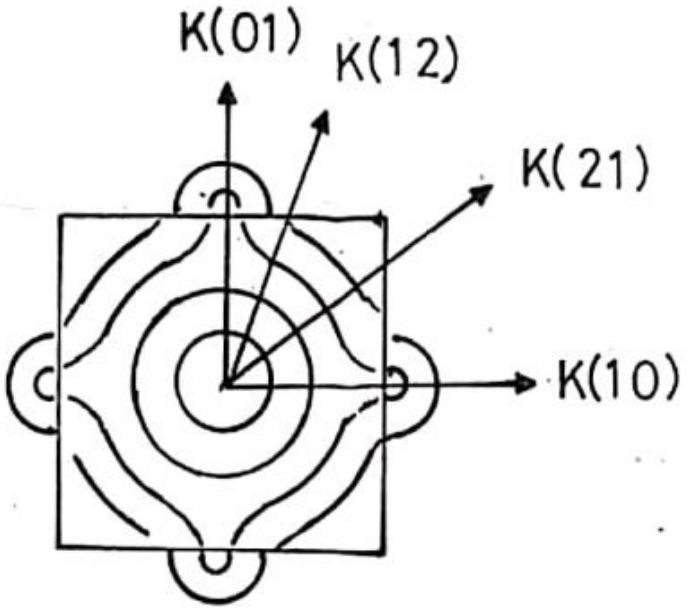
9.6 سطح فيرمي Fermi Surface

إن سطح فيرمي عبارة عن سطح في فضاء متجه الموجة k ذي طاقة ثابتة تساوي E_f . يعد سطح فيرمي ذا أهمية في تفسير الكثير من الظواهر الفيزياوية خاصة في فيزياء الحالة الصلبة . إن شكل ومواصفات سطح فيرمي لفلز ما ذا أهمية كبيرة في تحديد الخواص الالكترونية لذلك الفلز حيث يعزى سريان التيار الكهربائي في الفلز الى التغيرات الحاصلة في احتمالية الاشغال للحالات الالكترونية قرب سطح فيرمي . يعتمد شكل سطح فيرمي على التفاعل بين الالكترونات والشبيكة ولذلك يحدد شكل سطح فيرمي بواسطة هندسة المنحنيات المقفلة للطاقة Energy Contours في الحزمة حيث يعتبر سطح فيرمي نفسه منحني مقفل للطاقة .

دعنا نفرض أن بلورة ذات بعدين وأنها فارغة من الالكترونات وافرض أن البنية انبلورية لها منطقة برليون الاولى على شكل مربع . دعنا نبدأ الآن بملء الشبيكة تدريجياً بالالكترونات . اذا وصلنا النقط المختلفة في فضاء متجه الموجة والتي يكون لها نفس الطاقة الالكترونية نحصل على اشكال دائرية طالما كنا بعيدين عن حدود منطقة برليون . إن حركة الالكترونات في هذه الدوائر تكون غير مقيدة ولكن اذا اقتربنا من حدود المنطقة نجد أن منحنيات تساوي الطاقة Energy Contours تنتهي عند هذه الحدود اذ أن قيم k تكون اكبر في الاركان عنها عند الجوانب مثلاً $k(21) > k(10)$ وكما هو مبين في الشكل (9.15)

