$$X_{12} \to X_{32} \to X_{35} \to X_{15} \quad : \quad \overline{C}_{12} = 3-1+0-0 = 2$$
$$X_{13} \to X_{33} \to X_{35} \to X_{15} \quad : \quad \overline{C}_{13} = 4-2+0-0 = 2$$
$$X_{14} \to X_{24} \to X_{25} \to X_{15} \quad : \quad \overline{C}_{14} = 5-2+0-0 = 3$$
$$X_{21} \to X_{25} \to X_{15} \to X_{11} \quad : \quad \overline{C}_{21} = 3-0+0-2 = 1$$
$$X_{22} \to X_{32} \to X_{35} \to X_{25} \quad : \quad \overline{C}_{22} = 2-1+0-0 = 1$$
$$X_{23} \to X_{33} \to X_{35} \to X_{25} \quad : \quad \overline{C}_{23} = 5-2+0-0 = 3$$
$$X_{31} \to X_{35} \to X_{15} \to X_{11} \quad : \quad \overline{C}_{31} = 4-0+0-2 = 2$$
$$X_{34} \to X_{35} \to X_{25} \to X_{24} \quad : \quad \overline{C}_{34} = 3-0+0-2 = 1$$

لعدم وجود قيمة سالبة لقيم $\overline{C}_{ij}$ لذا فالحل أمثل وعليه فإنه :

يجهز الخزان الأول المدينة الأولى *8* مليون لتر من الماء الصافي .

يجهز الخزان الثاني المدينة الرابعة *15* مليون لتر من الماء الصافي .

يجهز الخزان الثالث المدينتين الثانية والثالثة بالمقادير *10* و*12* مليون لتر من الماء الصافي على التوالي.

2- طريقة المضاعفات *Multipliers method* : وكما ذكرنا سابقاً ، نجد قيم V_j , U_i من العلاقة التالية : $U_i + V_j = C_{ij}$ للخلايا الأساسية ، وبإفتراض إن : $U_1=0$ ، وإستناداً للحل الأولي المستخرج بطريقة *VAM* فإن :

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	*Supply*
S_1	2 **0**	3	4	5	0 **15**	**15**
S_2	3 **5**	2	5	2 **15**	0	**20**
S_3	4 **3**	1 **10**	2 **12**	3	0	**25**
Demand	**8**	**10**	**12**	**15**	**15**	**60**

T.T.C. = 91 and no. of basic cells = 7

$$C_{11} = U_1 + V_1 = 2 \overset{U_1=0}{\Rightarrow} V_1 = 2$$
$$C_{15} = U_1 + V_5 = 0 \overset{U_1=0}{\Rightarrow} V_5 = 0$$
$$C_{21} = U_2 + V_1 = 3 \overset{V_1=2}{\Rightarrow} U_2 = 1$$
$$C_{24} = U_2 + V_4 = 2 \overset{U_2=1}{\Rightarrow} V_4 = 1$$
$$C_{31} = U_3 + V_1 = 4 \overset{V_1=2}{\Rightarrow} U_3 = 2$$
$$C_{32} = U_3 + V_2 = 1 \overset{U_3=2}{\Rightarrow} V_2 = -1$$
$$C_{33} = U_3 + V_3 = 2 \overset{U_3=2}{\Rightarrow} V_3 = 0$$

أما الخلايا غير الأساسية فنجد لها $\overline{C}_{ij}$ من العلاقة $\overline{C}_{ij} = C_{ij} - (U_i + V_j)$ وكما يلي :

$$\overline{C}_{12} = C_{12} - (U_1 + V_2) = 3 - (0 + (-1)) = 4$$
$$\overline{C}_{13} = C_{13} - (U_1 + V_3) = 4 - (0 + 0) = 4$$
$$\overline{C}_{14} = C_{14} - (U_1 + V_4) = 5 - (0 + 1) = 4$$
$$\overline{C}_{22} = C_{22} - (U_2 + V_2) = 2 - (0 - 1) = 2$$
$$\overline{C}_{23} = C_{23} - (U_2 + V_3) = 5 - (1 + 0) = 4$$
$$\overline{C}_{25} = C_{25} - (U_2 + V_5) = 0 - (1 + 0) = -1$$
$$\overline{C}_{34} = C_{34} - (U_3 + V_4) = 3 - (2 + 1) = 0$$
$$\overline{C}_{35} = C_{35} - (U_3 + V_5) = 0 - (2 + 0) = -2 \; most \quad negative$$

وهي نفس القيم المستخرجة في الطريقة السابقة . فالمتغير الداخل سيكون المتغير الأكثر سالبية لقيم $\overline{C}_{ij}$ وهو المتغير X_{35} ، أما المتغير الخارج فيتحدد بنفس الإسلوب السابق من خلال المسار المتعرج للمتغير الداخل $X_{35}^{+} \rightarrow X_{15}^{-} \rightarrow X_{11}^{+} \rightarrow X_{31}^{-}$ والخلية التي لها أقل كمية نقل من الخلايا السالبة ستحدد كمتغير خارج أي المتغير X_{31} ، أما الجدول الجديد سيكون :

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Supply
S_1	2 **3**	3	4	5	0 **12**	15
S_2	3 **5**	2	5	2 **15**	0	20
S_3	4	1 **10**	2 **12**	3	0 **3**	25
Demand	8	10	12	15	15	60

$$T.T.C. = 6 + 0 + 15 + 30 + 10 + 24 + 0 = 85$$
$$No.\ of\ basic\ cells = m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$$

يمكن إجراء العمليات الحسابية لإستخراج قيم $\overline{C}_{ij}$ بشكل مباشر على الجدول وكما مثبتة في المربع السفلي لكل خلية غير أساسية في الجدول أدناه :

		$V_1=2$	$V_2=1$	$V_3=2$	$V_4=1$	$V_5=0$	
		C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Supply
$U_1=0$	S_1	2 **3**	3 **2**	4 **2**	5 **4**	0 **12**	15
$U_2=1$	S_2	3 **5**	2 **0**	5 **2**	2 **15**	0 **-1**	20
$U_3=0$	S_3	4 **2**	1 **10**	2 **12**	3 **2**	0 **3**	25
Demand		8	10	12	15	15	60

وعليه فالمتغير الداخل هو X_{25} بإعتبار له قيمة $\overline{C}_{ij}$ سالبة ، أما المتغير الخارج X_{21} فيتحدد من المسار المتعرج لهذا المتغير الداخل ، أما الجدول الجديد سيكون :

		$V_1=2$	$V_2=1$	$V_3=2$	$V_4=2$	$V_5=0$	Supply
		C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	
$U_1=0$	S_1	2	3	4	5	0	
		8	2	2	3	7	15
$U_2=0$	S_2	3	2	5	2	0	
		1	1	3	15	5	20
$U_3=0$	S_3	4	1	2	3	0	
		2	10	12	1	3	25
Demand		8	10	12	15	15	60

$$T.T.C. = 16 + 0 + 30 + 0 + 10 + 24 + 0 = 80$$

لعدم وجود قيمة سالبة لقيم $\overline{C}_{ij}$ (المثبتة قيمها في المربع السفلي للخلايا غير الأساسية في الجدول أعلاه) ، لذا فالحل أمثل . وعليه فإن :

يجهز الخزان الأول المدينة الأولى *8* مليون لتر من الماء الصافي .

يجهز الخزان الثاني المدينة الرابعة *15* مليون لتر من الماء الصافي .

يجهز الخزان الثالث المدينتين الثانية والثالثة بالمقادير *10* و*12* مليون لتر من الماء الصافي على التوالي.