جامعة الانبار

كلية التربية للعلوم الصرفة

قسم الفيزياء

محاضرات

خواص مادة

البروفيسور الدكتور

وليد بديوي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$B = \frac{P}{\frac{\Delta V}{V}} \qquad \ldots\ldots 5.37$$

أو

$$P = \frac{B\,\Delta V}{V}$$

وعليه فان

$$\delta W = \frac{B}{V}\,\Delta V\,\delta V \qquad \ldots\ldots 5.38$$

اما مقدار الشغل المنجز في زيادة الانكماش من صفر الى ΔV فانه يعطى بالعلاقة الآتية :

$$W = \int \delta W = \frac{B}{V}\int_{o}^{\Delta V} \Delta V\, dV = \frac{B}{V}\,\frac{(\Delta V)^2}{2}$$

$$W = \frac{1}{2}\,\frac{B\,\Delta V}{V}\,\Delta V = \frac{1}{2} P.\,\Delta V \qquad \ldots\ldots 5.39$$

اي ان الشغل يكون مساوياً الى نصف الضغط مضروبا في مقدار التغير في الحجم .
اما الشغل المنجز لوحدة الحجم فيمكن الحصول عليه بقسمة المعادلة (5.39) على الحجم V

$$W_v = \frac{1}{2} P \frac{\Delta V}{V}$$

اي ان الشغل لوحدة الحجم يكون مساوياً الى نصف الاجهاد مضروباً في الانفعال .

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

5-19 امثلة محلولة

مثال 5.1

بين اي من المواد الاتية يتعرض الى اجهاد اكبر.

1- قطعة من الالمنيوم ابعادها 15 cm × 5 cm تحت تأثير ثقل كتلته 10Kg

2- قطعة من الفولاذ ابعادها 7 cm × 3 cm تحت تأثير ثقل كتلته 15 Kg .

3- قطعة من النحاس ابعادها 5 cm × 2 cm تحت تأثير ثقل كتلته 5 Kg .

الحل

يعرف الاجهاد على انه القوة المؤثرة على وحدة المساحة ، اي ان

$$S = \frac{F}{A}$$

للالمنيوم $$S = \frac{10 \times 9.8}{5 \times 15} = \frac{18.6}{15} = 1.24 \ N/cm^2$$

للفولاذ $$S = \frac{15 \times 9.8}{3 \times 7} = \frac{49}{7} = 7 \ N/cm^2$$

للنحاس $$S = \frac{5 \times 9.8}{5 \times 2} = 4.9 \ N/cm^2$$

من هذا يتبين ان الفولاذ يتعرض الى الاجهاد الاكبر.

مثال (5.2)

قضيب من النحاس الاصفر معامل مرونته يساوي $1.1 \times 10^{12} \ N/m^2$. جد قطر القضيب الذي طوله 1 م ويتعرض الى قوة شد (سحب) مقدارها 22 نيوتن وتسبب زيادة في طوله مقدارها 1 ملم.

الحل :

من تعريف معامل المرونة = $\frac{\text{الاجهاد}}{\text{الانفعال}}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L} = \frac{F.L}{A.\Delta L}$$

$$A = \frac{F.L}{Y.\Delta L}$$

$$F = 22\,N\,;\, L = 1\,m\,;\, \Delta L = 1\,mm = 10^{-3}\,m\,;\, Y = 1.1 \times 10^{12}\,N/m^2$$

$$A = \frac{22 \times 1}{1.1 \times 10^{12} \times 10^{-3}} = 2 \times 10^{-8}\,m^2$$

$$\pi r^2 = A = 2 \times 10^{-8}\,m^2$$

$$r = 7.981 \times 10^{-5}\,m$$

مثال (5.3) :

سلك معدني طوله (2 m) ، مقطعه العرضي مربع طول ضعله (8 mm) . علق به ثقل كتلته (1.2 Kg) فاستطال مسافة (3mm) جد قيمة معامل يونك .

