<u>ملاحظـة عامة</u> : لكل الطرق السابقة إذا تحقق عمود وصف معاً نحذف أحدهما فقط ونصفر الآخر ، وهذا يضمن تعيين قيم صفرية للمتغيرات الأساسية .

5-1-3- <u>طرق الوصول للحل الأمثل *Optimal Solution*</u> :

تستخدم لإختبار ولتحسين الحل الأولي *S.B.F.S.* وصولاً للحل الأمثل ،بعد تحقق الشرط الأساسي : عدد الخلايا الأساسية يساوي $m+n-1$ بإعتبار n تمثل عدد الأعمدة و m عدد الصفوف .

ومن هذه الطرق :

1- <u>طريقة المسار المتعرج *Stepping Stone method*</u> : لتحديد المتغيرات الداخلة والخارجة ، نحدد حلقة مغلقة لكل متغير غير أساسي تبدأ وتنتهي الحلقة عنده. تتكون هذه الحلقة من مستقيمات أفقية وعمودية متتابعة على شكل أجزاء نهاية تقاطعها يجب أن تكون متغيرات أساسية بإستثناء البداية والنهاية تكون عند متغير غير أساسي ، أي إن عنصر كل ركن من أركان الحلقة يجب أن يكون مربع يحتوي على متغير أساسي ، لايختلف الحل فيما إذا كان مسار الحلقة بإتجاه عقرب الساعة أم بعكسه ، ومن الملاحظ إنه في الحل الأساسي فلكل متغير غير أساسي حلقة وحيدة .

تستخدم هذه الحلقات للتاكد فيما إذا كانت قيمة دالة الهدف ستتحسن عندما تزداد قيمة المتغير غير الأساسي لأكثر من قيمته الصفرية الحالية بمقدار وحدة واحدة وللحفاظ على الحل المقبول نطرح ونضيف لعناصر اركان الحلقة بالتناوب وحدة واحدة بحيث نحافظ على تحقق قيود العرض والطلب وعندئذٍ نحسب صافي الزيادة او النقصان في الكلفة $\overline{C}_{ij}$ نتيجة زيادة وحدة واحدة من كمية هذا المتغير غير الأساسي . فإذا كانت $\overline{C}_{ij}$ موجبة فهذا يعني إنها ستزيد من كلفة النقل وإذا كانت سالبة فمعنى ذلك إنها ستخفض كلفة النقل ، وفي هذه الحالة سنختار المتغير الداخل الذي له لكبرقيمة سالبة (شرط المثالية في الطريقة المبسطة) . أما المتغير الخارج فنختاره من بين متغيرات أركان الحلقة التي ستأخذ الإشارة السالبة (المتغيرات التي تتناقص نتيجة زيادة المتغير غير الأساسي) والذي له أقل قيمة لأن قيمته ستصل الصفر وأي تناقص آخر سيؤدي به إلى السالب (شرط المقبولية في الطريقة المبسطة) ، ثم نعطي قيمة المتغير الخارج للمتغير الداخل ونحتسب الكلفة الأخيرة ونعيد الكرة مرة أخرى حتى نحصل على الحل الأمثل .

2- <u>طريقة المضاعفات *Multipliers method*</u> : وتسمى هذه الطريقة بطريقة التوزيع المعدل *Modified Distribution method (MODI)* وخطوات هذه الطريقة هي نفسها خطوات الطريقة السابقة لكن الإختلاف الرئيسي بينهما يتعلق بالطريقة التي تقدر خلايا المتغير الأساسي . وتستند هذه الطريقة على النظرية البديلة *Duality theory* .

يشترك مع كل صف i في جدول النقل المضاعف U_i ومع كل عمود j المضاعف V_j وتكتب المعادلة لكل متغير أساسي X_{ij} في الحل الحالي :

$$U_i + V_j = C_{ij}$$

فيتشكل لنا $(m+n-1)$ من المعادلات (لوجود $(m+n-1)$ من المتغيرات الأساسية) لها $(m+n)$ من المجاهيل ، ويمكننا تقدير قيم المضاعفات من هذه المعادلات بإفتراض قيمة عشوائية لأحد المضاعفات (عادةً نفترض $U_1=0$) ومن ثم نحل المعادلات التي سيكون عددها مساوي لعدد مجاهيلها وبعدئذٍ نقدر الكلفة الجديدة $\overline{C}_{pq}$ لكل متغير غير أساسي X_{pq} فيكون :

$$\overline{C}_{pq} = C_{pq} - (U_p+V_q)$$

فهذه القيم هي نفس القيم التي حصلنا عليها من الطريقة السابقة بغض النظر عن الإختيار العشوائي لأحد المضاعفات . لذا نختار المتغير الداخل بحيث يكون لأكبر قيمة سالبة إلى $\overline{C}_{pq}$ (شرط المثالية في الطريقة المبسطة) وبإستخدام الحلقة المغلقة للمتغير الداخل كما وضحت سابقاً ونحدد المتغير الخارج الذي له أقل كلفة للخلايا التي تأخذ الإشارة السالبة في الحلقة (شرط المقبولية في الطريقة المبسطة) .

<u>مثال-1</u> : الخزانات الثلاثة S_1 , S_2 , S_3 يمكنها ضخ 15 ، 20 و 25 مليون لتر ماء صافي يومياً تمد الأربعة مدن C_1 , C_2 , C_3 , C_4 وإحتياجاتها 8 ، 10 ، 12 و 15 مليون لتر ماء صافي يومياً . المطلوب التوصل إلى ترتيب نقل الماء الصافي بين الخزانات الثلاثة والمدن الأربعة بأقل التكاليف الكلية للنقل (بفرض إن تخزين الماء الفائض عن الحاجة لايسبب أية كلفة) إستناداً لكلف النقل (لكل مليون لتر)المبينة في الجدول أدناه :

	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	2	3	4	5
S_2	3	2	5	2
S_3	4	1	2	3

<u>الحل</u> : بسبب عدم التوازن لأن مجموع كميات الضخ $(25+20+15=60)$ أكبر من مجموع كميات الطلب $(8+10+12+15=45)$ ، لذا نضيف مدينة وهمية C_5 تكون كلف نقل الماء الصافي إليها مساوي للصفر وكمية تجهيزها $(60-45=15)$ مليون لتر ماء صافي .

1- إيجاد الحل الأولي .S.B.F.S – نستخدم <u>إحدى</u> الطرق الأربعة التالية :

أ- طريقة الركن الشمالي الغربي –

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Supply
S_1	2 8	3 7	4	5	0	15
S_2	3	2 3	5 12	2 5	0	20
S_3	4	1	2	3 10	0 15	25
Demand	8	10	12	15	15	60

وعليه فإن الكلفة الإجمالية للنقل هي :

$$T.T.C. = 2*8 + 3*7 + 2*3 + 5*12 + 2*5 + 3*10 + 0*15 = 143$$

ب- بإستخدام طريقة الأقل كلفة :

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Supply
S_1	2 0	3	4	5	0 15	15
S_2	3 5	2	5	2 15	0	20
S_3	4 3	1 10	2 12	3	0	25
Demand	8	10	12	15	15	60

وعليه فإن الكلفة الإجمالية للنقل ستكون :

$$T.T.C. = 2*0 + 0*15 + 3*5 + 2*15 + 4*3 + 1*10 + 2*12 = 91$$

ج- بإستخدام طريقة فوجل VAM :

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Supply	P.C.
S_1	2 0	3	4	5	0 15	15	2 1 1 3
S_2	3 5	2	5	2 15	0	20	2 0 0 1 1
S_3	4 3	1 10	2 12	3	0	25	1 1 2 1 1
Demand	8	10	12	15	15	60	
P.C.	1 1 1 1 1	1 1 1	2 2 2	1 1 1 1 1	0		

وعليه فإن الكلفة الإجمالية للنقل ستكون :

$$T.T.C. = 2*0 + 0*15 + 3*5 + 2*15 + 4*3 + 1*10 + 2*12 = 91$$