المعادله التفاضليه الخطيه المتجانسه HOMOGENEOUS

اذا نعدمت الداله Q(X) من المعادله التفاضليه اعلاه لجميع قيم X قيل انها تفاضليه خطيه متجانسه والا كانت المعادله التفاضليه غير متجانسه او كامله

EX/ 1) $x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$

معادله تفاضليه اعتياديه خطيه متجانسه من الرتبه الثانيه

2) $xy' + (\sin x)y = x^2(\sin x + 2)$

معادله تفاضليه اعتياديه خطيه غير متجانسه من الرتبه الاولى

ملاحظه : اذا كانت المعاملات $P_i(x)$ في المعادله في الصفحه السابقه ثابته لا تتعلق بالمتغير x قيل عن المعادله التفاضليه بانها معادله تفاضليه خطيه ذات معاملات ثابته ولا فانها يقال عنها انها ذات معاملات متغيره

نستطيع ان نلاحظ ايضا في صفحه الثانيه من صيغه المعادلات التفاضليه من المرتبه n هي ذات معاملات ثابته

Ex / 1) $y''' + 6y'' - 3y' + 2g = e^x$

هي معادله تفاضليه اعتياديه عاديه خطيه غير متجانسه من الرتبه الثالثه ذات المعاملات الثابته

2) $x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$

معادله تفاضليه ذات معاملات متغيره

h w / اذا طلب اسس التصنيف نذكر له (الرتبه و الدرجه والتجانس وخطيه ونوع المعاملات)

1) $x^2\frac{dy}{dx} + xy = 0$

2) $\frac{d^2y}{dx^2} + y\frac{dy}{dx} = e^x$

3) $y''' - 3(y'')^5 + 6y = 0$

4) $[y^{(4)}]^3 - 5 \times (y''')^7 = X \sin x$

5) $(y''')^5 - 6y'' + 12 = 0$

6) $y\frac{dy}{dx} + x^2 = 0$

7) $yy'' - x_y^4 + 5y = 0$

8) $\frac{\partial z}{\partial y} - \frac{\partial z}{\partial x} = 3$

9) $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\right)^2$

10) $(y'')^2 = \sqrt{1 + (y')^2}$

الثوابت الاختياريه عاده ماه تضهر ثوابت في حل المعادله التفاضليه ويكون الثابت اختباريا اذا كانت القيم التي ياخذها لا تعتمد على المتغير التابع او المتغير المستقل وتكون الثوابت الاخياريه الداخله في تعبير ما جوهريه اذا لم يمكن دمج احداها في ثابت اخر

Let's take the following expression T(X)=A $e^{-x^2}e^{B}$

قد يبدو لاول مهله ان هناك ثابتين A B ولكن بامكان النضر نرى انه يمكن دمج الثابتين في ثابت جوهري واحد

T(X)= A $e^{-x^2}e^{B}$ =C e^{-x^2}

WHERE C=A e^{B}

Let's take the following expression

$$T^{(x)} = A_1 \sin x + A_2 \sin 3x + A_3 \sin^3 X$$

الذي يتضمن ثلاثه ثوابت اخياريه يمكن اختزالهم الى اثنين جوهريين فقط حيث

$$si_n^3 \times = \frac{3}{4}\sin x - \frac{1}{4}\sin 3x \qquad THEN$$

$$T^{(x)} = A_1 \sin x + A_2 \sin 3x + A_3[\frac{3}{4}\sin x - \frac{1}{4}\sin 3x]$$

$$=\left(A_1 + \tfrac{3}{4}A_3\right)\sin x + \left(A_2 - \tfrac{1}{4}A_3\right)\sin 3X$$

$$A_4 \sin x + A_5 \sin 3x$$

ملاحظه يمكن تحوير اما كن الثوابت الاختياريه دون التاثير على عددها

THE expression $T(x) = e^{B-x^2}$

يحتوي على ثابت واحد وهو b ويمكن كتابته على صوره

$$T(x) = e^{B}e^{-x^2} = Ae^{-x^2}$$

ماهو حل المعادله التفاضليه ؟؟؟

$$F\left[x, y, y', \cdots, y^{(n)}\right] = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

التي من المرتبه nحيث f تابع حقيقي

ليكن f(x) تابع حقيقي معرف من اجل جميع قيم x في امجال الحقيقي I وككذالك كلمشتقاته حتى الرتبه nمعرفه من اجل كل قيم للمتغير xحيث $x \in I$ ونقول ان التابع $f(x)$ حل للمعادله اذا تحقق الشرطان التاليان

ا) اذا كان التابع $F\left[x, f(x), f'(x), \cdots, f_{(x)}^{(n)}\right]$ معرفا من اجل كل قيم $x \in I$

ب) واذا كان التابع $F\left[x, f(x), f'(x), \cdots, f_{(x)}^{(n)}\right] \equiv 0$ معرفا من اجل كل قيم $x \in I$

وهذا يعني انه بتعويض f(x) ومشتقاتها مكان ال yومشتقاته في المعادله التفاضليه الاولى تتحول المعادله الاولى الى متطابقه من اجل جميع قيم $x \in I$

Ex / take the linear differential equation of order one

$$xy' - 2y = 0$$ وحلها هو

$$y = Ax^2 \,, \forall x \in I$$

حيث A ثابت اختياري ولتحقق من ذالك نحسب $y' = 2Ax$ ثم نعوض في الطرف الايسر للمعادله التفاضليه فتجد :

$$xy' - 2y = x(2Ax) - 2(Ax^2) \equiv 0$$

EX / take the following DE

$$y'' + k^2 y = 0 \qquad where\ K\ is\ constant$$

$$y = A\cos kx + B\sin kx$$

$$is\ the\ solution\ \ of\ above\ differential\ eq\ where\ A\ and\ B\ arbitraly\ constants\ becaus$$

$$y' = Ak\sin kx + Bk\cos kx$$

$$y'' = -k^2(A\cos kx + B\sin kx\ \ )$$

وبالتعويض في المعادله التفاضليه تتحول الى متطابقه

اذن نستطيع ان نستنتج ان حل المعادله التفاضليه الاعتياديه the solution of the (ode)

هوه عباره عن علاقه بين الدوال المجهوله (المتغير التابع و المتغير المستقل) وهذه العلاقه تكون اولا خاليه من المشتقات وتحقق المعادله على فتره معينه

Now take the last example

Ex/ 3) $y = x\ln x - x$ is solution for the following o d e $xy' = x + y$

We note that the relation $y = x\ln x - x$ is solution for o d e because that this relation does not contain the derivatives and define on (0 - ∞)and solution the o d e

$$y' = x\frac{1}{x} + \ln x - 1 = \ln x \qquad x'y = x\ln x \qquad \dots\dots\dots(1)$$

$$x + y = x + x\ln x - x = x\ln x \qquad \dots\dots\dots(2)$$

من (1) و (2) نستنتج بان العلاقه تحقق المعادله

* * *

H W /

1) Is that the relation (y=cos x) represent solution for the following (o d e)
$y'' + y = 0$

2) Is that the relation (y=$C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$) represent solution for the following (o d e) $y'' - 4y = 0$

1) Is that the relation (y=a cos 3x + b sin 3x) represent solution for the following (o d e) $y'' + 9y = 0$