الحل :

$$\text{معامل يونك} = \frac{\text{الاجهاد}}{\text{الانفعال}}$$

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L} = \frac{F\,L}{A\Delta L}$$

نحول جميع الكميات الى وحدات الغرام سم . ثانية

$$Y = \frac{1.2 \times 1000 \times 980 \times 2 \times 100}{0.8 \times 0.8 \times 0.3}$$

$$Y = 1.225 \times 10^9\ dyne/cm^2$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال (5.4)

قضيب معدني قطره (1 in) وطوله (120 in) علق به ثقل مقداره (100Ib) ، جد الانفعال على امتداد القطر. مع العلم بان معامل يونك يساوي $3 \times 10^6 \, Ib/in^2$ ونسبة بواسون تساوي 0.3 .

الحل :

بما ان معامل يونك يعطى بالعلاقة الآتية :

$$Y = \frac{F}{A} \cdot \frac{L}{\Delta L}$$

اذن الانفعال الطولي يساوي

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{F}{A.Y}$$

$$= \frac{100}{(3.142) \times (0.5) \times (0.5) \times 3 \times 10^6} = \frac{10^{-4}}{2.357}$$

$$\text{نسبة بواسون} = \frac{\text{الانفعال العرضي}}{\text{الانفعال الطولي}}$$

الانفعال العرضي = نسبة بواسون × الانفعال الطولي

$$= 0.3 \times \frac{10^{-4}}{2.357}$$

$$= 1.273 \times 10^{-5}$$

مثال (5.5)

جد اكبر قيمة لطول سلك من الحديد يمكن ان يعلق بصورة عمودية من دون انقطاعه ، علماً بان اجهاد القطع (الكسر) يساوي (7.9×10^9 dyne /cm²) وان كثافة مادة السلك تساوي ($7.9 g/cm^3$).

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحل

ان اكبر قيمة لطول السلك تحددها كتلة السلك المعلق.

وان كتلة السلك = حجم السلك المعلق × كثافته الكتلية.

نفرض ان مساحة المقطع العرضي للسلك = a سم^2

اذن الحجم = (aL) سم ^{3}

$$m = (aL).\rho$$

$$m = (aL)\ 7.9 = 7.9\ aL\ (g)$$

ان وزن السلك = القوة المؤثرة

$$mg = 980 \times 7.9a\,L$$

وعليه فان الاجهاد

$$S = \frac{F}{a} = \frac{7.9 \times a \times L \times 980}{a}$$

$$= 7.742\ L \quad dyne / cm^2$$

ان اكبر طول يحصل عندما يسلط اجهاد الكسر، اي ان

$$7742\ L = 7.9 \times 10^9$$

$$L = \frac{7.9 \times 10^9}{7.9 \times 980} = 1.02 \times 10^6\ cm$$

مثال (5.6)

قضيب معدني طوله (1 m) وقطره (6 mm) ثبت احدى نهايتيه في السقف بصورة جيدة وتركت النهاية الثانية طليقة. سلطت قوة عزم مقدارها $(2 \times 10^7\ dynes - cm)$ على نهايتها الطليقة. ونتيجة لذلك عكست مرآة مثبتة في النهاية الطليقة بقعة ضوء مسافة (10 cm) على مقياس يبعد (1 m). جد قيمة ثابت الليّ.

الحل: ان المسافة التي انعكست خلالها بقعة الضوء تدل على ضعف زاوية الدوران

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$\tan(2\theta) = \frac{10}{100} = 0.1$$

$$2\theta = 5.7^\circ$$

$$\therefore \theta = 2.85^\circ$$

$$= 2.85^\circ$$

$$\theta = 2.85 \times \frac{\pi}{180} \cong 0.05 \text{ radian.}$$

$$G = \tau\theta$$

ثابت الليّ τ / .

$$\therefore \tau = \frac{G}{\theta} = \frac{2 \times 10^7}{0.05}$$

$$= 4 \times 10^8 \text{ dyne / radian}$$

مثال (5.7)

جد كثافة مادة الرصاص تحت ضغط مقداره $2.5 \times 10^8 \text{ N/cm}^2$. مع العلم ان معامل بولك للرصاص يساوي $4 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ وان كثافة الرصاص تحت الضغط الجوي الاعتيادي تساوي 11.4 g/cm^3 .

