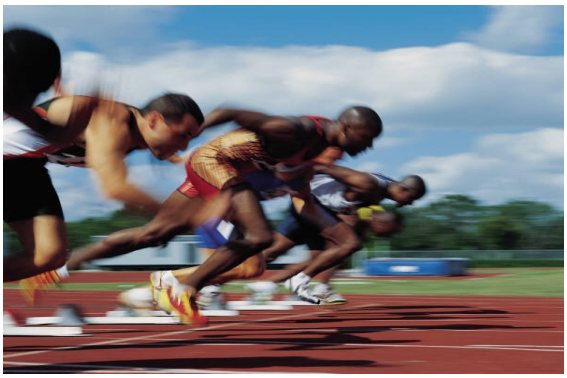
الفصل الثاني

حركة الأجسام

(Kinematics)



1-2 تمهيد: دراسة الحركة ومناط الإسناد

اهتم الإنسان منذ الأزل بالطبيعة والظواهر الطبيعية. فكانت حركة الأجسام السماوية مثار الإعجاب والفضول لديه. وحاول، ومايزال، كشف أسرار الطبيعة بدءا من أكبر الأجسام السماوية وانتهاءا بأصغر مكونات الذرة والنواة. ولاينحصر اهتمام الإنسان بهذه الظواهر والعجائب لمجرد الفضول والتساؤل فقط بل للاستفادة منها وتسخيرها لخدمته بشتى الطرق والوسائل. وتعد دراسة حركة وتحريك الأجسام العمود الفقري في جسم الفيزياء لأنها تصف كيف ولماذا تتحرك الأجسام وكيف يمكن الاستفادة من هذه الحركة.

وسنقوم في هذا الفصل بدراسة الطريقة التي تتحرك بها الأجسام المختلفة، ونعني بذلك معرفة موضعها وسرعتها وتسارعها في كل لحظة من الزمن، بغض النظر عن السبب الذي أدى لحركتها. فعندما يسألك صديقك أن تصف حركة جسم ما فإنك تقول إنه يتحرك على خط مستقيم (كحجر يسقط في بئر) أو يدور على دائرة (كالقمر حول الأرض)، أي أنك تصف شكل الطريق الذي يسير عليه الجسم وهذا مانطلق عليه اسم **المسار** *(path)*، كما أنك تقول إنه قريب أو بعيد أي أنك تحدد **موضعه** *(position)* بالنسبة لك، ثم تقرر حالته الحركية سواء كان ساكنا أم متحركا بتحديد **سرعته** *(velocity)*، وتتابع تزايد أو تناقص سرعته مع مرور الزمن بتحديد **تسارعه** *(acceleration)*. فدراسة حركة أي جسم تعني تحديد هذه المتغيرات من موضع

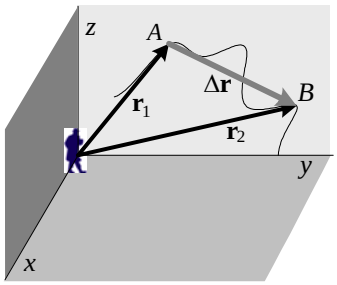
وسرعة وتسارع ومسار في كل لحظة من الزمن، وهذا مايسمى في الميكانيك **علم الحركة** *(kinematics)*. ونلاحظ أننا لم نسأل لماذا يتحرك الجسم بهذه الطريقة أو تلك وما الذي يحركه أصلا، لأن **تحريك الأجسام** *(dynamics)* هو موضوع آخر سنتطرق إليه فيما بعد.

لذا سندرس في هذا الفصل مفاهيم السرعة المتوسطة واللحظية والتسارع المتوسط واللحظي، ونكتب المعادلات التي تربط متغيرات الحركة بشكل عام في الفضاء. ثم نعتبر حالة الحركة في اتجاه واحد فقط، أي على خط مستقيم، بينما ندرس في الفصل الثالث الحركة في المستوي.

ويهتم علم الحركة بمعرفة متغيرات حركة جسم أو منظومة جسيمات بالنسبة لمراقب أو **مناط إسناد ثابت** أو **عطالي** *(inertial frame of reference)* أي لايتحرك بالنسبة للأجسام التي يدرس حركتها. ونعرف **الشروط الابتدائية** *(initial conditions)* بموضع وسرعة وتسارع الجسم لحظة بدء مراقبته (وليس بدء حركته). كما نسمي المتجه الواصل من المراقب إلى الجسم في كل لحظة **متجه الموضع** *(position vector)* والذي يمكن أن يتغير مع الزمن نتيجة حركة الجسم، وسنرى كيف نربط بين تغير هذا المتجه وسرعة الجسم وتسارعه.

2-2 متجه السرعة المتوسطة *(Average Velocity)*

إذا قطعت سيارة مسافة 200 km خلال أربع ساعات فإننا نقول إنها سارت بسرعة متوسطة 50 km/h. وهذا لايعني بالضرورة أنها كانت تسير بهذه السرعة طوال الوقت بل يعني أنها لو سارت هكذا لقطعت مسافة 200 km في أربع ساعات وهذا مانطلق عليه اسم **السرعة المتوسطة** *(average speed)*. ويمكن تعريف **متجه السرعة المتوسطة** *(average velocity)* بدقة إذا اعتبرنا متحركا p (كطير مثلا) يتحرك في الفضاء، كما في الشكل (2-1)، ومراقبا يحدد موضع الجسم بالنسبة له (أي أن المراقب هو مناط الإسناد أو المرجع ونطلق عليه اسم **المبدأ** *(origin)*)، فيرى الجسم عند الموضع A المحدد بالمتجه $\mathbf{r}_1$ في اللحظة t_1، ثم يغفل عنه لفترة من الزمن ويعود ليحدد موضعه عند الموقع B المحدد بالمتجه $\mathbf{r}_2$ في اللحظة t_2. عندئذ نعرف **متجه الإزاحة** *(displacement)* بين A وB بالمتجه الواصل بينهما مباشرة، أي أن:



الشكل(2-1)

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \qquad (1\text{-}2)$$

ونلاحظ أن الإزاحة قد لاتنطبق بالضرورة على الطريق الفعلي المتبع للانتقال من A إلى B.

وحيث أن الزمن اللازم للجسم لهذه الإزاحة هو:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \qquad (2\text{-}2)$$

عندئذ نعرف **متجه السرعة المتوسطة** بين A وB بالعلاقة:

$$\mathbf{v}_{av} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{t_2 - t_1} \qquad (3\text{-}2)$$

فسرعة الجسم هي دليل على تغير موضعه مع الزمن. وتعطى وحدة السرعة في النظام الدولي بالمتر لكل ثانية، أي m/s.

ومن الواضح أن معرفة السرعة المتوسطة خلال انتقال الجسم بين نقطتين لايعطينا أية معلومات عن تفاصيل الرحلة الفعلية. فإذا افترضنا أننا انتقلنا من دمشق لعمان بسرعة متوسطة 80 km/h فإن ذلك لايعني أننا تحركنا بهذه السرعة طوال الوقت، إذ يمكن أن نسرع في مرحلة ثم نتباطأ في مرحلة أخرى، وهكذا. ونعطي في الجدول (2-1) بعض السرعات في الطبيعة.

