2- **الطريقة المبسطة Simplex method** : تعتبر هذه الطريقة إحدى الوسائل الرياضية ذات الكفاءة العالية في إستخراج الحلول المثلى لمشكلات البرمجة الخطية بصورة عامة ، إذ تتطابق هذه الطريقة مع الطريقة البيانية عندما $S_i = 0$ ، أما في حالة $S_i > 0$ فإن أي قيد سيتحرك نحو الأسفل بحيث يوازي نفس المستقيم عندما $S_i = 0$.

لاتبحث هذه الطريقة عن كل الحلول الأساسية الممكنة ولكنها تولد حلول مقبولة أساسية متعاقبة بحيث كل حل جديد له إمكانية تحسين دالة الهدف .

ومن الجدير بالإنتباه إلى إن هذه الطريقة تستخدم فقط عندما تكون جميع القيود من نوع إصغر من أويساوي(≤) بشرط $b_i \geq 0$ ، ماعدا قيد عدم السالبية إذ يبقى أكبر من أو يساوي (≥).

أما الخطوات الرئيسية للحل فتكون :

1- تحويل النموذج الرياضي إلى الصيغة القياسية .

2- إختيار الحل الإبتدائي الأساسي المقبول *Starting Basic Feasible Solution(S.B.F.S.)* وكما موضح في الجدول أدناه :

		C_1	C_2	. . .	C_n	0	0	. . .	0	0
B.C.	B.V.	X_1	X_2	. . .	X_n	S_1	S_2	. . .	S_m	R.H.S.
0	S_1	a_{11}	a_{12}	. . .	a_{1n}	1	0	. . .	0	b_1
0	S_2	a_{21}	a_{22}	. . .	a_{2n}	0	1	. . .	0	b_2
:	:	:	:	. . .	:	:	:	. . .	:	:
0	S_m	a_{m1}	a_{m2}	. . .	a_{mn}	0	0	. . .	1	b_m
$Z_j - C_j$		$-C_1$	$-C_2$	. . .	$-C_n$	0	0	. . .	0	0

3- يتم إختيار حل أساسي مقبول جديد بحيث يحسن دالة الهدف بإدخال متغير غير أساسي تكون قيمته في صف $Z_j - C_j$ (معاملات دالة الهدف) الأكثر سالبية إذا كانت دالة الهدف من نوع *max.* والقيمة الأكثر موجبةً إذا كانت دالة الهدف من نوع *min.*(شرط المثالية *Optimality condition* مع ضمان إن قيم العمود *R.H.S.* غير سالبة).

أما المتغير الخارج *Leaving Variable* فيتحدد بإعتباره النسبة الأقل من حاصل قسمة عمود *R.H.S.* على القيم الموجبة فقط المناظرة لها من عمود المتغير الداخل *Entering Variable* (شرط المقبولية *Feasibility condition*) ، وإن عنصر إلتقاء صف المتغير الخارج مع عمود المتغير الداخل يسمى بعنصر المحور *Pivot element* .

4- يحذف المتغير الداخل من جميع المعادلات في الجدول بإستثناء المعادلة المرتبطة بالمتغير الخارج ، إذ يقسم صف المتغير الخارج على عنصر المحور ويستبدل بالمتغير الداخل . ولحذف المتغير الداخل من بقية المعادلات تجرى التحويلات الصفية بضرب صف المتغير الداخل الجديد

في العنصر المقابل لعنصر المحور بعكس الإشارة لكل صف من صفوف المتغيرات الأساسية وتجمع مع عناصر الصفوف القديمة لكل متغير أساسي للحصول على الصفوف الجديدة لهم .

5- نستمر بتكرار الخطوات السابقة حتى تصبح جميع قيم صف $Z_j - C_j$ غير سالبة إذا كانت دالة الهدف من نوع .*max* ، أو غير موجبة إذا كانت الدالة من نوع .*min* ، أي نتوقف عندما لايمكن تحسين قيمة دالة الهدف وبذلك نكون قد حصلنا على الحل الأمثل للمسألة .

<u>مثال-6</u> : حل مثال-3 بإستخدام الطريقة المبسطة *Simplex method* .

<u>الحل</u> :

$$\begin{aligned} max. \quad & Z = 120X + 100Y \\ s.t. \quad & 2X + 2.5Y + S_1 = 1000 \\ & 3X + 1.5Y + S_2 = 1200 \\ & 1.5X + 4Y + S_3 = 1200 \\ & X, Y, S_1, S_2, S_3 \geq 0 \end{aligned}$$

		120	100	0	0	0	0	
B.C.	B.V.	X	Y	S_1	S_2	S_3	R.H.S.	Ratio
0	S_1	2	2.5	1	0	0	1000	500
← 0	S_2	3	1.5	0	1	0	1200	400 → min.
0	S_3	1.5	4	0	0	1	1200	800
$Z_j - C_j$		-120 ↑	-100	0	0	0	0	. .
← 0	S_1	0	1.5	1	-2/3	0	200	133.3→min.
120	X	1	0.5	0	1/3	0	400	800
0	S_3	0	3.25	0	-0.5	1	600	184.6
$Z_j - C_j$		0	-40 ↑	0	40	0	48000	. .
100	Y	0	1	2/3	-4/9	0	400/3	
120	X	1	0	-1/3	5/9	0	1000/3	
0	S_3	0	0	-13/6	17/18	1	500/3	
$Z_j - C_j$		0	0	80/3	200/9	0	160000/3	

بما إن جميع قيم صف $Z_j - C_j$ غير سالبة ودالة الهدف من نوع .*max* لذا فالحل أمثل ، وعليه فإن $X = 1000/3$ و $Y = 400/3$ وإن قيمة دالة الهدف $Z = 160000/3$ ، وهو نفس الحل الذي حصلنا عليه في حل المثال-3 .

أما العمليات الحسابية التي اجريت على التكرار الأول في الجدول أعلاه ، فهي :

لكون -120 القيمة الأكثر سالبية في صف $Z_j - C_j$ لذا فالمتغير الداخل هو X ولكون أقل نسبة 400 لذا فالمتغير الخارج هو S_2 ، وللحصول على صف X الجديد نقسم صف S_2 القديم على 3 .
وللحصول على صفي S_1 و S_3 الجديدين نتبع العمليات التالية :

صف X الجديد -2^*	-2	-1	0	-2/3	0	-800
صف S_1 القديم	2	2.5	1	0	0	1000
بالجمع						
صف S_1 الجديد	0	1.5	1	-2/3	0	200
صف X الجديد -1.5^*	-1.5	-0.75	0	-0.5	0	-600
صف S_3 القديم	1.5	4	0	0	1	1200
بالجمع						
صف S_3 الجديد	0	3.25	0	-0.5	1	600

<u>ملاحظة</u> : أما إذا ظهر على الأقل قيد واحد من نوع أكبر أويساوي ($\geq$) أو مساواة (=) ، فلايمكن تطبيق الطريقة المبسطة ، لذا يمكن إتباع إحدى الطريقتين التاليتين :

1- <u>طريقة – M (M- technique)</u>: وقد تسمى أيضاً طريقة الجزاء *Penalty method*، وكما ذكرنا سابقاً فإن هذه الطريقة تستخدم عندما لا تكون جميع القيود من نوع أصغر من أويساوي ($\leq$) بشرط $b_i \geq 0$ ، أما الخطوات الأساسية لهذه الطريقة تكون :

أ- يكتب النموذج بالصيغة القياسية .

ب- تضاف المتغيرات الإصطناعية *Artificial variables* (R_i) إلى القيود من نوع أكبر من أو يساوي ($\geq$) أو مساواة (=) ويجب أن تكون قيم هذه المتغيرات في الحل النهائي (الأمثل) مساوية للصفر . بمعنى آخر:

- إذا كان القيد من نوع أصغر من أو يساوي ($\leq$) يضاف المتغير الراكد S_i .
- إذا كان القيد من نوع أكبر من أو يساوي ($\geq$) يطرح المتغير S_i و يضاف المتغير R_i .
- إذا كان القيد من المساواة (=) يضاف المتغير R_i .

أما معاملات المتغيرات الإصطناعية R_i في دالة الهدف هي ($-M$) في حالة *max.* و ($+M$) في حالة *min.* ، وبإعتبار إن قيمة M كبيرة جداً . أما معاملات المتغيرات الراكدة S_i فمعاملاتها في دالة الهدف تبقى صفر .