الحل :

من تعريف معامل بولك نجد

$$B = \frac{P}{\frac{\Delta V}{V}}$$

وبما ان الكتلة ثابتة فان

$$V = \frac{m}{\rho}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$\Delta V = \frac{m}{\Delta \rho}$$

وبالتعويض عن قيم كل من V و ΔV في المعادلة السابقة واعادة ترتيبها نحصل على :

$$B = \frac{PV}{\Delta V}$$

$$= \frac{P.\ m/\rho}{m/\Delta \rho}$$

$$B = \frac{P\Delta\ \rho}{\rho}$$

اي ان التغير في الكثافة سيكون

$$\Delta \rho = \frac{B\rho}{P}$$

$$= \frac{4 \times 10^{10} \times 11.4}{2.5 \times 10^{18} \times 10^{4}}$$

$$= 0.182 \quad g.cm^3$$

اي ان الكثافة الجديدة تحت الضغط المذكور ستكون

$$\rho = \rho + \Delta\rho = 11.4 + 0.182 = 11.58\ \rho/cm^3$$

مثال (5.8)

جد قيمة الشغل المبذول لاحداث استطالة مقدارها 1.5 mm في سلك طوله 75 cm ومساحة مقطعه العرضي $1mm^2$. مع العلم ان معامل يونك لمادة السلك تساوي $(1.25 \times 10^{12} dyne/cm^2)$.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحل :

الشغل المبذول = $\frac{1}{2}$ × القوة المسلطة × مقدار الاستطالة .

$$W = \frac{1}{2} F \Delta L$$

$$Y = \frac{F}{A} \frac{L}{\Delta L}$$

$$F = \frac{YA \Delta L}{L}$$

$$W = \frac{1}{2} Y \frac{A}{L} (\Delta L)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 1.25 \times 10^{12} \times \frac{10^{-2}}{5} \times (0.1)^2$$

$$= 1.25 \times 10^{7} \quad \text{ergs}$$

مثال (5.9)

اشتق قيمة عزم المزدوج الذي تتعرض له قطعة اسطوانية طولها L وقطرها 2r مثبت احد اطرافها بقوة ، وسلط عليها مزدوج قوىٰ على نهايتها الطليقة في مستوي عمودي على احداثي مركز الاسطوانة .

الحل :

لنأخذ القطعة الاسطوانية الموضحة في الشكل (5.17) . نفرض ان قوة مماسية مقدارها F لوحدة المساحة اثرت على قاعدة الاسطوانة فان

$$F = \frac{n r}{L} \theta$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ان القوة المؤثرة على مساحة مقدارها δA تعطى بالصيغة الآتية :

$$f = F\delta A = \frac{nr}{L}\theta \cdot \delta A$$

ان القوة f تشكل مزدوجاً ، وبما ان عزم اي من القوتين f حول المحور المركزي يساوي حاصل ضرب القوة في نصف قطر الاسطوانة ، اي

$$G = fr$$

وعليه فان عزم المزدوج المسلط على القاعدة باجمعها δG سيكون مساوياً الى مجموع حاصل ضرب كل المزدوجات مع نصف القطر لجميع الاقراص

$$\delta G = \Sigma fr$$

$$= n\frac{r^2}{L}\theta \Sigma \delta A$$

وبما ان مساحة القاعدة لقرص سمكه δr تساوي

$$\delta A = 2\pi r \delta r$$

$$\therefore \delta G = \frac{2\pi n\theta}{L} r^3 \delta r$$

أي

$$G = \int \delta G = \frac{2\pi n\theta}{L} \int_{r=0}^{r=r} r^3 \delta r$$

$$G = \frac{2\pi n\theta}{L} \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^r$$