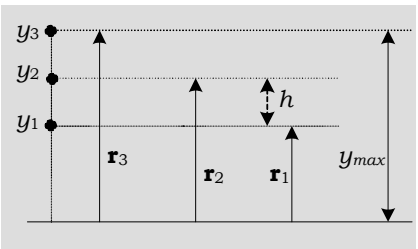
الجدول 2-1: بعض السرعات في الطبيعة (m/s)

سرعة الضوء في الفراغ	3×10^{8}
سرعة الصوت في الهواء	3.4×10^{2}
سرعة دوران الأرض حول الشمس	4.0×10^{4}
سرعة دوران القمر حول الأرض	1.1×10^{4}
سرعة دوران الأرض حول نفسها	9.6×10^{2}
سرعة دوران الإلكترون في الذرة	6.3×10^{5}
سرعة مركبة فضائية حول الأرض	7.5×10^{5}
سرعة طائرة ركاب عبر المحيط	2.0×10^{2}
سرعة أسرع عداء في العالم	1.02×10^{1}

وصلت السرعة المتوسطة لهشام الغروج حامل ذهبية 1500 متر إلى 24.4 كم/سا

ونلاحظ من تعريف الإزاحة $\Delta\mathbf{r}$ أنها تتحدد بمعرفة موضع المتحرك لحظة بداية مراقبته ولحظة نهايتها فقط، بغض النظر عن تفاصيل الطريق التي اتبعها للانتقال بينهما. كما أن هاتين اللحظتين قد تختلفان كليا عن لحظة بداية الحركة نفسها أو نهايتها. ومما لاشك فيه أن متجه الإزاحة قد لاينطبق على المسافة الفعلية التي تحركها الجسم بين النقطتين A وB، كما ذكرنا سابقا، إلا أن لتعريفها بهذه الطريقة أهمية كبيرة لتحديد متجه السرعة المتوسطة، كما يساعد في حل الكثير من المسائل التي تبدو معقدة بكل يسر وسهولة.

وتوضيحا لما تقدم نعتبر جسما مقذوفا نحو الأعلى، كما في الشكل (2-2) حيث عينا موقع الجسم بعد ثانية وثانيتين وعند أعلى ارتفاع يصل إليه وعند عودته لنفس ارتفاع نقطة إطلاقه. عندئذ تكون إزاحته بين اللحظتين t_1 وt_2 هي:



الشكل (2-2)

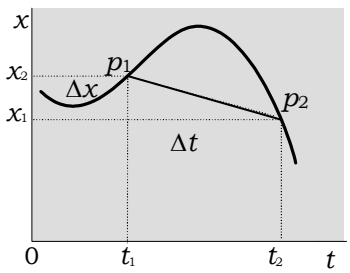
$$|\Delta\mathbf{r}| = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1| = y_2 - y_1 = h$$

أما الإزاحة بين نقطة الإطلاق وأعلى ارتفاع فهي:

$$|\Delta\mathbf{r}| = |\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_0| = y_{\max}$$

وأخيرا تكون الإزاحة الكلية بين لحظة الإطلاق ولحظة عودة الجسم إليها هي $|\Delta\mathbf{r}| = 0$ على الرغم من أن المسافة المقطوعة فعليا تساوي $2y_{max}$! وإذا افترضنا أن الجسم استغرق Δt للوصول إلى أعلى ارتفاع لكانت سرعته المتوسطة (بالقيمة فقط) في الذهاب مساوية إلى $y_{\max}/\Delta t$ وكذلك في رحلة الإياب. أما لو أردنا حساب متجه السرعة المتوسطة (قيمة واتجاه) خلال الرحلة بأكملها ذهابا وإيابا لكانت النتيجة مساوية للصفر لأن متجه الإزاحة معدوم في هذه الحالة.

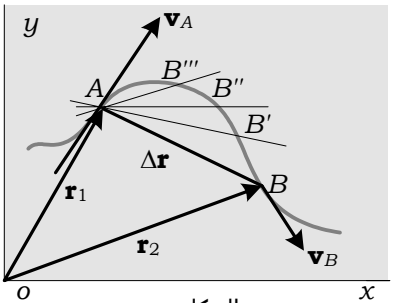
ولابأس من الاستفادة من الرسم البياني للتعمق في مفهوم السرعة المتوسطة (ومن ثم السرعة اللحظية التي سندرسها فيما بعد). فإذا افترضنا أن سيارة تسير على طريق مستقيمة بحيث يتغير بعدها عن مراقب ثابت (نقطة المبدأ أو مناط الإسناد) كما هو موضح في الشكل (2-3)، للاحظنا أولا أن السيارة لاتسير على الخط المنحني المرسوم بل على خط مستقيم نسميه محور السينات (كالشارع مثلا)، أما المنحني فيمثل تغيرات الموضع مع الزمن. وبأخذ نقطتين p_1 وp_2 تمثلان لحظتي بداية ونهاية مراقبة الجسم من قبل مراقب عند الموضع x=0 على محور السينات، عندئذ يمكن تحديد إزاحته بالمسافة بين هاتين النقطتين $\Delta x = x_2 - x_1$ خلال الفترة الزمنية $\Delta t = t_2 - t_1$. ويعطي ميل الوتر p_1p_2 في الشكل (2-3)، أي $\Delta x/\Delta t$، مقدار واتجاه السرعة المتوسطة للجسم خلال انتقاله بين هاتين النقطتين. فكلما كان الميل كبيرا بالقيمة المطلقة كلما كانت السرعة المتوسطة أكبر، وإذا كان الميل موجبا كانت الحركة بالاتجاه الموجب لمحور السينات، وإذا كان سالبا فإن السيارة تتحرك بالاتجاه السالب. وللملاحظة الأخيرة أهمية كبيرة **عندما يتحرك جسم على خط مستقيم** حيث



الشكل (2-3)

تعطي إشارة السرعة اتجاه الحركة فقط ولاعلاقة لها بتغير قيمتها (أي تسارعها أو تباطؤها) بتاتا. فلو تحرك جسم على خط مستقيم بسرعة m/s +10 ثم صارت سرعته m/s –5 فهذا لايعني أنه تباطأ بل يعني أنه غير اتجاه حركته من الجهة الموجبة للجهة السالبة أي أنه تباطأ وتوقف واستدار وعاد بالاتجاه المعاكس.

3-2 السرعة اللحظية *(Instantaneous Velocity)*



الشكل (2-4)

لمعرفة سرعة جسم في لحظة ما أو عند موضع معين، مثل النقطة A في الشكل (2-4)، نستفيد من العلاقة (2-3) التي تعطي **متوسط السرعة بين نقطتين** وذلك بجعل B تقترب من A إلى أن تنطبق عليها فتنتهي الإزاحة $\Delta\mathbf{r}$ والزمن Δt إلى الصفر سويا، وعندئذ يصير القاطع AB مماسا للمنحني عند A ويصير متجه السرعة مساويا إلى:

$$\mathbf{v} = \lim_{\substack{\Delta\mathbf{r}\to 0 \\ \Delta t\to 0}} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \qquad (2\text{-}4)$$

فالسرعة اللحظية عند نقطة معينة من مسار جسم هي مشتق متجه موضعه بالنسبة للزمن، ونمثلها هندسيا بمتجه مماس للطريق الذي يتحرك عليه الجسم عند النقطة المعتبرة بحيث يتناسب طوله مع قيمة السرعة بينما يعطي منحاه اتجاه الحركة. فإذا تحرك جسم على خط مستقيم (كسيارة تسير في الشارع) فإن متجه السرعة اللحظية يكون موازيا لخط السير دوما. بينما إذا سار الجسم على مسار دائري (كالإلكترون حول البروتون في ذرة الهيدروجين)، أو أي مسار آخر، فإن متجه السرعة اللحظية يكون مماسا للطريق عند كل نقطة يصل إليها الجسم.


الشكل (2-5)

والعلاقة (4-2) صحيحة سواء تحرك الجسم على خط مستقيم أو في مستو أو في الفضاء، ويكون له بشكل عام ثلاث مركبات على المحاور ox و oy وoz، أي:

$$\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k} \qquad (5\text{-}2)$$

حيث

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \text{ و } v_z = \frac{dz}{dt} \qquad (6\text{-}2)$$

مثل 2-1

يتغير بعد سيارة تسير على خط مستقيم بالنسبة لمراقب وفق العلاقة $x(t) = 6t^2 - t + 1$ حيث تقدر x بالمتر وt بالثانية. (أ) مابعد السيارة عن المراقب في اللحظة t=0 ومامسرعتها اللحظية عندئذ؟ (ب) ما السرعة اللحظية عندما t=3 s؟ (ج) ما إزاحة السيارة خلال الفترة الزمنية من t=0 s إلى t=3 s؟ (د) ما السرعة المتوسطة للسيارة بين هاتين اللحظتين؟

الحل: (أ) من الواضح أن موضع السيارة بالنسبة للمراقب عندما بدأ يراقبها t=0 s، هو $x(0)$=1 m. وبما أن السيارة تسير على خط مستقيم فإن العلاقة (4-2) تصير:

$$v = v_x = \frac{dx}{dt}$$

أي أن: $v(t) = 12t - 1$

ففي اللحظة t=0 نجد: $v(0) = -1$ m/s

أي أن السيارة كانت تبعد 1 m عن المراقب عندما بدأ بمراقبتها وتسير بسرعة 1 m/s بالاتجاه السالب لمحور السينات. فإذا كان المراقب يعتبر الاتجاه الموجب نحو الشرق مثلا فإن السيارة كانت تسير نحو الغرب لحظة بداية مراقبتها.

(ب) لإيجاد السرعة اللحظية بعد ثلاث ثواني من بدء المراقبة نضع t=3 s في معادلة السرعة أعلاه فنجد:

$$v(3) = 12(3) - 1 = +35 \text{ m/s}$$

أي أنه بعد ثلاث ثواني صارت السيارة تسير بسرعة 35 m/s بالاتجاه الموجب (نحو الشرق).

(ج) لحساب الإزاحة بين اللحظتين t=0 s وt=3 s نكتب:

$$s = \Delta x = x(3) - x(0) = 51 \text{ m}$$

(هل تمثل هذه الإزاحة المسافة الفعلية المقطوعة خلال ثلاث ثواني؟)

(د) أخيرا نجد السرعة المتوسطة بين اللحظتين t=0 s وt=3 s بكتابة:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{51}{3} = 17 \text{ m/s}$$

ويمكن الحصول على متجه موضع الجسم إذا عرفنا متجه سرعته اللحظية بدلالة الزمن من العلاقة (2-4) بإجراء التكامل:

$$\mathbf{r} = \int \mathbf{v} dt \qquad (7\text{-}2)$$

مثل 2-2

يتغير متجه سرعة جسم يتحرك في الفضاء وفق العلاقة $\mathbf{v}(t) = 2t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$ حيث تقدر v بـ m/s وt بالثانية. (أ) ماسرعة الجسم في اللحظة t=0؟ (ب) ما متجه موضع الجسم في أي لحظة إذا كان على بعد 5 m وفي الاتجاه الموجب لمحور السينات في اللحظة t=0؟

الحل: (أ) من الواضح أن للحصول على سرعة الجسم في اللحظة نعوض الزمن في معادلة السرعة فنجد $\mathbf{v}(0) = -3\mathbf{k}$ فسرعة الجسم لحظة بداية مراقبته، أي عندما t=0، تساوي 3 m/s ويتحرك الجسم بالاتجاه السالب لمحور العينات (أي للأسفل مثلا إذا اعتبرنا المحور oz للأعلى).

(ب) لإيجاد متجه موضع الجسم في أي لحظة نستخدم العلاقة (2-7) فنجد:

$$\mathbf{r} = \int \mathbf{v} dt = \int [2t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}]dt = t^2\mathbf{i} + \tfrac{1}{3}t^3\mathbf{j} - 3t\mathbf{k} + \mathbf{c}$$

حيث $\mathbf{c}$ ثابت تكامل يتحدد من شروط البدء ويمثل موضع الجسم لحظة بداية مراقبته ونجده بوضع t=0 في العلاقة السابقة والاستفادة من أن الجسم كان في الموضع $\mathbf{r}$=5 $\mathbf{i}$ m عندها أن $\mathbf{c}$=5 $\mathbf{i}$ ويؤول $\mathbf{r}$ إلى:

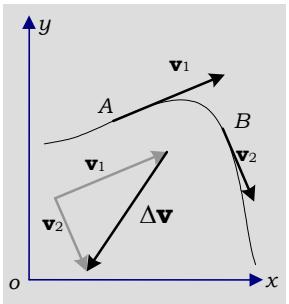
$$\mathbf{r} = (t^2 + 5)\mathbf{i} + \tfrac{1}{3}t^3\mathbf{j} - 3t\mathbf{k} \text{ m}$$

4-2 التسارع المتوسط واللحظي *(Acceleration)*

نقول إن لأي جسم متحرك تسارعا إذا تغير متجه سرعته اللحظية مع مرور الزمن. وهذا صحيح سواء تغيرت السرعة **بالقيمة** فقط، كحجر يسقط في بئر فتزيد قيمة سرعته لكن يبقى اتجاه الحركة للأسفل، أو **بالاتجاه** فقط، كدوران القمر حول الأرض فتبقى سرعته ثابتة بالقيمة (تقريبا) مع تغير اتجاهها بشكل مستمر، أو **بالقيمة والاتجاه**، ككرة تطير في الهواء) **فالتسارع هو دليل تغير متجه سرعة الجسم مع الزمن**.

ولتعريف تسارع جسم بدلالة تغير متجه سرعته مع الزمن نعتبر جسما يتحرك في الفضاء، كما في الشكل (2-7)، بحيث أن متجه سرعته اللحظية في اللحظة t_1 عند الموضع A هو $\mathbf{v}_1$ وفي اللحظة t_2 عند الموضع B هو $\mathbf{v}_2$. عندئذ نعرف تسارعه المتوسط بين هذين الموضعين بالعلاقة:

$$\mathbf{a}_{av} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{t_2 - t_1} \qquad (8\text{-}2)$$



الشكل (2-7)

ومن الواضح أن متجه التسارع المتوسط $\mathbf{a}_{av}$ يوازي $\Delta \mathbf{v}$ ويتناسب معه بالطول، بينما تعطى وحدته بوحدة السرعة مقسومة على الزمن، أي $\mathrm{m/s^2}$.

الآن: إذا تحرك جسم بحيث تغير متجه سرعته اللحظية بشكل مستمر من لحظة لأخرى فإن تسارعه في لحظة معينة يصير مساويا للنهاية:

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \qquad (9\text{-}2)$$

فالتسارع اللحظي لمتحرك في أي لحظة هو مشتق السرعة اللحظية لهذا الجسم في تلك اللحظة.

وللتسارع بشكل عام ثلاث مركبات على المحاور الإحداثية ox وoy وoz، أي أن:

$$\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k} \qquad (10\text{-}2)$$

حيث

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{و} \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} \quad \text{و} \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \qquad (11\text{-}2)$$

ويمكن إيجاد متجه السرعة اللحظية للجسم من تسارعه اللحظي بكتابة:

$$\mathbf{v} = \int \mathbf{a}\,dt \qquad (12\text{-}2)$$

ويجب في هذه الحالة معرفة حالة الجسم في لحظة معينة (شروط لبدء) حتى تتحدد سرعته بشكل كامل في أي لحظة.

مثل 2-3

تتحرك سيارة على خط مستقيم بسرعة متغيرة بالشكل $v(t) = 3t + 5$ m/s. ماتسارع السيارة اللحظي وماالمسافة المقطوعة بعد ثلاث ثواني؟

الحل: بما أن السيارة تتحرك على خط مستقيم نكتب:

$$a = \frac{dv}{dt} = 3 \text{ m/s}^2$$

فالتسارع ثابت ولايتغير مع الزمن.

أما المسافة المقطوعة بعد ثلاث ثواني فنجدها بتحديد موضع الجسم بالنسبة للمراقب في أي لحظة ونكتب:

$$x(t) = \int v dt = \int (3t + 5)\, dt = \tfrac{3}{2} t^2 + 5t + c$$

ثم نحسب المسافة المقطوعة خلال ثلاث ثواني:

$$s = x(3) - x(0) = [\tfrac{3}{2}(3)^2 + 5(3) + c] - [\tfrac{3}{2}(0)^2 + 5(0) + c] = 28.5 \text{ m}$$

ونلاحظ أننا لم نضطر لتحديد الثابت c في هذه الحالة إطلاقا.

5-2 الحركة بتسارع ثابت

لعل أهم وأشهر تسارع يعرفه الإنسان هو تسارع الجاذبية الأرضية قرب سطح الأرض والذي يساوي، كما نعرف، 9.80 m/s² ويتجه دوما نحو الأسفل، أي أنه ثابت بالقيمة والاتجاه. ولهذا ندرس في هذه الفقرة كيف تتحرك الأجسام الخاضعة لتسارعات ثابتة وكيف تتغير سرعاتها والمسافات التي تقطعها مع مرور الزمن لكثرة التطبيقات المتعلقة بهذه الحالات.

فإذا تحرك جسم بتسارع ثابت بالقيمة والاتجاه عندئذ نجد سرعته في أي لحظة من العلاقـة (12-2) فنجد:

$$\mathbf{v} = \mathbf{a}t + \mathbf{v}_0 \qquad (13\text{-}2)$$

حيث $\mathbf{v}_0$ سرعة الجسم لحظة بداية مراقبته (السرعة الابتدائية) في اللحظة t=0.

كما نجد متجه موضع الجسم من العلاقة (7-2) ونكتب:

$$\mathbf{r} = \tfrac{1}{2}\mathbf{a}t^2 + \mathbf{v}_0 t + \mathbf{r}_0 \qquad (14\text{-}2)$$

حيث $\mathbf{r}_0$ متجه موضع الجسم لحظة بداية مراقبته، أي في اللحظة t=0.

وبالطبع عندما يتحرك الجسم في الفضاء فإن لكل من التسارع والسرعة والموضع ثلاث مركبات على المحاور الإحداثية ox وoy وoz.

ومن المفيد أن نلاحظ أنه عندما يتحرك جسم بتسارع ثابت فإن سرعته المتوسطة بين نقطتين1 و2 ترتبط بسرعته اللحظية عند كل واحدة منهما بالعلاقة:

$$\bar{v}_{AB} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{s}{t} \qquad (15\text{-}2)$$

حيث s المسافة بين النقطتين المعنيتين وt الزمن اللازم للانتقال بينهما (يرهن ذلك).

ومن المهم الإشارة مرة أخرى إلى أن بقاء سرعة جسم ثابتة بالقيمة لاتعني بالضرورة أن تسارعه يساوي الصفر لأنه من المحتمل أن يتحرك على مسار دائري (كالقمر حول الأرض) بسرعة ثابتة بالقيمة لكن اتجاهها يتغير باستمرار، مما يؤدي لتسارع الجسم باستمرار، وهذا ماسندرسه في فقرة لاحقة.

ونعيد التذكير بأن $\mathbf{r}_0$ و$\mathbf{v}_0$ تمثلان موضع وسرعة الجسم لحظة بداية مراقبته، أي في اللحظة $t=0$. ولذا عندما نقول إن الشروط الابتدائية لجسم هي $\mathbf{r}_0=5\ \mathbf{i}$ m و$\mathbf{v}_0=3\ \mathbf{j}$ m/s، مثلا، فإننا نعني أنه في اللحظة التي بدأنا متابعة حركة الجسم كان الأخير على بعد خمسة أمتار بالاتجاه الموجب لمحور السينات (اتجاه الشرق) ويتحرك بسرعة ثلاثة أمتار بالثانية باتجاه محور الصادات الموجب (نحو الشمال)، وذلك بفرض أننا اعتمدنا محور السينات اتجاه شرق-غرب ومحور الصادات باتجاه شمال-جنوب.

6-2 الحركة على خط مستقيم

إذا تحرك جسم على خط مستقيم فإن معادلات الحركة تصير غاية في السهولة إذ لايبقى هناك حاجة لاستعمال المتجهات، ويكون لكل من الموضع والسرعة والتسارع مركبة واحدة على خط الحركة. وقد جرت العادة أن يرمز لذلك المحور بـ ox إذا تحرك الجسم على طريق أفقي، بينما يرمز له بـ oy عندما يتحرك شاقوليا للأعلى والأسفل.

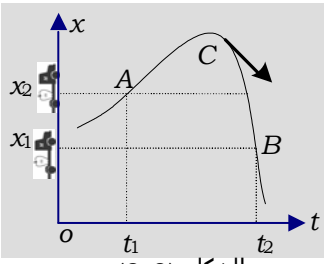
فإذا افترضنا جسما يتحرك على المحور ox عندئذ تصير سرعته المتوسطة عندما ينتقل من الموضع x_1 إلى x_2 معطاة بالعلاقة:

$$\boxed{v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}} \qquad (16\text{-}2)$$

فإذا تحرك الجسم بحيث أن $x_2>x_1$ تكون سرعته موجبة أي أنه يتحرك بالاتجاه الموجب لمحور السينات (ولايعني ذلك بالضرورة أن الجسم موجود في الجهة الموجبة). وكذلك لو كان $x_1>x_2$ تكون سرعة الجسم سالبة أي أنه يتحرك بالاتجاه السالب. ونؤكد هنا على أن إشارة السرعة تدل فقط على اتجاه الحركة وليس لها علاقة بتسارع الجسم المتحرك أو تباطؤه. ولو اعتبرنا جسما يتحرك على خط مستقيم بحيث أن سرعته في لحظة ما -5 m/s وصارت بعد قليل -8 m/s فيجب أن نستنتج أنه يتحرك طوال الوقت بالاتجاه السالب وبتسارع لأن القيمة المطلقة لسرعته تزيد في ذلك الاتجاه. أما لو تغيرت سرعة جسم من $+6$ m/s مثلا إلى -4 m/s فلانستطيع تحديد فيما إذا تسارع أو تباطأ مباشرة لأن إشارة السرعة تغيرت مما يعني أنه حول اتجاهه من الجهة الموجبة للجهة السالبة، أي أنه توقف واستدار. فالجسم في هذه الحالة تباطأ أولا بالاتجاه الأول ثم تسارع في الاتجاه المعاكس. وبالطبع فإننا نجد السرعة اللحظية، كما فعلنا في فقرة سابقة، بالعلاقة:

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad (17\text{-}2)$$

وإذا رسمنا تغيرات موضع جسم يتحرك على خط مستقيم بدلالة الزمن، كما في الشكل (2-8)، مثلا، واعتبرنا حركة الجسم بين النقطتين A وB فإن ميل القاطع AB يمثل السرعة المتوسطة بين هاتين النقطتين، بينما يعطي ميل المماس للمنحني عند أي نقطة مثل C، قيمة السرعة اللحظية عندها.



الشكل (2-8)

مثل 2-4

تتحرك سيارة على خط مستقيم بحيث يتغير موضعها في كل لحظة وفق العلاقة: $x(t) = 3t - 4t^2 + t^3$ ، حيث تقدر x بالمتر وt بالثانية. (أ) ماموضع السيارة في اللحظات t=1,2,3,4 s؟ (ب) ما إزاحة السيارة بين اللحظتين t=0 s وt=4 s؟ (ج) ما السرعة المتوسطة للجسم بين اللحظتين t=2 s وt=4 s؟

الحل: لحساب موضع السيارة في اللحظات المذكورة نشكل جدولا بتغيرات x مع الزمن:

الزمن t(s)	0	1	2	3	4
الموضع x(m)	0	0	−2	0	12

لحساب إزاحة السيارة بين اللحظتين t=0 s وt=4 s نكتب:

$$s = x(4) - x(0) = 12 - 0 = 12 \text{ m}$$

(ج) لحساب السرعة المتوسطة بين اللحظتين t=2 s و t=4 s نكتب:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(4) - x(2)}{4 - 2} = \frac{12 - (-2)}{2} = 7 \text{ m}$$

(د) أخيرا لحساب السرعة اللحظية للجسم عندما t=3 s نستعمل العلاقة (17-2) ونكتب:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 3 - 8t + 3t^2 \quad \Rightarrow \quad v(3) = 6 \text{ m/s}$$

7-2 الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت

تعتبر حركة جسم بتسارع ثابت ذات أهمية خاصة لأن الكثير من الحركات في الطبيعة تتم كذلك، كما ذكرنا سابقا، كسقوط الأجسام بالقرب من سطح الأرض. فإذا تحرك جسم على خط مستقيم بتسارع ثابت فإن العلاقات (13-2) و (14-2) تصير:

$$\boxed{v = at + v_0} \tag{18-2}$$

و

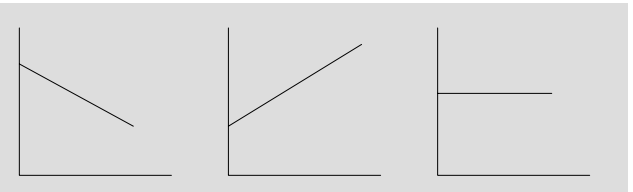
$$\boxed{x = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0} \tag{19-2}$$

وباختصار الزمن بين العلاقتين الأخيرتين نجد:

$$\boxed{v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) = 2as} \tag{20-2}$$

حيث s الإزاحة من x_0 إلى x.

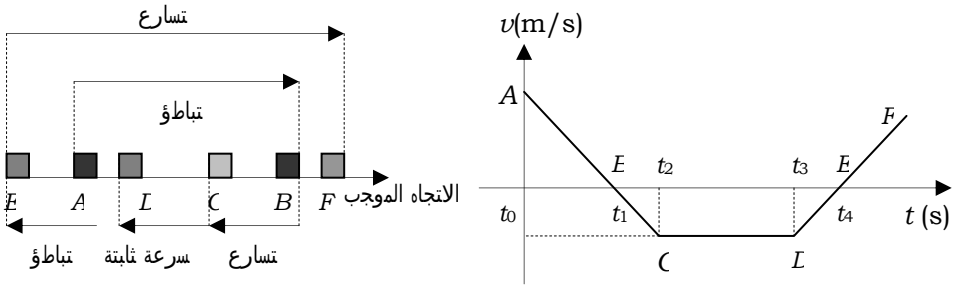
وتمثل العلاقة (18-2) تناسبا خطيا بين السرعة اللحظية والزمن. فإذا كان a يساوي الصفر فإن الجسم يتحرك بسرعة ثابتة دوما،أما عندما يكون $a \neq 0$ فإن السرعة تتزايد أو تتناقص مع الزمن بشكل خطي، بحسب كون a موجبا أو سالبا، كمل في الشكل (2-9).



الشكل (2-9)

مثل 2-5

تتغير السرعة اللحظية لجسم يتحرك على خط مستقيم مع الزمن كما هو موضح بالشكل (2-10). فسر كل مرحلة من مراحل الحركة.



الشكل (2-10)

الحل: يمكن تحليل حركة الجسم بملاحظة أنه عندما بدأ المراقب متابعته في اللحظة t=0 كانت سرعة الجسم موجبة (النقطة A) ثم تناقصت تدريجيا مع مرور الزمن لكن بالاتجاه الموجب، فالجسم تباطأ بين اللحظتين t_0 وt_1 إلى أن توقف (النقطة B) ثم استدار وغير اتجاه حركته وتسارع بالاتجاه السالب خلال الفترة من t_1 وحتى t_2 (النقطة C)، ثم سار بعدها بسرعة ثابتة (بالاتجاه السالب) لفترة زمنية من t_2 وحتى t_3 (النقطة D)، حيث تباطأ في ذلك الاتجاه إلى أن توقف في اللحظة t_4 (النقطة E) مغيرا اتجاه حركته بالاتجاه الموجب ليتسارع بعد ذلك (النقطة F ومابعدها). ونذكر هنا أن حركة الجسم تتم على خط مستقيم لاعلى الخط المنكسر المرسوم. ويجدر فهم هذا المثل لأهميته في استيعاب الحركة على خط مستقيم.

مثل 2-6

تسير سيارة على خط مستقيم بسرعة 30 m/s وعلى بعد 200 m منها سيارة أخرى تسير أمامها على نفس الخط وبنفس الاتجاه بسرعة 10 m/s. لتجنب التصادم تتباطأ السيارة الأولى بمعدل 1 m/s^2، ماسرعتها عندما تلحق بالسيارة الثانية وما المسافة التي ستقطعها خلال ذلك؟

الحل: نفترض أن السيارة الثانية ستقطع مسافة x إلى أن تلحق بها الأولى التي ستكون قد قطعت مسافة x+200 ، كما هو موضح بالشكل (2-11)، وباستعمال العلاقة(2-19) نكتب لكل سيارة:

الشكل (2-11)

بالنسبة للسيارة الأولى $x + 200 = \frac{1}{2}at^2 + 30t$

بالنسبة للسيارة الثانية $x = 10t$

وبحل هاتين المعادلتين نجد: $x = 200$ (m)

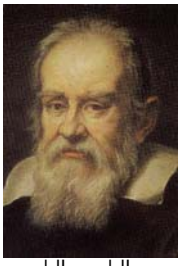
أي أن المسافة التي قطعتها السيارة الأولى هي:

$$x = 200 + x = 400 \text{ m}$$

ولإيجاد سرعة هذه السيارة عندما تلحق بالثانية نستعمل (2-20) ونكتب:

$$v^2 - v_0^2 = 2as \quad \Rightarrow \quad v = 10 \text{ m/s}$$

8-2 السقوط الحر *(Free Fall)*


جاليليو جاليلي

درس **جاليليو جاليلي** *(Galileo Galilee 1564-1642)* حركة الأجسام الساقطة بشكل حر بالقرب من سطح الأرض بدءا من السكون فلاحظ أنها تقطع مسافات متساوية في أزمنة متساوية، بغض النظر عن كتلها (مهملا مقاومة الهواء وحركة الرياح)، فاستنتج أن لهذه الأجسام نفس التسارع أطلق عليه **تسارع الجاذبية الأرضية** *(gravitational acceleration)* قيمته قرب سطح الأرض 9.801 m/s^2 ويتجه دوما نحو الأسفل (مركز الأرض). وقد توصل جاليليو إلى نتائجه المهة هذه بعد إجراء العديد من التجارب على أجسام تتدحرج على سطوح مائلة بقياس المسافات التي تقطعها خلال فترات زمنية متساوية ومتعاقبة، كما كرر التجارب بزيادة ميل السطح إلى أن صار شاقوليا تقريبا حيث تؤول حركة الجسم إلى سقوط حر.

ويطلق على حركة كل جسم يتحرك شاقوليا تحت تأثير الجاذبية الأرضية فقط اسم سقوط حر، وإن لم يبدأ من السكون، ويكون تسارعه **ثابتا** بالقيمة ويرمز له بـ g **ويتجه للأسفل دوما** بغض النظر سواء كانت حركة الجسم للأعلى أوللأسفل في أي لحظة من الزمن.

فإذا اعتبرنا الاتجاه الشاقولي نحو الأعلى هو الاتجاه الموجب، أي أن $a=-g$، عندئذ تصير معادلات حركة الجسم (2-18) و (2-19) و (2-20) بالشكل:

$$v = -gt + v_0 \tag{21-2}$$

و

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0 \tag{22-2}$$

و

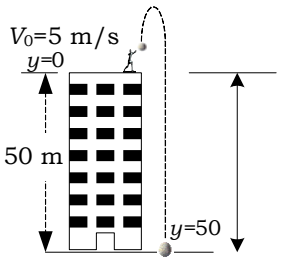
$$v^2 - v_0^2 = 2(-g)(y - y_0) = -2gs \qquad (23\text{-}2)$$

حيث وضعنا الإزاحة $s=y-y_0$.

ويجدر التنويه هنا إلى أنه كان بإمكاننا اختيار الاتجاه الموجب للأسفل ووضع $a=+g$ في العلاقات السابقة مع مراعاة ذلك بالنسبة لسرعة الجسم وإزاحته عندما يتحرك شاقوليا في الفضاء.

وكما ذكرنا سابقا فإن تسارع أي جسم ساقط بشكل حر ثابت بالقيمة والاتجاه لكن كونه موجبا أو سالبا يعتمد على طريقة اختيارنا للاتجاه الموجب للحركة. فيمكن أن نعتبر الاتجاه الموجب للأعلى وندرس حركة جسم يسقط للأسفل فنكتب تسارعه سالبا دوما، وتكون سرعته سالبة إلا أنها تزداد بالقيمة المطلقة مع مرور الزمن مما يعني أنه يتسارع. بينما لو تحرك الجسم للأعلى فتتناقص قيمة سرعته ويكون متباطأ عندئذ. ولذا نعيد التذكير بأن تزايد أو تناقص قيمة السرعة في اتجاه معين هي الدليل الوحيد على التسارع أو التباطؤ وليس إشارة السرعة أوالتسارع.

مثل 2-7



الشكل (2-11)

يقذف طفل يقف على سطح بناء ارتفاعه 50 m كرة بسرعة 5 m/s نحو الأعلى. (أ) ما أعلى ارتفاع تصل إليه الكرة وماسرعتها عندما تعود لنفس ارتفاع نقطة الإطلاق؟ (ب) مازمن طيرانها؟

الحل: نفترض الاتجاه الموجب للأعلى ونقطة المبدأ (أي موضع المراقب الذي يدرس الحركة) تقع عند سطح البناء، كما في الشكل (2-11). لذا نكتب تسارع الكرة في أي مرحلة $a=-g$، أما سرعتها الابتدائية فهي $v_0=+5$ m/s، كما أن $y_0=0$.

(أ) لإيجاد أعلى ارتفاع تصل إليه الكرة نلاحظ أن سرعتها تصير مساوية للصفر عندما تصل هناك، ومن ثم نستخدم (2-23) ونكتب:

$$v^2 - v_0^2 = 2(-g)(y - y_0) \Rightarrow \ 0 - 25 = 2(-9.8)s \ \Rightarrow \ s = 1.28 \text{ m}$$

ولإيجاد سرعة الكرة عندما تعود لنفس ارتفاع نقطة إطلاقها نلاحظ أنها تسقط من ارتفاع ابتدائي $y_0=1.28$ m بسرعة ابتدائية معدومة إلى ارتفاع نهائي $y=0$ لذا نجد من (2-23):

$$v^2 - v_0^2 = 2(-g)(y - y_0) \Rightarrow \; v^2 - 0 = 2(-9.8)(0 - 1.28) \;\Rightarrow\; v_0 = -5 \text{ m/s}$$

حيث نضع الإشارة السالبة لأن الجسم يتحرك للأسفل. ونلاحظ من هذه النتيجة أن الكرة تعود لنفس الارتفاع بنفس السرعة، وهذه نتيجة عامة لأي جسم يسقط بشكل حر في الفضاء.

(ب) لحساب زمن الطيران من لحظة الإطلاق إلى أن تعود الكرة للأرض نعتبر حركتها الكلية بالنسبة لمراقب يقف على السطح، فنلاحظ أن ارتفاعها الابتدائي y_0=0، وسرعتها الابتدائية v_0=+5 m/s وارتفاعها النهائي عندما تصل للأرض y=–50 m، وذلك بفرض الاتجاه الموجب للأعلى، كما حددنا ببداية المثل. ومن ثم نستخدم العلاقة (2-22) فنجد:

$$y = -\tfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0 \;\Rightarrow\; 0 = \tfrac{1}{2}(-9.8)t^2 + 5t - 50 \;\Rightarrow\; t = 3.75 \text{ s}$$

ويمكن حساب هذا الزمن بطريقة أخرى وذلك بحساب الزمن اللازم للكرة للوصول إلى أعلى ارتفاع t_1، ثم حساب الزمن اللازم للسقوط من ذلك الارتفاع t_2 وعندئذ يكون الزمن الكلي مساويا لـ $t=t_1+t_2$.

ونبدأ بحساب t_1 فنلاحظ أن الكرة قذفت بسرعة ابتدائية 5 m/s وأن سرعتها النهائية عند وصولها لأقصى ارتفاع تساوي الصفر، ولذلك نكتب:

$$v = -gt + v_0 \;\Rightarrow\; 0 = -9.8t_1 + 5 \;\Rightarrow\; t_1 = 0.51 \text{ s}$$

ونجد t_2 بملاحظة أن الكرة ستسقط من ارتفاع y=–(50+1.28)=–51.28 m بدءا من السكون، ولذلك نكتب:

$$y = -\tfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0 \;\Rightarrow\; -51.28 = -\tfrac{1}{2}(-9.8)t_2^2 + 0 + 0 \;\Rightarrow\; t_2 = 3.24 \text{ s}$$

وبذلك يكون الزمن الكلي: $t = t_1 + t_2 = 3.75$ s

وهي نفس النتيجة التي وجدناها سابقا.

من علماء الإسلام

ابن الهيثم

محمد بن الحسن بن الهيثم البصري (ولد 354 هـ - 965 م وتوفي 427 هـ - 1038 م). عاش في عصر ازدهار العلوم والآداب في الدولة العباسية ولنكب على دراسة البصريات والهندسة. فدرس ظواهر إنكسار الضوء وإنعكاسه بشكل مفصل، وخالف الآراء القديمة كنظريات بطليموس، فنفى أن الرؤية تتم بواسطة أشعة تنبعث من العين، وشرح العين تشريحا كاملا وبين وظيفة كل قسم منها، وأرسى أساسيات علم العدسات ممهدا لاستعمال العدسات المتنوعة في معالجة عيوب العين. له أكثر من 80 كتابا ورسالة، عرض فيها لسير الكواكب والقمر والأجرام السماوية وأبعادها من أشهر أعماله **المناظر** - **المرايا المحرقة بالدوائر** - **كيفـيات الإظلال** وغيرها.

ملخص الفصل

السرعة المتوسطة $v_{av} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$

السرعة اللحظية $v = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$

التسارع المتوسط $a_{av} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$

التسارع اللحظي $a = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$

قوانين الحركة بتسارع ثابت

$$\mathbf{v} = \mathbf{a}t + \mathbf{v}_0$$
$$\mathbf{r} = \tfrac{1}{2}\mathbf{a}t^2 + \mathbf{v}_0 t + \mathbf{r}_0$$
$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

السقوط الحر (الاتجاه الموجب للأسفل)

$$a = g$$
$$v = gt + v_o$$
$$y = \tfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0$$

تمارين ومسائل

السرعة المتوسطة

2-1 ما المسافة التي تقطعها سيارة تسير بسرعة 80 km/h خلال انشغال سائقها بالنظر إلى حادث على جانب الطريق لمدة ثانية واحدة؟

2-2 يهرول رجل بسرعة متوسطة 5 m/s لمدة خمس دقائق ثم يقف ليرتاح لمدة خمس دقائق أخرى. ماسرعته المتوسطة خلال العشر دقائق كلها؟

2-3 ركض كارل لويس مسافة 100 m خلال 10 s، بينما ركض العداء المغربي هشام الغروج مسافة 5000 m بزمن 13 دقيقة و49.39 ثانية خلال الألعاب الأولمبية عام 2004. ما السرعة المتوسطة لكل منهما؟ ولو استطاع كارل لويس المحافظة على سرعته لقطع 5000 m فما الزمن الذي سيستغرقه لذلك؟

2-4 تنتشر الإشارات الكهربائية في أعصاب الكائنات الحية بسرعة 100 m/s تقريبا. ما الزمن اللازم لحوت طوله 30 m ليشعر بعضة سمكة قرش في ذيله؟

2-5 تبتعد مجرة كونية بسرعة 21,600 km/h عن مجرتنا (درب التبانة) التي تبعد عنها حاليا حوالي 1.4×10^9 سنة ضوئية. ما الزمن الذي استغرقته هذه المجرة للوصول إلى هذا البعد بفرض أنها تسير بسرعة ثابتة؟ (السنة الضوئية هي المسافة التي يقطعها الضوء في سنة كاملة).

6-2 يعتبر الفهد أسرع كائن حي إذ تصل سرعته إلى 100 km/h، بينما يعتبر الظبي ثاني أسرع كائن حي إذ تصل سرعته إلى 88 km/h. (أ) ما الزمن اللازم لفهد ليلحق بظبي يبعد عنه 50 m وما المسافة التي سيقطعها الأخير خلال ذلك؟ (ب) بفرض أن الفهد لايستطيع العدو بهذه السرعة لأكثر من 20 s بينما يستطيع الظبي المحافظة على سرعته لفترة أطول بكثير. ما أكبر مسافة يمكن أن تفصل بينهما ليستطيع الأول اللحاق بالثاني؟

7-2 يقطع عداء مسافة 100 m خلال 10 s ويعود نفس المسافة ماشيا بزمن 80 s. (أ) ما متجه سرعته المتوسطة خلال كل مرحلة ولكل الرحلة؟ (ب) مامتوسط قيمة سرعته خلال الرحلة كلها؟

8-2 يتحرك جسم بين نقطتين بسرعة متوسطة 4 m/s ثم يرجع نفس الطريق بسرعة متوسطة 2 m/s. مامتوسط سرعته (قيمة فقط) خلال الرحلة كلها؟

9-2 يسير قطار بسرعة 60 km/h باتجاه الشرق، ثم يتحرك بنفس السرعة باتجاه°45 شمال الشرق ولمدة 20 دقيقة في كل مرحلة، ثم يتحرك غربا بنفس السرعة لمدة 50 دقيقة. ما سرعته المتوسطة في هذه الرحلة؟

10-2 يتحرك جسم بسرعة 18 m/s وبعد 2.4 s تصير سرعته 30 m/s بالاتجاه المعاكس. ماتسارعه المتوسط (قيمة واتجاه)؟

11-2 تمر سيارة بسرعة 20 m/s بالقرب من إشارة ضوئية في اللحظة t=0 وبعد خمس ثواني تمر سيارة أخرى بالقرب من نفس الإشارة وبنفس الاتجاه بسرعة 30 m/s. (أ) ارسم تغيرات المسافة x مع الزمن لكل سيارة. (ب) ما الزمن اللازم للسيارة الثانية لتلحق بالأولى وما المسافة التي ستكون الأخيرة قطعتها خلال ذلك؟

قوانين الحركة في الفضاء

12-2 تتسارع قمرة اختبار للطياريين من السكون إلى سرعة 1600 km/h خلال 1.8 s. ماتسارعها المتوسط؟ قارن إجابتك بالجاذبية.

13-2 يتغير بعد جسم عن المبدأ وفق العلاقة $\mathbf{r} = (t^2 + t)\mathbf{i} + (3t - 2)\mathbf{j} - (2t^3 - 4t^2)\mathbf{k}$ حيث تقدر $\mathbf{r}$ بالمتر وt بالثانية. ماسرعة وتسارع الجسم في كل لحظة وفي اللحظة t=2 s.

14-2 يعطى متجه موضع جسم متحرك في الفضاء بالعلاقة $\mathbf{r} = t^3\mathbf{i} + 6t\mathbf{j} - 2t^2\mathbf{k}$، حيث تقدر $\mathbf{r}$ بالمتر وt بالثانية. مامتجه سرعته وتسارعه اللحظيين؟

الحركة على خط مستقيم

15-2 تستغرق سيارة سباق 2.2 s لتصل لسرعة 100 km/h بدءا من السكون. مامتوسط تسارعها وما المسافة التي تقطعها خلال ذلك؟

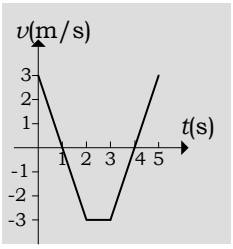
16-2 تصطدم مقدمة سيارة بحائط وتقف تماما بعد أن يتهشم 40 cm من مقدمتها. ما التباطؤ الذي عانته السيارة نتيجة التصادم بفرض أنه ثابت إذا كانت سرعتها الابتدائية 50 km/h؟

17-2 تسير سيارة بسرعة 100 km/h وعندما تكون على بعد 40 m من إشارة ضوئية تتحول الأخيرة للأحمر. ماذا يجب أن يكون تسارع السيارة حتى تقف إذا كان رد فعل السائق 0.4 s؟ (زمن رد الفعل هو الفترة الزمنية الفاصلة بين رؤية الإشارة وبدء تطبيق الكوابح).

18-2 يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة $x(t) = 10t^2 - 0.5t^4 + 3$، حيث تقدر x بالمتر وt بالثانية. (أ) ماسرعة الجسم اللحظية عندما t=2 s وt=3 s؟ وماسرعته المتوسطة بينهما؟ (ب) ما المسافة المقطوعة خلال هذه الفترة؟

19-2 يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث تتغير سرعته وفق العلاقة $v(t) = 2t + 3t^2 - 1$ حيث تقدرv بالمتر/ثانية وt بالثانية. ما المسافة التي يقطعها الجسم بعد ثلاث ثواني من بدء الحركة؟

20-2 يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث تتغير سرعته كما هو موضح بالشكل (12-2). كيف يتغير بعد الجسم عن المبدأ في كل مرحلة من مراحل الحركة إذا كان في اللحظة t=0 عند x=1 m؟



الشكل-12)

21-2 تعطى المسافة التي يقطعها جسم يتحرك على خط مستقيم بالعلاقة $x(t) = 50t + 10t^2$ حيث تقدر x بالمتر و t بالثانية. ماسرعته المتوسطة خلال الثواني الثلاث الأولى من حركته وما سرعته وتسارعه اللحظيين عندما t=3 s؟

22-2 في السباق المشهور بين الأرنب والسلحفاة، يستيقظ الأرنب فجأة ليرى أن السلحفاة التي تسير بسرعة ثابتة 0.1 m/s قد صارت على بعد 1 m من خط النهاية الذي يبعد عنه 100 m. ماذا يجب أن يكون تسارع الأرنب حتى يلحق بالسلحفاة قبل أن تربح السباق مع العلم أن سرعته الابتدائية معدومة (لأنه كان نائما)؟

23-2 تتحرك الإلكترونات داخل أنبوب التلفزيون بدءا من السكون لتصير سرعتها 3×10^6 m/s بعد قطع 4 cm. ماالتسارع المتوسط لهذه الإلكترونات؟

24-2 تقترب سيارة من إشارة ضوئية بسرعة 5 m/s وعندما تصير على بعد 20 m منها يلاحظ سائقها أن الضوء تحول للأصفر. ما التسارع الذي يجب أن تكتسبه السيارة حتى تتجاوز الإشارة، علما بأن الضوء يبقى أصفر لمدة ثلاث ثواني فقط؟

25-2 تتحرك سيارة بدءا من السكون فتصل لسرعة 60 km/h خلال 1.5 s. ما تسارعها المتوسط وماالمسافة المقطوعة خلال هذا الزمن؟ ما الزمن اللازم لتصل لسرعة 100km/h؟

26-2 تقلع طائرة بعد قطع مسافة 600 m بدءا من السكون خلال 15 s. ماسرعة الإقلاع بفرض أن التسارع ثابت؟

27-2 يتسارع قطار بمعدل $1.2\ m/s^2$ خلال منتصف المسافة بين محطتين، بينما يتباطأ بنفس المعدل خلال النصف الثاني من الطريق. ما الزمن اللازم للقطار للانتقال بين المحطتين إذا كانت المسافة بينهما 1100 m وما أعظم سرعة يصل إليها خلال رحلته؟

28-2 يدخل إلكترون مجالا كهربائيا بسرعة $5\times10^6\ m/s$ فيعاني تباطؤا بمعدل $1.25\ m/s^2$. ما المسافة التي يقطعها إلى أن يقف؟

29-2 يتحرك جسم بتسارع ثابت فيقطع مسافة 50 m خلال ثانيتين ثم يقطع 15 m بعد ثانيتين أخريين. ماتسارع الجسم وما سرعته الابتدائية؟

30-2 تتحرك سيارة بدءا من السكون بتسارع ثابت $1\ m/s^2$ وبعد ثانية يتوقف المحرك فتبدأ السيارة بالتباطؤ نتيجة احتكاك العجلات بالأرض بمعدل $5\ cm/s^2$ لمدة 10 s يبدأ بعدها السائق بتطبيق الكوابح لتقف السيارة بعد 5 s. ما المسافة الكلية المقطوعة؟

31-2 تسير سيارة على خط مستقيم فيسجل عداد السرعة القراءات التالية:

الزمن (s)	0	2	4	6	8	10	12	14
السرعة (m/s)	0	0	2	5	10	15	20	22

(أ) احسب متوسط السرعة بين كل ثانيتين. هل التسارع ثابت خلال أي مرحلة؟ (ب) ارسم محور الزمن أفقيا معتبرا كل 1 cm≡1 s ومحور السرعة رأسيا معتبرا كل 1 cm≡2 m/s. ارسم النقاط (t,v) من الجدول أعلاه وصل بينهم بمنحن ملائم. ما المسافة الممثلة بالمساحة 1 cm^2؟ استخدم ميل المنحني لإيجاد التسارع اللحظي عندما t=8 s و t=13 s.

32-2 تتحرك سيارة بدءا من السكون بتسارع $4\ m/s^2$ لمدة 4 s ثم تسير بسرعة ثابتة لمدة 10 ثانية تتباطأ بعدها بمعدل $8\ m/s^2$ إلى أن تقف. ما المسافة الكلية المقطوعة في هذه الرحلة؟

33-2 تبعد سيارة مسافة d عن شاحنة عندما تبدأ كل منهما الحركة بنفس الاتجاه فتتسارع السيارة بمعدل $3\ m/s^2$ والشاحنة بمعدل $2\ m/s^2$ فتلحق السيارة بالشاحنة بعد أن تقطع الأخيرة مسافة 75 m. ماهي d وكم استغرقت السيارة لتصل للشاحنة؟

34-2 يتحرك جسم بتسارع ثابت فيقطع مسافة 60 m خلال 2 s وتصير سرعته 15 m/s. ماتسارع الجسم وماسرعته الابتدائية؟

2-35 يعدو حصانان في سباق بسرعة 10 m/s بحيث يتقدم أحدهما على الآخر مسافة 5 m، وعندما يصير الحصان المتقدم على بعد 40 m من خط النهاية يتعثر ويتباطأ بمعدل $1\ m/s^2$. من يربح السباق؟

2-36 تقترب سيارة من إشارة ضوئية بسرعة 15 m/s عندما يصير الضوء أحمر فتتباطأ السيارة بمعدل $5\ m/s^2$. ما المسافة المقطوعة لتقف إذا كان زمن رد فعل السائق 0.7 s؟

2-37 تقف سيارة عند إشارة ضوئية وعندما يصير الضوء أخضر تتسارع بمعدل $2\ m/s^2$ وفي تلك اللحظة تمر بها شاحنة تسير بسرعة ثابتة 10 m/s. ما المسافة التي تقطعها السيارة إلى أن تلحق بالشاحنة وماسرعتها عندئذ؟

2-38 تسير سيارة بسرعة 30 km/h على طريق زراعي عندما يرى سائقها بقرة على بعد 30 m فيستخدم الكوابح لتتباطأ السيارة بمعدل $8\ m/s^2$. مامصير البقرة إذا كان زمن رد فعل السائق 0.75 s؟

2-39 تسير سيارتان A وB على نفس الخط ونفس الاتجاه بسرعتين v_A وv_B بحيث أن المسافة بينهما d وعندئذ تتباطأ السيارة A بمعدل a لتفادي التصادم مع السيارة B أمامها. برهن أن شرط عدم التصادم هو أن يكون $v_A - v_B \le \sqrt{2ad}$.

السقوط الحر

2-40 يقفز غطاس من ارتفاع 36 m. مازمن طيرانه وسرعته عندما يصل للماء؟

2-41 تسقط تفاحة من ارتفاع 380 m. مازمن طيرانها وسرعتها عندما تصل للأرض؟

2-42 يصمم قوس في رياضة رمي السهام ليطلق سهما بسرعة ابتدائية 90 m/s. (أ) إلى أي ارتفاع سيصل السهم إذا أطلق نحو الأعلى مباشرة؟ (ب) ما الزمن اللازم له للعودة للأرض وماسرعته عندئذ؟

2-43 يفلت طفل يقف على جسر حجرا من يده فيرتطم بالماء بعد 3 s. ما ارتفاع الجسر؟

2-44 خلال تصوير فلم مغامرات يحاول ممثل بديل *(stunt)* القفز من الطابق 23 لبناء لكنه يلقى حتفه نتيجة انفجار الفرشة التي كانت معدة لتحمل سقوطه. (أ) ماسرعته عندما يصطدم بها إذا سقط من ارتفاع 100 m بالنسبة لها؟ (ب) ما التباطؤ الذي سيعانيه المغدور لو لم تنفجر الفرشة علما بأن سمكها 140 cm؟

2-45 تتدحرج كرة على مستو مائل فتقطع مسافة 1 m خلال 4 s. (أ) ماتسارع الكرة إذا بدأت من السكون؟ (ب) ما المسافة الشاقولية التي يمكن للكرة أن تسقطها بشكل حر خلال نفس الزمن؟

46-2 يقذف رائد فضاء موجود على سطح القمر حجرا نحو الأعلى بسرعة ابتدائية 10 m فيلاحظ أنه يعدو إليه بعد 4 s. ماتسارع الجاذبية على سطح القمر؟

47-2 يقع حجر من سطح بناء فيصل للأرض بعد 3 s. ما ارتفاع البناء وماسرعة الحجر النهائية؟

48-2 تقذف طالبة تقف على سطح بناء ارتفاعه 60 m كرة أولى للأعلى بسرعة ابتدائية5 m/s وتتبعها بكرة ثانية بنفس السرعة نحو الأسفل. ما سرعة الكرتين لحظة وصولهما للأرض؟

49-2 يسقط حجر سقوطا حرا من منطاد يهبط بسرعة ثابتة 12 m/s. ماسرعة الحجر وما المسافة التي يقطعها بعد 10 s؟ ماذا تكون الإجابة لو كان المنطاد يتحرك للأعلى بنفس السرعة؟

50-2 يقذف شاب حجرا للأعلى بسرعة 30 m/s. (أ) ما أقصى ارتفاع يصل إليه الحجر؟ (ب) ماسرعة الحجر بعد ثانيتين؟ (ج) ماسرعته بعد 6 s؟

51-2 برهن أن المسافة التي يقطعها جسم يسقط بشكل حر خلال الثانية n من حركته تساوي $g(n–1/2)$ مترا. كيف تصير الإجابة بالنسبة لجسم يتحرك من السكون بتسارع ثابت a.

52-2 تسقط تفاحة من يد شخص في مصعد يتحرك للأسفل بسرعة ثابتة 3 m/s. ما الزمن اللازم للتفاحة للوصول لأرض المصعد إذا سقطت من ارتفاع 2 m من السكون بالنسبة للمصعد؟

53-2 يقذف رجل يقف على سطح بناء كرة للأعلى بسرعة 29.4 m/s ثم يترك حجرا يسقط من يده بشكل حر بعد أربع ثواني. برهن أن الكرة ستتجاوز الحجر بعد أربع ثواني من سقوطه.

54-2 يطلق صاروخ رأسيا نحو الأعلى بتسارع 20 m/s^2 لمدة دقيقة واحدة ثم ينفد وقوده ليتابع ارتفاعه كجسم حر. ما المسافة التي سيقطعها بالنسبة للأرض إلى أن يقف ومازمن طيرانه؟

55-2 يقذف جسم كتلته 1 kg من سطح الأرض للأعلى بسرعة ابتدائية 15 m/s. احسب الكمية $E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$ لحظة إطلاق الجسم وعند وصوله لأعلى ارتفاع له وقارن النتيجتين، حيث h ارتفاع الجسم عن سطح الأرض في أي لحظة و m كتلته.

56-2 يقذف لاعب سيرك كراته رأسيا نحو الأعلى لمسافة 1 m. إلى أي ارتفاع يجب عليه أن يقذفها لتبقى في الهواء مدة تعادل ضعف زمنها الأول؟