Ex/ find the general solution (g s) for the following ODE $(x+1)\frac{dy}{dx} = 2y$

Sol/ $\frac{dy}{y} = 2\frac{dx}{x+1}$ $\int \frac{dy}{y} = 2\int \frac{dx}{x+1}$

$$ln|y| = 2\,ln|x+1| + C$$

$$ln|y| - ln(x+1)^2 = c \qquad \ln\frac{|y|}{(x+1)^2} = C$$

$$\frac{|y|}{(x+1)^2} = e^c$$

$$y = \mp c_1(x+1)^2$$

Hw/

1)$e^x_{cos\,y}dx + (1+e^x)\,sin\,ydy = 0$

2)$xydy - \frac{1+y^2}{1+x^2}dx = 0$

3)$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{1+y^2}$

4) $\frac{dy}{dx} = \frac{y\sqrt{y^2-1}}{1-x^2}$

5)$\frac{dy}{dx} = \frac{(1-y^2)\,cos\,x}{\sqrt{1+sin^2\,x}}$

6)$\frac{dy}{dx} = \frac{(1+y^2)e^{2x}}{\sqrt{1-e^{4x}x}}$

7) $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1-e^2y}}{e^x{}_{+e}{}^{-x}}$

8) $\frac{dy}{dx} - 2x\sqrt{1-y^2} = 0$

9) $(1+y^2)dx + \sqrt{1-x^2}dy = 0$

10) $x(2y-3)dx + (x^2+1)dy = 0$

11) $x^2(y^2+1)dx + y\sqrt{x^3+1}dy = 0$

Reduce to Variable separable

Exaimple: Selve the following O D E.

$$\frac{dy}{dx} = \sec(x+y)$$

Soll...: $let\ Z = x + y \quad \Longrightarrow \frac{dz}{dx} = 1 + \frac{dy}{dx} \quad \Longrightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dx} - 1$

$\frac{dz}{dx} - 1 = \sec Z \ \Longrightarrow \frac{dz}{dx} = \sec Z + 1$

$\frac{dz}{secZ+1} = dx \ \Longrightarrow \int \frac{dz}{secZ+1} = \int dx$

$\int \frac{(secz-1)}{(sec+1)(secz-1)} dz = x + c$

$\int \frac{secZ-1}{sec^2Z-1} dz = x + c$

$\int \frac{secZ-1}{tan^2Z} dz = x + c$

$\int \frac{secZ}{tan^2Z} dz - \int \frac{1}{tan^2Z} dz = x + c$

$\int \frac{1}{cosX} . \frac{cos^2}{sin^2} dz - \int cot^2 z dz = x + c$

$\int \frac{cosZ}{sin^2Z} dz - \int cot^2 z dz = x + c$

$\int sin^{-2} cosZ dZ - \int (csc^2 Z - 1) dz = x + c$

$sec^2x = 1 + tan^2x$

$secX = \frac{1}{cosX}$

$csc^2x = 1 + cot^2x$

$$\int sin^{-2}z\, cosZdZ - \int csc^2\, zdz + \int dz = x + c$$

$$-sin^{-1}z - (-cotZ) + Z = x + c$$

$$-\frac{1}{sinZ} + cotZ + Z = x + c$$

$$-cscZ + cotZ + Z = x + c$$

$$-\csc(x+y) + \cot(x+y) + (\cancel{x} + y) = \cancel{x} + c$$

* * * * * * *

ملاحظة:- في المثال السابق كانت المعادلة التفاضلية على صورة يمكن تحويلها باستخدام فرضية معينة الى معادلة اخرى يمكن فصل متغيراتها واحدى هذه الحالات المعادلات التي تكون على الشكل ..:

$$\frac{dy}{dx} = F(ax + by) \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

في مثل هذه الحالة نفرض ان ,

$$Z = ax + by \ldots\ldots (2$$

نجد ان $\frac{dy}{dx}$

$$\frac{dz}{bdx} = \frac{a}{b} + \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{b}.\frac{dz}{dx} - \frac{a}{b} \ldots\ldots\ldots (3)$$

نعوض (2,3) في المعادلة (1)

$$\frac{dz}{dx} = a + b\, f(z)$$

وهذه المعادلة يمكن حلها بطريقة فصل المتغيرات .

تسمى المعادلات السابقه اواو الصيغه السابقه معادله تفاضليه من المرتبه الاولىتختزل الى صوره قابله للفصل

First order differential equation reducible to separable form

Ex/ find the general sol for the following ODE $\frac{d^y}{dx} = (x+y)^2$

Sol / let $x + y = z$, $\frac{dz}{dx} = 1 + \frac{dy}{dx}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dx} - 1$$

$$\frac{dz}{dx} - 1 = z^2 \quad , \quad \frac{dz}{Z^2 + 1} = dx$$

$$\int \frac{dz}{Z^2+1} = \int dx \qquad t_{an}^{-1} z = x + c$$

$z = tan(x + c)$ $\qquad\qquad$ $x + y = \tan(x + c)$

Hw/

$$1)\frac{dy}{dx} = cos(x + y) + sin(x + y)$$

2)$\frac{dy}{dx} = (4x + y + 1)^2$

3)$\frac{dy}{dx} + x + 2y = 0$

4)$y' = cos(x + y)$

5)$(x + y)\partial x + dy = 0$

6)$y' = (y - 4x)^2$