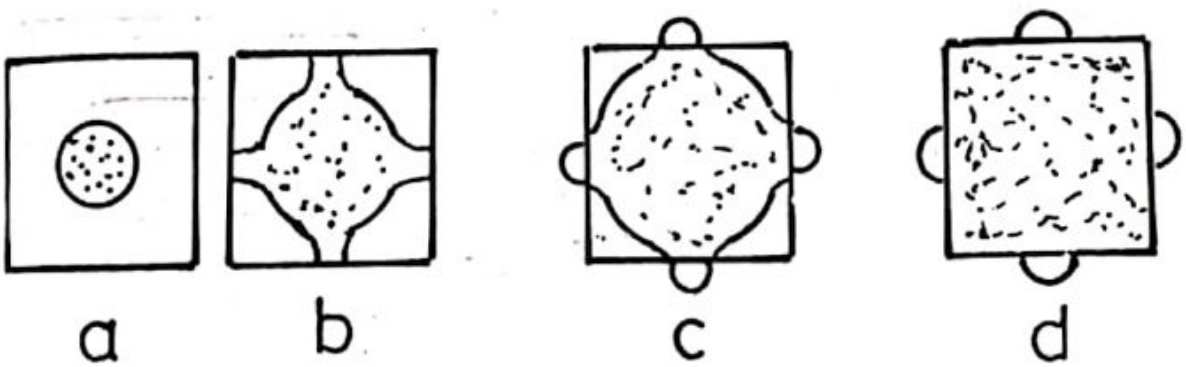


الشكل (9.15) رسم توضيحي لسطح فيرمي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إن الاستمرار في اضافة الكترونات للبلورة تمتلىء اركان منطقة برليون الاولى تماماً. وبعد هذه المرحلة لن يدخل أي الكترون في المنطقة الثانية إلا اذا كانت طاقته من الكبر بحيث يستطيع تعديه المنطقة الممنوعة للطاقة بين منطقتي برليون الاولى والثانية.

يكون احياناً بداية حدود منطقة برليون الثانية عند مستوي للطاقة أقل من مستوي الطاقة المناظر لأبعد حدود منطقة برليون الاولى ، أي أن هناك تداخلاً بين المنطقتين. ففي هذه الحالة يمكن للالكترونات أن تبدأ في شغل مستويات الطاقة في المنطقة الاولى ، وكما هو مبين في الشكل (9.16) . يمثل الشكل (9.16.a) ,(9.16.b) منطقة برليون الاولى وهي ممتلئة جزئياً بالالكترونات. أما الشكل (9.16c)، فتبدأ الالكترونات في الدخول للمنطقة الثانية قبل الانتهاء من شغل جميع مستويات الطاقة الاولى ، وذلك لأن مستويات الطاقة في المنطقة الثانية عندئذٍ تكون ميسورة اكثر من المستويات الباقية في المنطقة الاولى. ويمكن توضيح ذلك اكثر بواسطة الشكل (9.16d).



الشكل (9.16) مناطق برليون
(a,b) منطقة برليون الاولى ممتلئة جزئياً
(d,c) تبدأ الالكترونات في الدخول في المنطقة الثانية

اعتبر E_1, E_1', E_1'' هي حدود الطاقة لمنطقة برليون الاولى بالنسبة لثلاث اتجاهات في الفضاء وأن E_2, E_2', E_2'' طاقة الحدود السفلى لمنطقة برليون الثانية لنفس هذه الاتجاهات.

اولاً : اذا كان E_2 اكبر من E_1 ، E_1' بالنسبة للاتجاهات المختلفة في الفضاء فأننا نحصل على مناطق غير متداخلة وتوجد عندئذٍ فجوة في الطاقة وتكون مثل هذه المادة عازلة كهربائياً اذ أن إلكترونات المنطقة الاولى لاتستطيع الحركة الى داخل المنطقة الثانية إلا اذا إجتازت فجوة الطاقة.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ثانياً : أما اذا كانت E_1 اكبر من E_2 فأننا نحصل على مناطق برليون متداخلة ويكون الالكترون عندئذٍ حر الحركة داخل المنطقتين الاولى والثانية مما يسهل عملية التوصيل الكهربائي وتكون مثل هذهِ المواد موصلة للكهربائية .

9.7 الكتلة الفعالة للالكترون Effective Mass of Electron.

كما بينا سابقاً أن الالكترون الواقع تحت تأثير جهد دوري يتعجل بالنسبة للشبيكة عند تسليط مجال كهربائي خارجي عليه ولكن لايحافظ على كتلته الاعتيادية (m) في فضاء الحر، بل تتغير اى مايسمى بالكتلة الفعالة ويرمز لها بالرمز m^* . اذن ، فعندما يتعرض الالكترون داخل البلورة الى قوة خارجية F ، فأن مقدار التغير الحاصل في طاقته في زمن dt يساوي

$$\frac{dE}{dt} = - F . v_e \quad \ldots(9\cdot35)$$

حيث أن V_e تمثل سرعة الالكترون والمحسوب من العلاقتين :

