8mL^2}{h^2} E$$

$$2ndn = \frac{8mL^2}{h^2} dE$$

وهكذا فأن الحالات التي يمكن للالكترونات ان يشغلها بين E و E + dE هي

$$D(E)\,dE = \frac{4\sqrt{2}\,\pi m^{3/2} L^3}{h^3} \sqrt{E}\,dE \qquad ...(8\cdot57)$$

ولما كانت كل حالة تتسع للالكترونين $\left(\pm \frac{1}{2}\right)$ فأن عدد المراتب D(E) المتوفرة عند الطاقة E وضمن المدى لكل وحدة حجم من الفلز هي

$$D(E) = \frac{8\sqrt{2}\,\pi m^{3/2}}{h^3} \sqrt{} \qquad ...(8\cdot58)$$

وبهذا فأن D(E) يتغير مع الطاقة (E) وفق الشكل (8.8)



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

## اسئلة الفصل الثامن

8.1 برهن على ان كثافة الحالات لالكترون فردي يمكن كتابتها بالصيغة الآتية $D(E) = 3N/2E$.

8.2 اذا كانت احتمالية إشغال الالكترون لمرتبة في مستوى 5 الكترون فولت عند درجة حرارة 300k هو 50%. فما هي احتمالية اشغال الالكترون لمرتبة بمستوي 5.1 و 4.9 الكترون فولت؟ ماذا تصبح الاحتمالية عند درجة حرارة 500°k.

8.3 لم تفلح نظرية الغاز الالكتروني الحر في تفسير اعتماد التوصيل الكهربائي على درجات الحرارة. وضح ذلك.

8.4 إن كثافة البوتاسيوم هي 860كغم/م$^3$ ووزنه الذري هو 39.

a– جد طاقة فيرمي عند الصفر المطلق

b– جد الحالات لحجم ١ سم$^3$ عند طاقة فيرمي.

8.5 اذا علمت ان طاقة فيرمي عند درجة الصفر المطلق تساوي 7ev. جد معدل طاقة الكترونات التوصيل ومربع معدل السرعة لهذه الالكترونات.

6.8 برهن على انه يمكن التعبير عن الحرارة النوعية الالكترونية بدلالة كثافة الحالات $D(E_f)$ بالصيغة الآتية :

$$c_{el} = \left(\frac{\pi^2}{3}\right) k_B^2 . T . D(E_F)$$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner