University of Anbar
College of Science
Department of Physics

فيزياء الحالة الصلبة

Solid State Physics

المرحلة الرابعة
الكورس الثاني
صلبة2

الدكتور قيس عبدالله عباس

Lecture5

1. Construction of Fermi surfaces:

1.1 For free electron:

Brillouin zones of a square lattice in two dimensions. The circle shown is a surface of constant energy for free electrons; it will be the Fermi surface for some particular value of the electron concentration.

The total area of the filled region in k space depends only on the electron concentration and is independent of the interaction of the electrons with the lattice. The shape of the Fermi surface depends on the lattice interaction, and the shape will not be an exact circle in an actual lattice.

بناء اسطح فيرمي :

1- **لموديل الالكترون الحر (For free electron model)**

لمناطق برليون لشبيكة مربعة الشكل في بعدين. ان الدائرة الموضحة في الشكل 3 هي سطح لطاقة ثابتة للالكترونات الحرة والتي تمثل سطح فيرمي لقيم معينه لتركيز الالكترونات.

ان المساحة الكلية للحيز الممتليء في فضاء K يعتمد فقط على تركيز الالكترونات ولايعتمد على تفاعل الالكترونات مع الشبيكة. ان شكل سطح فيرمي يعتمد على تفاعل الشبيكة وان الشكل لا يكون على شكل دائرة منتظمة في الشبيكة الحقيقية.

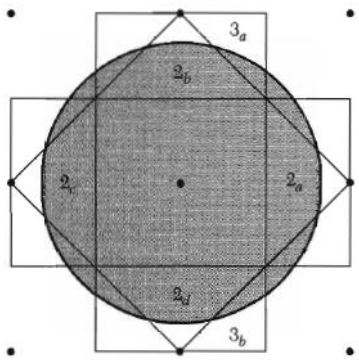

Figure 3

1.2 For nearly free electrons:

How do we go from Fermi surfaces for **free electrons** to Fermi surfaces for **nearly free electrons**? We can make approximate constructions freehand by the use of four facts:

- The interaction of the electron with the periodic potential of the crystal creates energy gaps at the zone boundaries.
- The Fermi surface will intersect zone boundaries perpendicularly.
- The crystal potential will round out sharp comers in the Fermi surfaces.
- The total volume enclosed by the Fermi surface depends only on the electron concentration and is independent of the details of the lattice interaction.

2- **لموديل إلاكترونات حرة تقريبا (For nearly free electrons)**

كيف يمكن لنا الانتقال من سطح فيرمي لموديل الالكترون الحر الى سطح فيرمي لموديل الالكترون الحر تقريبا؟ يمكننا إنشاء ابنية تقريبية بشكل حر باستخدام أربع حقائق:

- تفاعل الالكترون مع الجهد الدوري للبلورة يصنع فجوات طاقة عند حدود مناطق برليون.
- ان سطح فيرمي سوف يتقاطع مع حدود مناطق برليون عموديا.
- ان الجهد البلوري سيقوم بتدوير الزوايا الحادة في أسطح فيرمي.
- ان الحجم الكلي المحاط بسطح فيرمي يعتمد فقط على تركيز الإلكترونات ولا يعتمد على التفاعل الشبيكة.

1.3 **Effective mass.** الكتلة الفعالة

Consider an electron in a periodic solid which is subject to an external electric field E.

على اعتبار ان الالكترون في الجهد الدوري للمادة الصلبة بحيث يخضع الى مجال كهربائي خارجي E .
فان التعجيل a يساوي تغير السرعة على تغير الزمن

Acceleration $a = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dk} \cdot \frac{dk}{dt} \ldots\ldots\ldots \quad (1)$

$$V = \frac{d\omega}{dk}$$

$$\because E = \hbar\omega, \qquad \omega = \frac{E}{\hbar} \qquad V = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{dE}{dk} \ldots\ldots\ldots(2)$$

$$\therefore \frac{dV}{dk} = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{d^2E}{dk^2} \ldots\ldots\ldots(3)$$

$$\because E = F \cdot x \qquad \therefore dE = F \cdot dx$$
$$dE = F \cdot Vdt$$

$$\therefore \frac{dE}{dt} = F \cdot V$$

$$\frac{dE}{dk} \cdot \frac{dk}{dt} = F \cdot V \ldots\ldots\ldots(4)$$

Substitute equation (2) in equation (4)

بتعويض المعادل 2 في المعادلة 4

$$\hbar \frac{dk}{dt} = F \;\ldots\ldots\ldots(5)$$

By substitute equation (3) and (5) in equation (1)

بتعويض المعادلتين 3 و 5 في المعادلة رقم 1 نحصل على

$$a = \frac{dV}{dk} \cdot \frac{dk}{dt} = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{d^2E}{dk^2} \cdot \frac{F}{\hbar}$$

$$\because a = \frac{F}{m} \qquad \therefore a = \frac{F}{m^*}$$

$$\frac{F}{m^*} = \frac{1}{\hbar} \frac{d^2E}{dk^2} \qquad \frac{F}{\hbar}$$

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar} \frac{d^2E}{dk^2} \qquad \frac{1}{\hbar} \Rightarrow =$$

$$\frac{1}{\hbar^2} \qquad \frac{d^2E}{dk^2}$$

$$\boxed{\therefore m^* = \frac{\hbar^2 dk^2}{d^2E}}$$

The effective mass of an electron near the top of a band is negative. Negative effective mass means that on going from state k to state k+ Δk the momentum transfer from the lattice to electron is opposite to and larger than the momentum transfer from the applied force to the electron.

الكتلة الفعالة للإلكترون بالقرب من أعلى النطاق تكون سالبة.الكتلة السالبة الفعالة تعني أنه عند الانتقال من الحالة k الى الحالة k+ Δk فإن انتقال الزخم من الشبكة إلى الإلكترون هو عكس وأكبر من نقل الزخم من القوة المطبقة إلى الإلكترون

Although k is increased by Δk by the applied electric field, the consequent approach to Bragg reflection can result in an overall decrease in the forward

momentum of the electron, if this happens the effective mass is described as negative.

على الرغم من ان زيادة k يزداد بمقدار Δk بواسطة المجال الكهربائي المسلط, فان التقريب التالي لانعكاس Bragg يمكن ان يؤدي الى انخفاض عام في الزخم الامامي للالكترون, اذا حدث هذا فان الكتلة الفعالة توصف بانها سالبة.

References

1- Charles Kittel - Introduction to Solid State Physics-Wiley (2005)

2- J. S. Blakemore - Solid State Physics-Cambridge University Press (1985)

3- M. A. OMAR Elementary-solid-state-physics