$$E = \hbar \omega \quad \ldots(9\cdot36)$$

و

$$\bar{P} = \hbar \bar{k} \quad \ldots(9\cdot37)$$

والتي تساوي

$$v_e = \nabla_p . \omega = \frac{1}{\hbar} \nabla_k E \quad \ldots(9\cdot38)$$

بتعويض المعادلة (9.38) في (9.35) نحصل على

$$\frac{dE}{dt} = - F \frac{1}{\hbar} \nabla_k E \quad \ldots(9\cdot39)$$

وبما أن

$$dE = \nabla_k E . dk \quad \ldots(9\cdot40)$$

فمن المعادلتين (9.39) و (9.40) نحصل على :

$$\frac{1}{\hbar} F . \nabla_k E . dk = \nabla E . dk \quad \ldots(9\cdot41)$$

أو

$$\nabla_k E \left[\frac{1}{\hbar} F . dt - dk \right] = 0$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ولكن $\nabla_k E \neq 0$ وذلك لأن قيمة k غير ثابتة لوجود المجال الكهربائي ، وعليه فأن

$$F = \hbar \frac{dk}{dt} \quad \ldots(9\cdot42)$$

وبذلك فإن القوة تمثل معدل تغيير زخم البلورة $\hbar k$ crystal momentum . ان الالكترون تحت تأثير هذه القوة يتحرك بتعجيل مقداره

$$a = \frac{dv_e}{dt} = \frac{1}{\hbar} \nabla_k \frac{dE}{dk} = \frac{1}{\hbar} \nabla_k \bar{F} \cdot \bar{V}$$

أو

$$a = \frac{1}{\hbar^2} \nabla_k [F \cdot \nabla_k E] \quad \ldots(9\cdot43)$$

إن المعادلة (9.43) لها صيغة قانون نيوتن الثاني في الحركة بشرط أن نعد المقدار $\left(\hbar^{-2} \frac{d^2E}{dk^2} \right)^{-1}$ يمثل كتلة . ولذلك يمكن تعريف الكتلة الفعالة m^* بالصيغة التالية

$$m^* = \hbar^2 / (d^2E / dk^2) \quad \ldots(9\cdot44)$$

وهكذا نجد أنه اذا كانت F تمثل القوة الخارجية المؤثرة على الكترون في مادة صلبة دورية ذي بعد واحد وكان a يمثل التعجيل الفعلي لالكترون ناشيء عن كل من القوة الخارجية F وتفاعل الالكترون وجهد البلورة فأن الكترون بلوخ يتصرف مثل الكترون حر (في خارج المادة الصلبة) ذي كتلة فعالة لاتعطي بالعلاقة $F = m^* a$. تختلف m^* عن كتلة الالكترون الحر (m) من حيث أنها ليست كمية ثابتة وموجبة الاشارة دائماً ولكن تكون m^* مساوية لـ m عندما يكون الكترون بلوخ الكتروناً حراً وتعطى طاقته بالعلاقة $\left(E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right)$.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اسئلة الفصل التاسع

9.1 ناقش مفهوم الكتلة الفعالة في المواد الصلبة.

9.2 حدد مناطق برليون الاولى والثانية لشبيكة مربعة.

9.3 تكلم عن منشأ حزم الطاقة

9.4 اشتق معادلة كرونيج وبيني . بين المناطق المحظورة.

9.5 برهن على أن عدد المدارات المسموحة في حزمة ضمن منطقة برليون الاولى لبلورة مكعبة يساوي عدد الخلايا في البلورة.

9.6 اشرح منشأ سطح فيرمي.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اشباه الموصلات Semiconductors

10.1 المقدمة Introduction

كما بينا في الفصل الثامن أن المواد الصلبة يمكن أن تصنف الى ثلاثة أصناف وهي مواد موصلة ومواد عازلة ومواد شبه موصلة . لقد اعتمد التصنيف على اساس تركيب الحزم Band للمادة وعلى مقدار فجوة الطاقة التي تفصل حزمة التوصيل Conduction عن حزمة التكافؤ Valance .

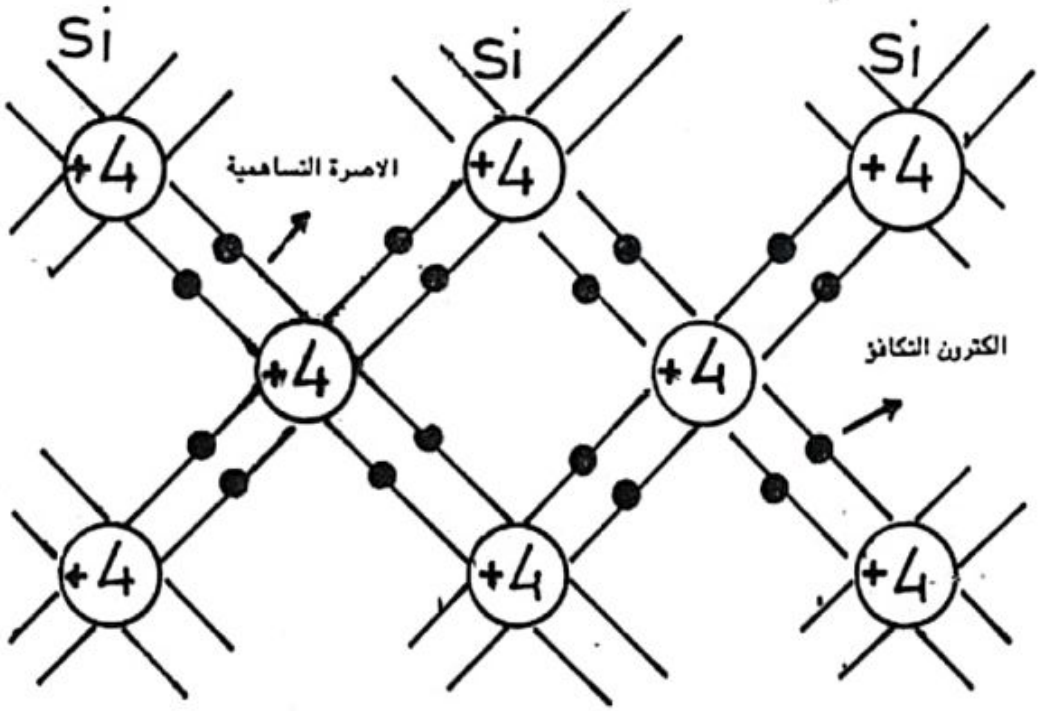
تعد اشباه الموصلات بأنها مواد عازلة عند درجات الحرارة المنخفضة ولكنها تصبح جيدة التوصيل الكهربائي نوعا ما عند رفع درجة حرارتها . فاذا كانت حزمة التكافؤ مملوءة تماماً بالالكترونات ولكي يتمكن الالكترون من عبور فجوة الطاقة الصغيرة نسبياً للوصول الى حزمة التوصيل فأنه يحتاج طاقة حرارية K_BT وهكذا تلعب الطاقة الحرارية (K_BT) دوراً مهماً في مساعدة الالكترونات على عبور فجوة الطاقة .

وبما ان اشباه الموصلات تصبح جيدة التوصيل عند درجات حرارة عالية ولكن هذا لايعني انها اصبحت تتصرف كفلز. ويرجع السبب هو ان اشباه الموصلات عند درجات الحرارة العالية تمتلك مقاومة ذات معامل حراري سالب أي مقاومتها تقل بصورة عامة مع ارتفاع درجة الحرارة بينما تزداد مقاومة المواد الموصلة عند ارتفاع درجة الحرارة . أما اشباه الموصلات غير النقية أي التي تحوي على شوائب فأن المقاومة تزداد بازدياد درجات الحرارة وعند درجة حرارة معينة ، تبدأ بالنقصان وبشكل كبير.

يعد الجرمانيوم والسيليكون من اهم انواع اشباه الموصلات التي تستخدم في الاجهزة الالكترونية . إن السليكون والجرمانيوم عنصران من عناصر المجموعة الرابعة من الجدول الدوري وأن الغلاف الخارجي في كل منها يحتاج الى اربعة الكترونات لكي يمتلىء .

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

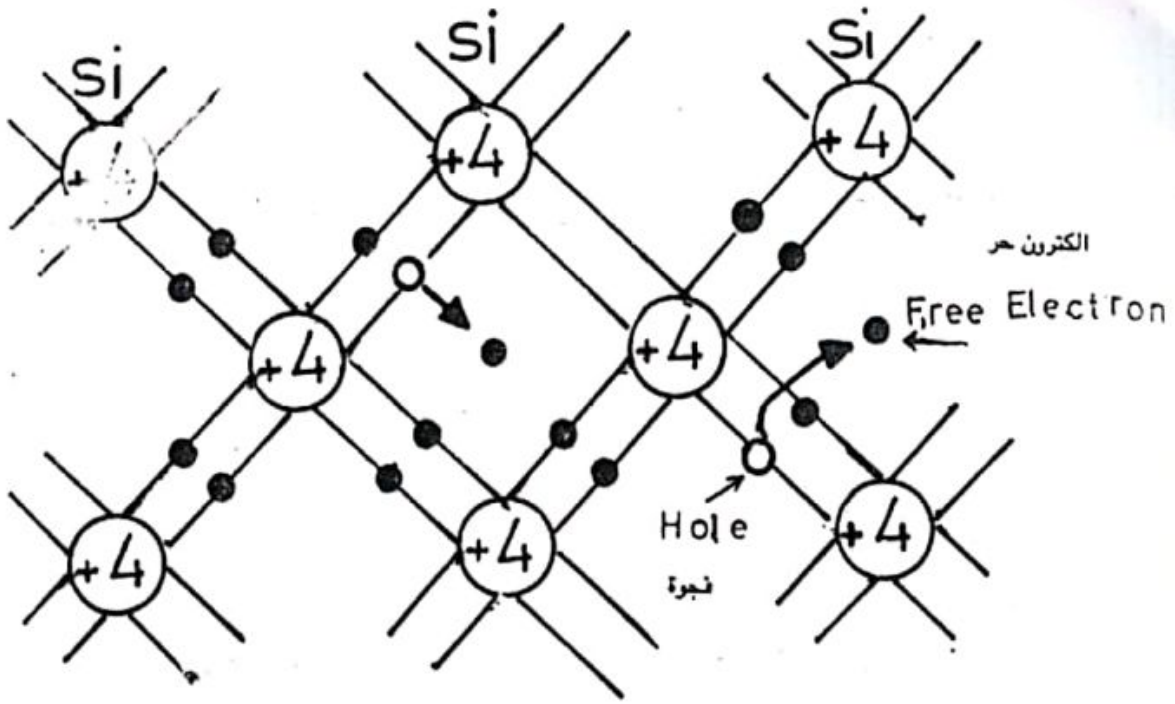
والتركيب الالكتروني للغلاف الخارجي للسيليكون هو $3s^2 3p^2$ ، أي أن الغلاف الثانوي 3p يحتاج الى أربعة الكترونات لكي تمتلىء فتصبح $3p^6$. إن الاواصر التي تربط ذرات السليكون في بلورة السليكون هي اواصر تساهمية حيث ان كل ذرة سيليكون تكون محاطة بأربعة ذرات وتشارك الاربعة هذه في ملىء الغلاف الخارجي للذرة الوسطية وذلك بمساهمة الكترون من كل واحد منها كما يبدو في الشكل (10.1). فعند درجات الحرارية المنخفضة يعتبر السيليكون عازلاً بالرغم من تكافؤه الرباعي.



الشكل (10.1) الآصرة التساهمية في السليكون

وبارتفاع درجة الحرارة فأن هذه الطاقة الحرارية تكفي لتحطيم الاصرة التساهمية بانطلاق أحد الكترونات الاصرة التساهمية من مكانه تاركاً فجوة hole وكما هو مبين في الشكل (10.2). وتبلغ الطاقة اللازمة لاتمام ذلك في الجرمانيوم حوالي 0.75ev وفي السليكون 1.22ev . إن للفجوات الناتجة أهمية كبيرة في عملية نقل التيار الكهربائي.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



الشكل (10.2) انطلاق احد الالكترونات من مكانه تاركاً فجوة

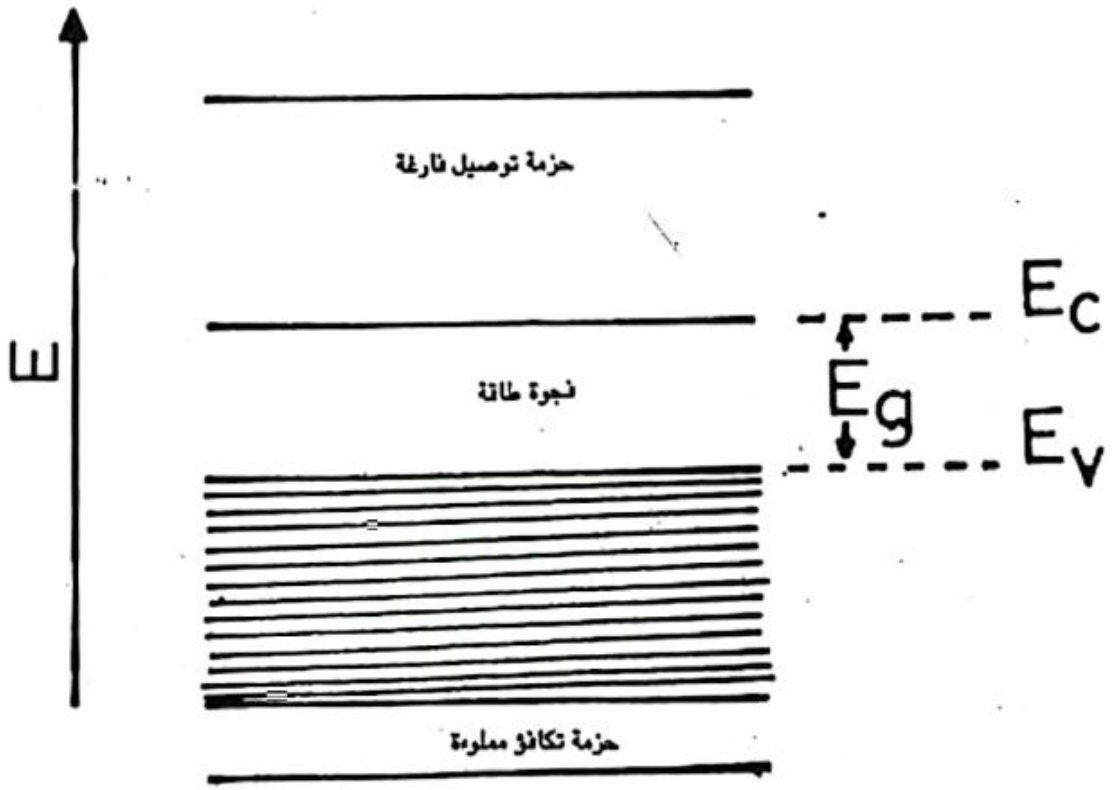
إن أهم خواص المواد شبه الموصلة هي :

1- تمتلك مقاومة ذات معامل حراري سالب
2- تكون قيمة مقاومتها النوعية بين 10^{-5} – 10^{4} اوم – متر.
3- إن القدرة الكهربائية – الحرارية التي يمكن أن تولدها هذه المواد عالية جداً.
4- تمتلك المواد شبه الموصلة على نوعين من حاملات الشحنات وهما الفجوات والالكترونات
5- إن المواد شبه الموصلة ذات حاشية كبيرة للضوء
6- يمكن السيطرة على مقاومة المواد الصلبة وذلك بأضافة شوائب ثلاثية التكافؤ أو خماسية التكافؤ.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

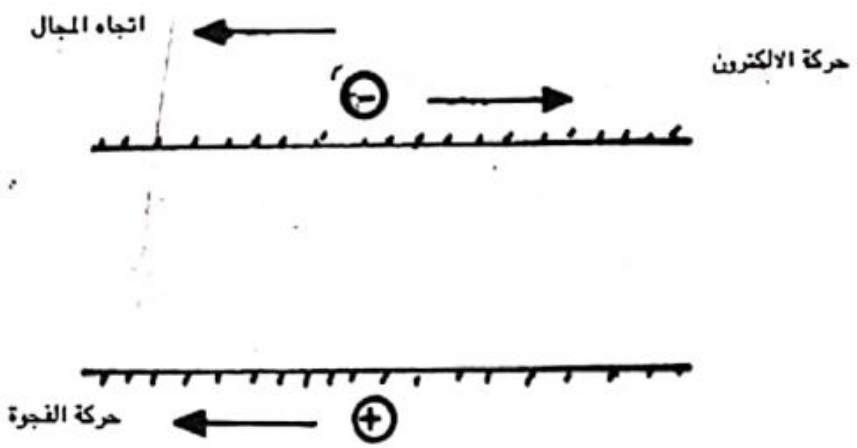
10.2 أشباه الموصلات الذاتية Intrinsic Semiconductors

تدعى اشباه اشباه الموصلات النقية الخالية من الشوائب بأشباه الموصلات الذاتية. لقد بينا سابقاف أن حزمة التكافؤ تكون مملوءة كلياً بالالكترونات بينما تكون حزمة التوصيل فارغة من الالكترونات عند درجات حرارة واطئة. ويوضح الشكل (10.3) تخطيطاً لحزمة التكافؤ المملوء وحزمة التوصيل الفارغ وفجوة الطاقة E_g لشبه موصل ذاتي. فاذا رفعت درجة حرارة المادة شبه الموصلة الى درجات حرارة عالية نوعاً ما، فأن عدداً معيناً من الالكترونات الموجودة في حزمة التكافؤ يمكن أن تثار حرارياً وتنتقل الى حزمة التوصيل تاركين مكانهم فجوات. إن الالكترونات التي تصل حزمة التوصيل ستملأ هذه الحزمة جزئياً وستكون جاهزة للتوصيل الكهربائي عند تسليط المجال الكهربائي. أما بالنسبة الى الفجوات – المتكونة في حزمة التكافؤ فأنه تحمل شحنة موجبة لأنها ناجمة عن فقدان



الشكل (10.3) تخطيط لحزم الطاقة في شبه موصل ذاتي

الكترون . إن وجود هذهِ الفجوات يسهل للالكترون التحرك لشغلها تاركاً فجوة اخرى في مكانها الاصلي وهكذا تسري الالكترونات متتابعة لتحتل الفجوات وفي كل مرة تترك فجوة اخرى جديدة . وهكذا نرى أن للفجوات حركة عشوائية وفي اتجاهات الى الحركة بأتجاه المجال وبعكس اتجاه الالكترونات الحرة وذلك بسبب اختلاف الشحنة لكل منها وكما هو موضح في الشكل (10.4).



الشكل (10.4) حركة الالكترون والفجوة في مجال كهربائي

فمن اجل حساب معامل التوصيل الكهربائي يجب علينا معرفة كثافة التيار الالكتروني (J_e) وكثافة تيار الفجوات (J_h) ، فاذا كان عدد الالكترونات الحرة لوحدة الحجوم هي (n_e) وأن معدل سرعة انجراف الالكترونات هي $< v_e >$ فيمكن كتابة كثافة التيار الالكتروني في حزمة التوصيل كما يلي :

$$J_e = n_e e < v_e > \quad \ldots(10\text{-}1)$$

وبنفس الطريقة يمكن كتابة كثافة تيار الفجوات .

$$J_h = pe < v_h > . \quad \ldots(10\text{-}2)$$

حيث ان P عدد الفجوات الموجبة في حزمة التكافؤ. $< v_h >$ معدل سرعة الانجراف للفجوات . وبما أن معدل سرعة الانجراف لكل من الالكترونات والفجوات يرتبط مع شدة المجال الكهربائي المسلط بمعادلة الحركية mobility ذلك هو أن :

٨٨

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$< v_e > = \mu_e E \qquad \ldots(10\cdot3)$$

$$< v_h > = \mu_h E \qquad \ldots(10\cdot4)$$

وبتعويض المعادلة (10.3) في (10.1) والمعادلة (10.4) في (10.2) نجد أن :

$$J_e = n c \mu_e E \qquad \ldots(10\cdot5)$$

$$J_h = pc\mu_h E \qquad \ldots(10\cdot6)$$

وبما أن كثافة التيار الكلي (J) في شبه الموصل تساوي المجموع الكلي لكثافة التيار الناتج من الالكترونات والفجوات ، فعليه تكون :

$$J = J_e + J_h = (nc\mu_e + pc\mu_h) E \qquad \ldots(10\cdot7)$$

وكما هو معروف أن قانون اوم يكتب بالصيغة الرياضية التالية :

$$J = \sigma E \qquad \ldots(10\cdot8)$$

فعند مقارنة المعادلة (10.8), (10.7) نحصل على :

$$\sigma = (n_e \mu_e + P_e \mu_h) \qquad \ldots(10\cdot9)$$

تمثل المعادلة (10.9) معامل التوصيل الكهربائي لشبه الموصل. أما اذا كانت مادة الشبه موصلة ذاتية (نقية) فأننا سنجد أن عدد الالكترونات الحرة يكون مساوياً لعدد الفجرات ، أي أن :

$$n = n_e = P \qquad \ldots(10\cdot10)$$

فبتعويض معادلة (10.10) في المعادلة (10.9) نحصل على

$$\sigma = n_e (\mu_e + \mu_p) \qquad \ldots(10\cdot11)$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

يمكن الحصول على علاقة الاتزان بين تركيز الالكترونات وتركيز الفجوات (ومن دون احتوائها على مستوي فيرمي E_f وذلك بضرب المعادلتين (10.36) و (10.31) مع بعضهما نحصل على :

$$n_e P = 4\left(\frac{2\pi k_B T}{h^2}\right)^3 (m_e^* m_h^*)^{3/2} \exp\frac{E_v - E_c}{k_B T} \qquad ...(10.43)$$

وبتعويض المعادلة (10.39) في المعادلة (10.43) نحصل على :

$$n = 2\left(\frac{2\pi k_B T}{h^2}\right)^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4} \exp -\frac{E_g}{2k_B T} \qquad ...(10.44)$$

حيث أن Eg تمثل طاقة الفجوة ($E_g = E_c - E_v$)

تبين المعادلة (10.44) أن تركيز الحاملات الذاتية يزداد بشدة اسياً مع زيادة درجة الحرارة . وعلى هذا الاساس كلما ارتفعت درجة الحرارة تهيج عدد كبير من الالكترونات عبر فجوة الطاقة E_g . وعلى سبيل المثال يكون تركيز الالكترونات عند درجة حرارة الغرفة حوالي 1.7×10^{19} الكترون لكل متر مكعب من الجرمانيوم وحوالي 4.6×10^{15} الكترون لكل متر مكعب في السليكون .

10 ٠ 4 تطعيم اشباه الموصلات Doping of Semiconductor

تعرف عملية التطعيم على أنها اضافة متعمدة لشوائب معينة الى اشباه الموصلات النقية . إن هذه الشوائب قد تعمل على السيطرة على الصفات الكهربائية لأشباه الموصلات . لقد بينا سابقاً أن عدد الالكترونات في حزمة التوصيل تكون مساوية لعدد الفجوات في حزمة التكافؤ لأشباه الموصلات النقية وكذلك يكون عدد حاملات الشحنات قليل جداً عند درجات الحرارة الاعتيادية هذا مما يجعل معامل التوصيل الكهربائي لهذه المواد ضعيف جداً . لقد وجد أنه بأضافة بعض الشوائب الى اشباه الموصلات فأنها تعمل على زيادة معامل التوصيل الكهربائي للمادة والى ظهور نوع واحد من حاملات الشحنة وتضاءل أو اختفاء النوع الآخر. فعلى سبيل المثال يتم تطعيم السليكون والجيرمانيوم بذرات من عناصر المجموعة الثالثة أو من عناصر المجموعة الخامسة من الجدول الدوري . فاذا كان التطعيم من عناصر المجموعة الخامسة فتسمى بالعناصر المانحة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner