وعليه فالمتغير الداخل هو X_{25} بإعتبار له قيمة $\overline{C}_{ij}$ سالبة ، أما المتغير الخارج X_{21} فيتحدد من المسار المتعرج لهذا المتغير الداخل ، أما الجدول الجديد سيكون :

		$V_1=2$	$V_2=1$	$V_3=2$	$V_4=2$	$V_5=0$	*Supply*
		C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	
$U_1=0$	S_1	2	3	4	5	0	
		8	2	2	3	7	15
$U_2=0$	S_2	3	2	5	2	0	
		1	1	3	15	5	20
$U_3=0$	S_3	4	1	2	3	0	
		2	10	12	1	3	25
Demand		8	10	12	15	15	60

$$T.T.C. = 16 + 0 + 30 + 0 + 10 + 24 + 0 = 80$$

لعدم وجود قيمة سالبة لقيم $\overline{C}_{ij}$ (المثبتة قيمها في المربع السفلي للخلايا غير الأساسية في الجدول أعلاه) ، لذا فالحل أمثل . وعليه فإن :

يجهز الخزان الأول المدينة الأولى ***8*** مليون لتر من الماء الصافي .

يجهز الخزان الثاني المدينة الرابعة ***15*** مليون لتر من الماء الصافي .

يجهز الخزان الثالث المدينتين الثانية والثالثة بالمقادير ***10*** و***12*** مليون لتر من الماء الصافي على التوالي.

2-5- نموذج التخصيص *Assignment model* :

تعد حالة خاصة من حالات النقل وتتمثل بوجود n من الأعمال (المهام) *Jobs* يمكن تمثيل كلٍ منها بواسطة أي من ألإمكانيات المتاحة (المكائن *machines*) البالغ عددها m المختلفة فيما بينها في كلفة أو وقت أو ربح او كفاءة التمثيل لكل عمل او مهمة إذ يطلب إختيار أحد الإمكانيات المتاحة المناسبة لتنفيذ كل مهمة بأدنى كلفة أو وقت ممكن أو بأعلى ربح او كفاءة ممكنة وهكذا.

يوجد لكثر من طريقة لحل مشكلة التخصيص ولكننا سنركز على أهم هذه الطرق ألا وهي الطريقة الهنكارية ، وكخطوة أولى لهذه الطريقة يجب تحقيق توازن المصفوفة (عدد المهام = عدد الإمكانيات) أي إن $m = n$ وبخلافه نضيف $(m - n)$ من المهام الوهمية إذا كانت $(n<m)$ أو نضبف $(n-m)$ من الإمكانيات الوهمية إذا كانت $(n>m)$.أما الكلف أو الربح لهذه المهام أو الإمكانيات الوهمية فتكون أصفار .

أما الخوارزمية المتبعة في هذه الطريقة فهي :

أ- <u>في حالة التصغير *minimized*</u> : نتبع الخطوات التالية :

1. نطرح اصغر قيمة في كل صف من قيم هذا الصف فنحصل على مصفوفة الفرص الضائعة من تخصيص هذا الصف لأي من أعمدة المصفوفة .
2. نطرح أصغر قيمة في كل عمود من قيم هذا العمود فنحصل على مصفوفة الفرص الضائعة من تخصيص هذا العمود لأي من صفوف المصفوفة .
3. نغطي اصفار المصفوفة كافة بأقل عدد ممكن من الخطوط الأفقية أو العمودية أو كليهما، فإذا كان عدد تلك الخطوط مساوياً لعدد صفوف (أعمدة) المصفوفة فالتخصيص سيكون أمثل .
4. إذا كان عدد هذه الخطوط أقل من عدد الصفوف (الأعمدة) نختار أقل قيمة في المصفوفة من القيم غير المغطاة بالخطوط ويطرح من كل قيمة من القيم غير المغطاة ويضاف إلى كل قيمة تقع عند ملتقى الخطين الأفقي والعمودي ، أما بقية القيم (المغطاة ولاتمثل التقاطع) فتترك كما هي .
5. تعاد الخطوة (2) حتى يتحقق التوزيع الأمثل .

ب- <u>في حالة التعظيم *maximized*</u> : يمكن تحويلها إلى حالة التصغير من خلال طرح كل قيمة من قيم المصفوفة من أكبر قيمة فيها ونستمر بالخوارزمية السابقة لإيجاد التخصيص الأمثل .

<u>مثال–2</u> : المصفوفة التالية توضح كلف توزيع أربعة مهام على خمسة مكائن :

jobs	*machines*				
	M1	*M2*	*M3*	*M4*	*M5*
J1	*10*	*11*	*4*	*2*	*8*
J2	*7*	*11*	*10*	*14*	*12*
J3	*5*	*6*	*9*	*12*	*14*
J4	*13*	*15*	*11*	*10*	*7*

المطلوب : إيجاد التخصيص الأمثل لتقليل الكلف .

<u>الحل</u> : لعدم توازن مصفوفة الكلف ولكون عدد المهام *4* = < عدد المكائن = *5* ، لذا نضيف مهمة خامسة كلفها مساوية للصفر وعليه فالمصفوفة ستكون :

	M1	*M2*	*M3*	*M4*	*M5*
J1	*10*	*11*	*4*	*2*	*8*
J2	*7*	*11*	*10*	*14*	*12*
J3	*5*	*6*	*9*	*12*	*14*
J4	*13*	*15*	*11*	*10*	*7*
J5	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*

بطرح أقل كلفة في كل صف ←

	M1	*M2*	*M3*	*M4*	*M5*
J1	*8*	*9*	*2*	*0*	*6*
J2	*0*	*4*	*3*	*7*	*5*
J3	*0*	*1*	*4*	*7*	*9*
J4	*6*	*8*	*4*	*3*	*0*
J5	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*

بطرح أقل كلفة في كل عمود من قيم العمود نفسه تبقى المصفوفة كما هي .

إن أقل عدد للمستقيمات الأفقية والعمودية التي تغطي الأصفار = *4* < عدد الصفوف (الأعمدة) للمصفوفة = *5* . لذا نطرح أقل قيمة من القيم المغطاة (أي يطرح *1*) من القيم غير المغطاة وتضاف إلى التقاطعات فقط . فتصبح المصفوفة :

	M1	*M2*	*M3*	*M4*	*M5*
J1	*9*	*9*	*2*	*0*	*7*
J2	*0*	*3*	*2*	*6*	*5*
J3	*0*	*0*	*3*	*6*	*9*
J4	*6*	*7*	*3*	*2*	*0*
J5	*1*	*0*	*0*	*0*	*1*

أقل عدد من المستقيمات = عدد الصفوف = *5*

لذا فالحل أمثل وعليه فإن توزيع الأصفار يكون :

Jobs	*Machines*
J1	*M4*
J2	*M1*
J3	*M1 , M2*
J4	*M5*
J5	*M2 , M3 , M4*

بحذف الماكنة *1* من المهمة *3* لأنها أشغلت من قبل المهمة *2* وكذلك حذف الماكنتين *2* و *4* من المهمة *5* لأنها اشغلت من قبل المهمتين *3* و *1* على التوالي ، لذا فالتخصيص الأمثل للمهام سيكون :

تنجز المهمة *1* على الماكنة *4* وبكلفة *2*

تنجز المهمة *2* على الماكنة *1* وبكلفة *7*

تنجز المهمة *3* على الماكنة *2* وبكلفة *6*

تنجز المهمة *4* على الماكنة *5* وبكلفة *7* ← إجمالي الكلف *22* .

أي بأقل كلفة إجمالية هي *22* ، علماً بأن الماكنة *3* لاتعطى لها أي مهمة .

<u>مثال-3</u> : المصفوفة التالية تمثل ربح توزيع أربعة مهام على أربعة مكائن :

	Machines			
Jobs	M1	M2	M3	M4
J1	10	3	2	4
J2	9	4	1	3
J3	8	5	1	5
J4	7	6	2	6

المطلوب : إيجاد التخصيص الأمثل للمهام على المكائن لتحقيق أعلى ربح ممكن .

<u>الحل</u> : بطرح جميع قيم المصفوفة من أكبر قيمة فيها (أي *10*) لتحويلها إلى حالة التصغير ، فتكون المصفوفة الجديدة :

	Machines			
Jobs	M1	M2	M3	M4
J1	0	7	8	6
J2	1	6	9	7
J3	2	5	9	5
J4	3	4	8	4

بطرح أقل قيمة في كل صف →

	Machines			
Jobs	M1	M2	M3	M4
J1	0	7	8	6
J2	0	5	8	6
J3	0	3	7	3
J4	0	1	5	1

بطرح أقل قيمة في كل عمود

→

	Machines			
Jobs	M1	M2	M3	M4
J1	0	6	3	5
J2	0	4	3	5
J3	0	2	2	2
J4	0	0	0	0

أقل عدد من المستقيمات = *2* < عدد الصفوف (الأعمدة) = *4* ، لذا تطرح *2* من القيم المغطاة وتضاف إلى التقاطع وعليه فالمصفوفة الجديدة ستكون :

Jobs	Machines			
	M1	M2	M3	M4
J1	0	4	1	3
J2	0	2	1	3
J3	0	0	0	0
J4	2	0	0	0

أقل عدد من المستقيمات = *3* < عدد الصفوف (الأعمدة) = *4* ، لذا نطرح *1* من القيم غير المغطـاة وتضاف لقيم التقاطع ، فتكون المصفوفة الجديدة :

Jobs	Machines			
	M1	M2	M3	M4
J1	0	3	0	2
J2	0	1	0	2
J3	1	0	0	0
J4	3	0	0	0

أقل عدد من المستقيمات = عدد الصفوف (الأعمدة) = *4* ، لذا فالحل أمثل وعليه فالتخصيص الأمثـل سيكون :

Jobs	Machines
J1	M1 , M3
J2	M1 , M3
J3	M2 , M3 , M4
J4	M2 , M3 , M4

Jobs	Mach.	profit
J1	M1	10
J2	M3	1
J3	M2	5
J4	M4	6
$\sum$		22

or

Jo.	Ma.	Pr.
J1	M1	10
J2	M3	1
J3	M4	5
J4	M2	6
$\sum$		22

or

Jo.	Ma.	Pr.
J1	M3	2
J2	M1	9
J3	M2	5
J4	M4	6
$\sum$		22

or

Jo.	Mach.	Pr.
J1	M3	2
J2	M1	9
J3	M4	5
J4	M2	6
$\sum$		22

أي وجود أربعة تخصيصات مثلى للمهام على المكائن لتحقيق أعلى ربح ممكن وقدره *22* وحدة نقدية وكما مثبتة أعلاه .