أو

$$G = \frac{\pi n r^4}{2L}\theta \qquad (5.49)$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

وهناك قيمة خاصة لعزم المزدوج عندما $\theta = 1$ وهي

$$G = \frac{\pi n r^4}{2L}$$

وهذه تمثل قيمة عزم المزدوج اللازمة لاحداث وحدة فتل (ليّ) زاوية في الاسطوانة المسلط عليها المزدوج المذكور، وغالباً ما يطلق على هذه القيمة صلابة الليّ Tortional rigidity او معامل الليّ Modulus of torsion .

ان المعادلة (السابقة) تطبق على الاسطوانة الصلدة (الممتلئة) . اما الجسم الاسطواني المجوف الذي يملك نصف قطر داخلي مقداره r_1 ونصف قطر خارجي مقداره r_2 فان قيمة عزم المزدوج ستكون مساوية الى :

$$G = \frac{2\pi n\theta}{L} \int_{r_1}^{r_2} r^3 \delta r = \frac{\pi n}{2L} [r_2^4 - r_1^4] \theta$$

$$G = \frac{\pi n\theta}{L} (r_2^2 - r_1^2)(r_2^2 + r_1^2) \theta \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (5.50)$$

وهذا يفسر لنا لماذا يستخدم في المركبات ناقل الحركة (drive shaft) من نوع الاسطوانة المجوفة بدلاً من الاسطوانة الممتلئة . لان الاسطوانة المجوفة تحتاج الى عزم مزدوج اكبر مما تحتاجه الاسطوانة الممتلئة عند تساوي كتلتي الاسطوانتين.

مثال (5.10) .

اسطوانة صلدة من الفولاذ وانبوب اسطواني رقيق الجدار مصنوعان من المادة نفسها ويملكان الطول نفسه والكتلة نفسها . فاذا كان قطر الاسطوانة الصلدة يساوي 3 cm والقطر الخارجي للانبوب المجوف يساوي 6 cm . جد نسبة زاوية الليّ التي تتعرض لها النهاية الطليقة لكل من الاسطوانة الصلدة والانبوبة المجوفة عند تعرضهما الى عزم مزدوج ليّ متساوي .

الحل :

ا نصف قطر الاسطوانة الصلدة = 1.5 cm

ونصف قطر الانبوب الاسطواني = 3 cm

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

وباستخدام المعادلة (5.49) نحصل على :

$$G = \frac{\pi n r^4}{2L} \quad \theta_1 = \frac{\pi m}{2L} \theta_1 \ (1.5)^4$$

اما الانبوب الاسطواني ذو الجدار الرقيق

$$r_1 \cong r_2$$

$$r_1^2 + r_2^2 \cong 2 r_1^2$$

$$r_1^2 - r_2^2 \cong r^2$$

لان

$$\pi (r_1^2 - r_2^2) = \pi r^2$$

وباستخدام المعادلة (5.50) نحصل على

$$\grave{G} = \frac{\pi n}{2 L} (r_1^2 - r_2^2) (r_1^2 + r_2^2) \theta_2$$

$$= \frac{\pi n}{2 L} r^2 \ 2 r_1^2 \ \theta_2$$

$$= \frac{\pi n}{2 L} (1.5)^2 \ . 2 (3)^2 \ \theta_2$$

$$G = G$$

$$\frac{\pi n}{2 L} \theta_1 \ (1.5)^4 = \frac{\pi n}{2 L} \theta_2 \ (1.5)^2 \ 2.3^2$$

$$= \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{2.3^2}{1.5^2} = 8$$

مثال (5.11)

قضيب فولاذ ناقل للحركة قطره 3 cm وطوله 6m ، تعرض الى اجهاد لـيّ فدار بزاوية مقدارها 0.03 rad ، جد مقدار الشغل المبذول اذا كان معامل الصلابة لمادة القضيب تساوي 8×10^{10} dyne / cm² .

