

Ex/ find the general solution (g s) for the following ODE  $(x + 1) \frac{dy}{dx} = 2y$

$$\text{Sol/ } \frac{dy}{y} = 2 \frac{dx}{x+1} \quad \int \frac{dy}{y} = 2 \int \frac{dx}{x+1}$$

$$\ln|y| = 2 \ln|x + 1| + C$$

$$\ln|y| - \ln(x + 1)^2 = c \quad \ln \frac{|y|}{(x + 1)^2} = C$$

$$\frac{|y|}{(x + 1)^2} = e^c$$

$$y = \mp c_1(x + 1)^2$$

# Hw/

$$1) e^x \cos y dx + (1 + e^x) \sin y dy = 0$$

$$2) xydy - \frac{1 + y^2}{1 + x^2} dx = 0$$

$$3) \frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{1+y^2}$$

$$4) \frac{dy}{dx} = \frac{y\sqrt{y^2 - 1}}{1 - x^2}$$

$$5) \frac{dy}{dx} = \frac{(1-y^2) \cos x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}$$

$$6) \frac{dy}{dx} = \frac{(1+y^2)e^{2x}}{\sqrt{1-e^{-4x}}}$$

$$7) \frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1 - e^2 y}}{e^x}$$

$$8) \frac{dy}{dx} - 2x\sqrt{1-y^2} = 0$$

$$9) (1+y^2)dx + \sqrt{1-x^2}dy = 0$$

$$10) x(2y-3)dx + (x^2+1)dy = 0$$

$$11) x^2(y^2+1)dx + y\sqrt{x^3+1}dy = 0$$

Reduce to Variable separable

---

Example: Solve the following O D E.

$$\frac{dy}{dx} = \sec(x+y)$$

$$\text{Soll...: let } Z = x + y \Rightarrow \frac{dz}{dx} = 1 + \frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dx} - 1$$

$$\frac{dz}{dx} - 1 = \sec Z \Rightarrow \frac{dz}{dx} = \sec Z + 1$$

$$\frac{dz}{\sec Z + 1} = dx \Rightarrow \int \frac{dz}{\sec Z + 1} = \int dx$$

$$\int \frac{(\sec Z - 1)}{(\sec Z + 1)(\sec Z - 1)} dz = x + c$$

$$\int \frac{\sec Z - 1}{\sec^2 Z - 1} dz = x + c$$

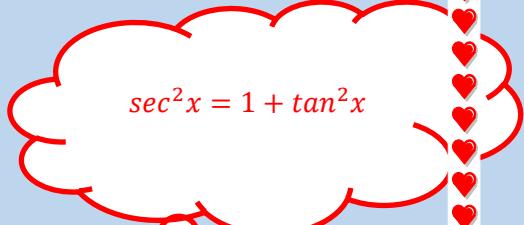
$$\int \frac{\sec Z - 1}{\tan^2 Z} dz = x + c$$

$$\int \frac{\sec Z}{\tan^2 Z} dz - \int \frac{1}{\tan^2 Z} dz = x + c$$

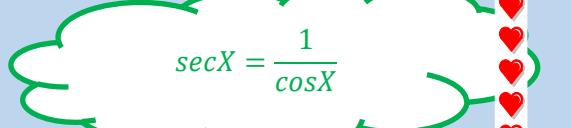
$$\int \frac{1}{\cos X} \cdot \frac{\cos^2 Z}{\sin^2 Z} dz - \int \cot^2 Z dz = x + c$$

$$\int \frac{\cos Z}{\sin^2 Z} dz - \int \cot^2 Z dz = x + c$$

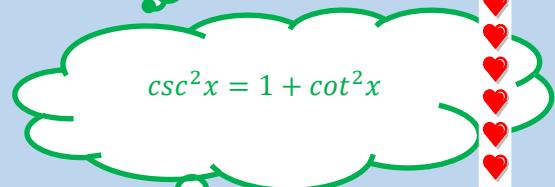
$$\int \sin^{-2} Z dZ - \int (\csc^2 Z - 1) dz = x + c$$



$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$



$$\sec X = \frac{1}{\cos X}$$



$$\csc^2 x = 1 + \cot^2 x$$

$$\int \sin^{-2} z \cos z dz - \int \csc^2 z dz + \int dz = x + c$$

$$-\sin^{-1}z - (-\cot Z) + Z = x + c$$

$$-\frac{1}{\sin Z} + \cot Z + Z = x + c$$

$$-\csc Z + \cot Z + Z = x + c$$

$$-\csc(x+y) + \cot(x+y) + (x+y) = x + c$$

**ملخصة:-** في المثال السابق كانت المعادلة التفاضلية على صورة يمكن تحويلها باستخدام فرضية معينة الى معادلة اخرى يمكن فصل متغيراتها واحدى هذه الحالات المعادلات التي تكون على الشكل :

$$\frac{dy}{dx} = F(ax + by) \dots \dots \dots (1)$$

$$Z = ax + by \dots \dots \quad (2)$$

في مثل هذه الحالة نفرض ان ،

$$\frac{dz}{b dx} = \frac{a}{b} + \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{b} \cdot \frac{dz}{dx} - \frac{a}{b} \dots \dots \dots (3)$$

نجد ان

### نوع (1) في المعادلة (2,3)

$$\frac{dz}{dx} = a + b f(z)$$

وهذه المعادلة يمكن حلها بطريقة فصل المتغيرات .

تسمى المعادلات السابقة او الصيغة السابقة معادله تفاضلية من المرتبه الاولى تختزل الى صوره قابلة للفصل

## First order differential equation reducible to separable form

Ex/ find the general sol for the following ODE  $\frac{dy}{dx} = (x + y)^2$

$$\text{Sol / let } x + y = z \quad , \quad \frac{dz}{dx} = 1 + \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dx} - 1$$

$$\frac{dz}{dx} - 1 = z^2 \quad , \quad \frac{dz}{z^2 + 1} = dx$$

$$\int \frac{dz}{z^2 + 1} = \int dx \quad t_{an}^{-1} z = x + c$$

$$z = \tan(x + c) \quad x + y = \tan(x + c)$$

Hw/

$$1) \frac{dy}{dx} = \cos(x + y) + \sin(x + y)$$

$$2) \frac{dy}{dx} = (4x + y + 1)^2$$

$$3) \frac{dy}{dx} + x + 2y = 0$$

$$4) y' = \cos(x + y)$$

$$5) (x + y)dx + dy = 0$$

$$6) y' = (y - 4x)^2$$