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحل

$$G = \tau\,\theta$$

$$\tau = \frac{\pi\, nr^4}{2L}$$

$$G = \frac{3.14 \times 8 \times 10^{10} \times 105 \times 0.03}{2L}$$

$$G = 9.42 \times 10^{6} \quad \text{dyre - cm}$$

الازاحة الزاوية × عزم المزدوج $= W = \frac{1}{2}$

$$= 9.42 \times 10^{6} \ \frac{1}{2}$$

$$= 1.413 \times 10^{+5} \quad \text{erg}$$

$$W = \frac{1.413 \times 10^{+5}}{4.2 \times 10^{7}}$$

$$W = 3.3464 \times 10^{-3}$$

مثال (5.12)

قضيب معدني منتظم طوله 1 m وقطره 10 mm ثبتت بصورة عمودية من طرفه الاعلى وسلط عليه مزدوج قوة مقدارها 2.5×10^{6} dynes – cm أثرتا على نهايته الطليقة ، فتسببت في تحريك نقطة مضيئة منعكسة عن مرآة صغيرة مثبتة في نهايته الصلبة مسافة مقدارها 20 cm على تدريج يبعد 1 m عن القضيب. جد معامل صلابة السلك.

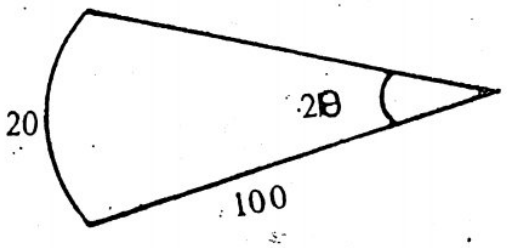
الحل :

ان زاوية الدوران المرآة تساوي نصف زاوية دوران الاشعة المنعكسة

$$\tan 2\theta = \frac{20}{100} = 0.2$$

$$\therefore \ 2\theta = 26.56$$

$$\theta \equiv 13.28$$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$\theta \cong 13.28 \times \frac{\pi}{180} \quad \text{radian}$$

$$= 0.232 \quad \text{radia in}$$

ان قيمة نصف القطر r تساوي 0.5 cm وان $G = 2.5 \times 10^6 \, \text{dyne} - \text{cm}.$

ان العلاقة بين معامل الصلابة (n) والعزم المسلط تعطى بالمعادلة الآتية :

$$G = \frac{\pi n r^4}{2L} \theta$$

وبالتعويض عن القيم المناسبة للمقادير في هذه المعادلة نحصل على :

$$2.5 \times 10^6 = \frac{n \times 3.142 \times .5^2 \times .5^2}{2 \times 100}$$

$$n = \frac{2 \times 100 \times 2.5 \times 10^6}{3.14 \times .5^2 \times .5^2 \times (0.232)}$$

$$\cong 1.1 \times 10^{10} \quad \text{dyne/cm}^2$$

مثال (5.13) :

العلاقة بين المعاملات

The Relation Between Modulus

هناك العديد من العلاقات بين المعاملات المختلفة يمكن استنتاجها او اشتقاقها. وسنتناول بعض واهم هذه العلاقات :

اذا فرضنا ان الانفعالين الطولي والعرضي لوحدة الاجهاد المسلط يساويان الى α و β على الترتيب ، فان نسبة بواسون ستكون مساوية الى نسبة β الى α ، اي ان

$$\sigma = \frac{\beta}{\alpha}$$

وبما ان معامل يونك يعطى بالعلاقة الآتية :

$$Y = \frac{\text{الاجهاد}}{\text{الانفعال الطولي}}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner