لذا فالمسار الحرج يتمثل بالأنشطة : A, D, F, G, I والزمن الحرج $C.T.=18$.

6-2- إسلوب تقييم ومراجعة البرامج *Program Evaluation and Review Technique (PERT)* :

يعتبر إسلوب *PERT* من الأساليب الإدارية الحديثة للسيطرة على مراحل التصنيع ويستمد أهميته في الحياة العملية لكونه يشخص الأنشطة الحرجة التي يستدعي بالضرورة الإهتمام بها وملاحظتها أكثر من غيرها والعناية بتوفير كافة المستلزمات والإحتياجات الضرورية لأجل تنفيذها في الوقت المحدد. إضافةً لذلك فإن حساب الزمن الفائض بين الأنشطة يساعد على توجيه ونقل الموارد المالية والبشرية الفائضة من بين الأنشطة غير الحرجة إلى الأنشطة الحرجة ، وفي هذه الحالة تتهيء افضل الطرق لتقليص الوقت وتخفيض تكاليف العمل . في هذا الإسلوب تدرس ثلاثة أنواع من الأزمنة وهي :

- الزمن المتفائل *Optimistic time (a)* والذي يعتبر إن التنفيذ سيتم بشكل جيد جداً .
- الزمن المتشائم *Pestimistic time (b)* والذي يعتبر إن التنفيذ سيتم بشكل رديء جداً .
- الزمن المحتمل *Most likely time (m)* والذي يعتبر إن التنفيذ سيتم بشكل طبيعي .

أما الوقت المتوقع $(\overline{D})$ *Expected time* للنشاط (i, j) فيحسب من العلاقة :

$$\overline{D} = \frac{a + b + 4m}{6}$$

أما التباين *Variance (V)* لكل نشاط فيحسب من العلاقة :

$$V = \left(\frac{b - a}{6} \right)^2$$

وبالتالي فإن إحتمال تنفيذ المشروع في الوقت المحدد سيكون :

$$Pr\left(Z \le \frac{ST_i - CT_i}{\sqrt{V(\mu_i)}} \right)$$

إذ إن ST_i يمثل الوقت المحدد لإنجاز المشروع .

CT_i يمثل الزمن الحرج للمشروع .

$V(\mu)$ يمثل مجموع تباين الأنشطة الحرجة للمشروع .

ويمكن إيجاد قيمة الإحتمال اعلاه من جدول التوزيع الطبيعي .

مع ملاحظة إن الإنحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين .

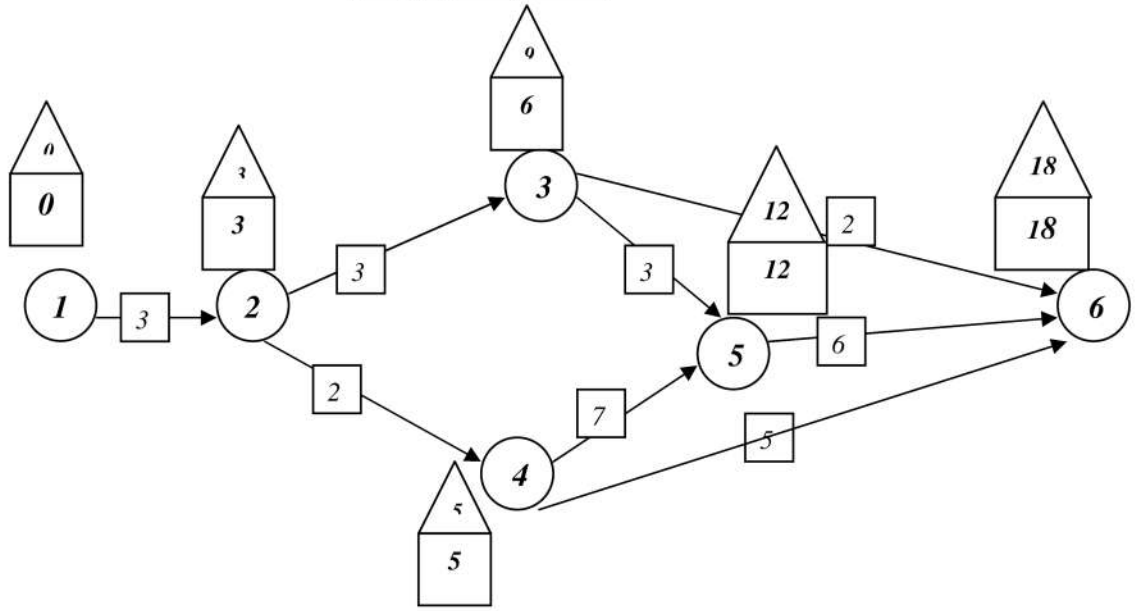
مثال-6 : البيانات التالية توضح أزمنة تنفيذ كل نشاط من أنشطة إحدى المشاريع الصناعية.المطلوب :

حساب إحتمال تنفيذ المشروع خلال *20* شهراً .

activity	a	b	m
1,2	2	8	2
2,3	1	11	1.5
2,4	0.5	7.5	1
3,5	1	7	2.5
3,6	1	3	2
4,5	6	8	7
4,6	3	11	4
5,6	4	8	6

الحل :

activity	$\overline{D}$	V
1,2	3	1
2,3	3	---
2,4	2	1.36
3,5	3	----
3,6	2	----
4,5	7	0.11
4,6	5	----
5,6	6	0.44
	$V(\mu)$	2.91



لذا فالمسار الحرج يتمثل بالأنشطة : (1,2) , (2,4) , (4,5) , (5,6) وإن الزمن الحرج : CT =18.

$$Pr\left(Z_i \le \frac{20-18}{\sqrt{2.91}}\right) = Pr(Z \le 1.17) = 0.879$$

أي إن إحتمال إنجاز المشروع في مدة 20 شهراً هو 88% تقريباً .

6-3- تعجيل وتبطيء المخططات الشبكية :

يتضمن هذا الإسلوب كلفة تنفيذ المشروع ونوعان من التنفيذ :

1- النوع الأول- التنفيذ الطبيعي (الإعتيادي) *Normal* ويتضمن الزمن D_n والكلفة C_n .

2- النوع الثاني- التنفيذ التقليصي (التعجيلي) *Crash* ويتضمن الزمن D_c والكلفة C_c .

أما خوارزمية الحل ستكون كالآتي :

1- إيجاد المسار الحرج للزمن الطبيعي ومن ثم إيجاد الزمن الحرج لتنفيذ المشروع (*CTN*) .

2- إيجاد المسار الحرج للزمن التقليصي ومن ثم إيجاد الزمن الحرج لتنفيذ المشروع في حالة التقليص (*CTC*) .

3- إيجاد الزمن المسموح بتخفيضه $T = CTN - CTC$.

4- إيجاد الميل *Slope* لكل نشاط من العلاقة :

$$Slope = \frac{C_c - C_n}{D_n - D_c}$$

5- إيجاد الوقت الفائض *Free Float (FF)* للنشاطات غير الحرجة للأزمنة الطبيعية من العلاقة:

$$FF_{ij} = ES_j - ES_i - D_{ij}$$

والوقت الممكن تقليصه هو القيمة الأقل بين :

أ- أعلى *FF* لأنشطة كل مسار غير حرج .

ب- الفرق بين الزمن الطبيعي D_n والزمن التقليصي D_c للنشاط الحرج الذي له أقل ميل .

6- إيجاد الكلفة الكلية لتنفيذ المشروع بعد تقليص زمن تنفيذ المشروع من العلاقة :

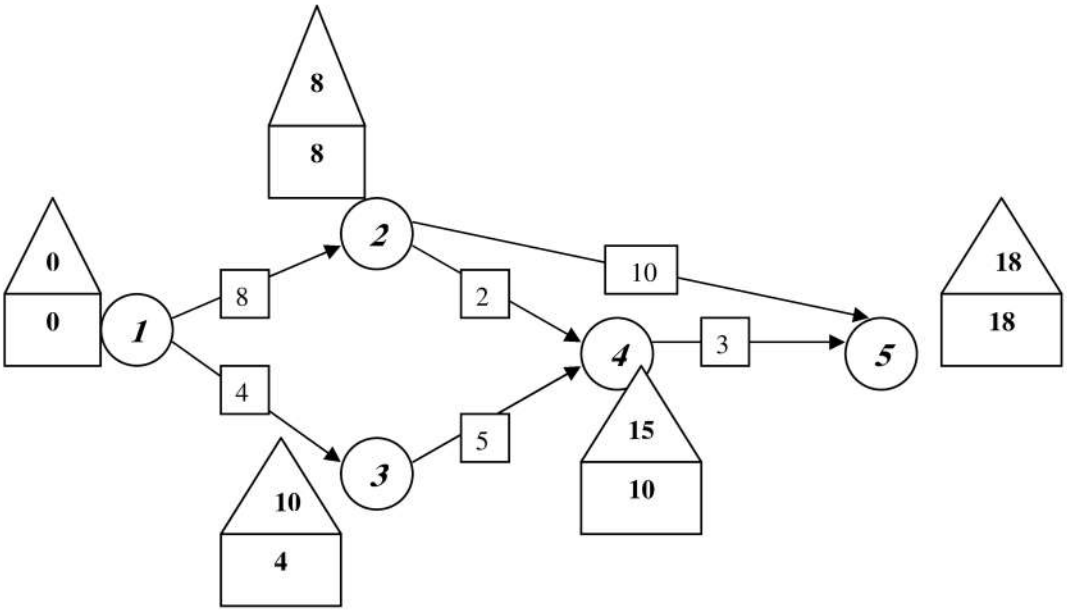
الكلفة الكلية للتنفيذ بعد التقليص = الكلفة الكلية السابقة + عدد الوحدات الزمنية المقلصة × ميل النشاط المقلص

7- إيجاد الزمن الحرج للمشروع بعد التقليص الأخير ، فإذا كان مساوياً للزمن الحرج لتنفيذ المشروع (*CTC*) (المستخرج في الخطوة 2) نتوقف وبخلافه نكرر الخطوتين 5 و 6 مرة أخرى .

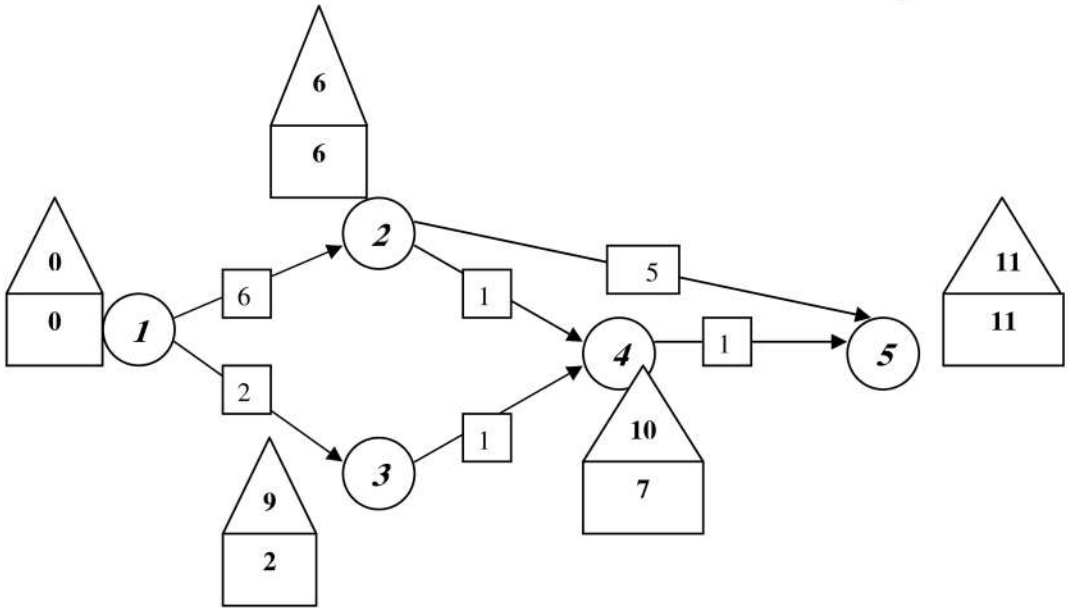
مثال-7 : البيانات المبينة أدناه تمثل زمن (شهر) وكلفة (ألف دينار) لتنفيذ كل نشاط من نشاطات إحدى المشاريع الصناعية في الحالتين الطبيعية والمقلصة . المطلوب تنفيذ المشروع بأقل وقت وكلفة ممكنتين :

activity	*normal*		*Crash*	
	D_n	C_n	D_c	C_c
1 , 2	*8*	*100*	*6*	*200*
1 , 3	*4*	*150*	*2*	*350*
2 , 4	*2*	*50*	*1*	*90*
2 , 5	*10*	*100*	*5*	*400*
3 , 4	*5*	*100*	*1*	*200*
4 , 5	*3*	*80*	*1*	*100*
$\sum$	---	*580*	---	*1340*

الحل :



الزمن الطبيعي ***Total Cost = 580*** ***CTN = 18*** ,



الزمن التقليصي ***Total Cost = 1340*** ***CTC = 11*** ,

CTN – CTC = 18 – 11 = 7

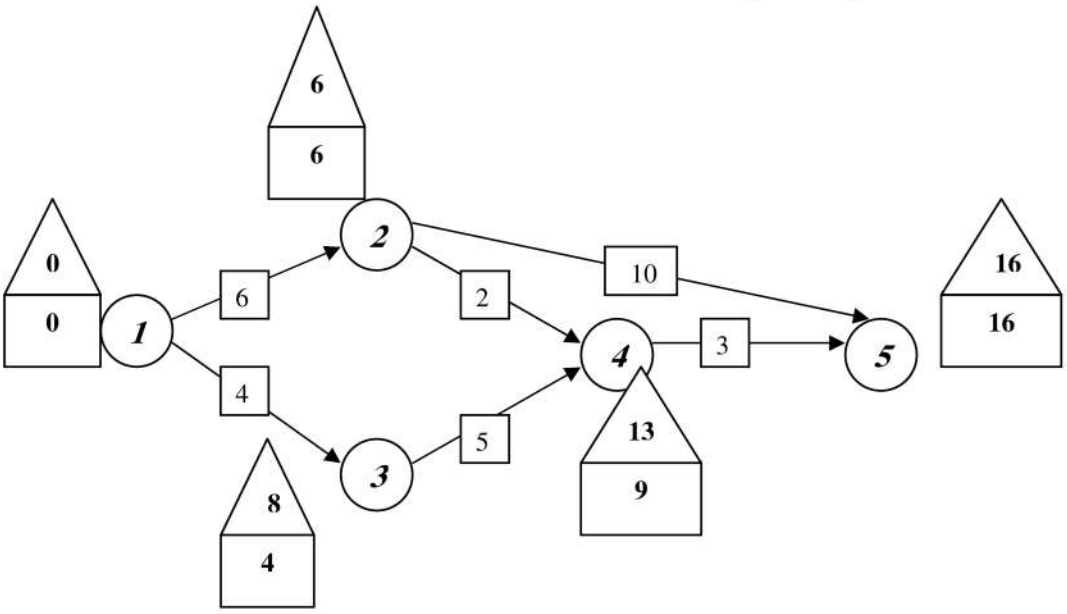
أي إنه يمكن تقليص تنفيذ المشروع بمقدار 7 أشهر .

أما الميل لكل نشاط والوقت الفائض للأنشطة غير الحرجة هي :

activity	*slope*	*F.F.*
1 , 2	*50 **	*--------*
1 , 3	*100*	*4 – 0 – 4 = 0*
2 , 4	*40*	*10 – 8 – 2 = 0*
2 , 5	*60 **	*--------*
3 , 4	*25*	*10 – 4 – 5 = 1*
4 , 5	*10*	*18 – 10 – 5 = 5 max.*

أما الزمن الممكن تقليصه من النشاط *(1,2)* (النشاط الحرج الذي له أقل ميل)هـ و: *min. { 5, 8-6} =2*

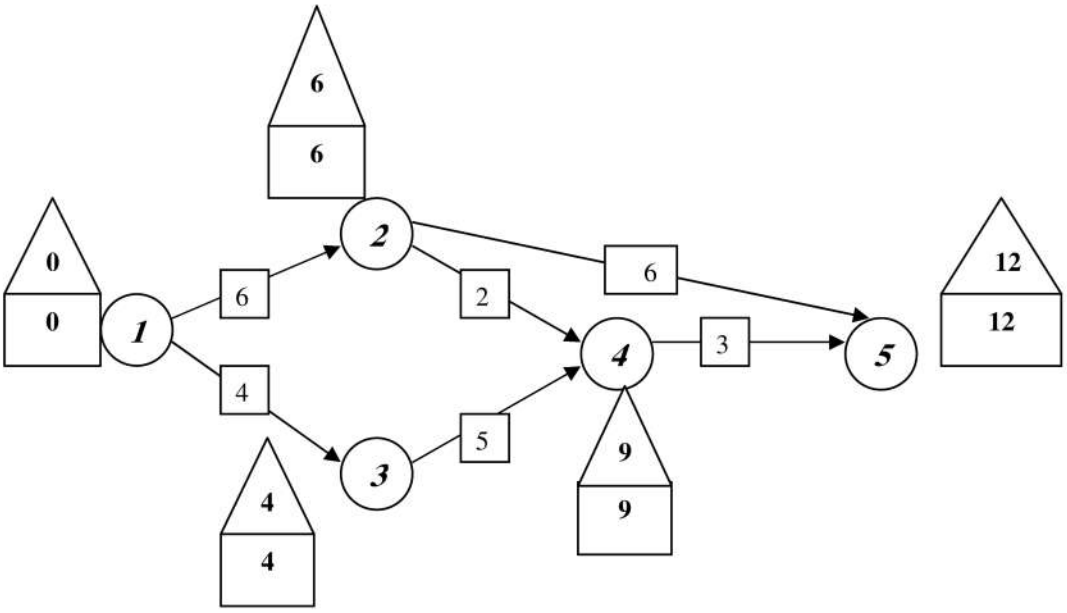
لذا فالمسار الحرج الطبيعي بعد تقليص زمن النشاط *(1,2)* شهرين سيكون :



Critical Path C.P. is : (1 , 2) , (2 , 5) and Total Cost T.C.= 580+ 2 * 50= 680

إن الوقت الحرج يمكن تقليصه مرة أخرى ، لذا سيقلص النشاط *(2,5)* إلى *min.{ 4 , 10-5 } = 4*

أي أربعة أشهر أخرى وسيكون المسار الجديد :



C.P. is : (1,2) , (2,5) and (1,3) , (3,4) , (4,5)

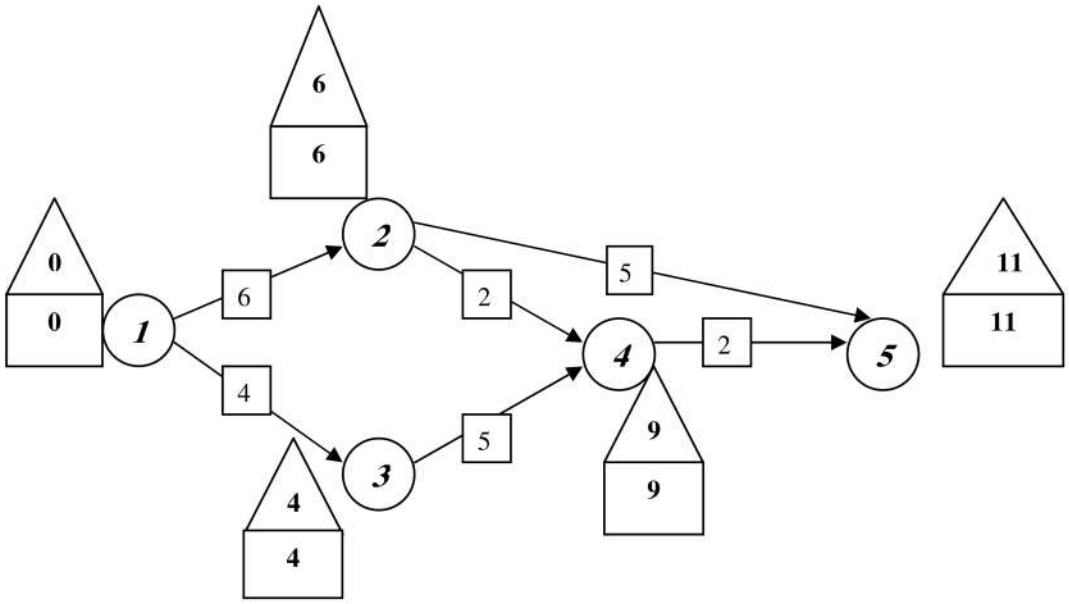
T.C. = 680 + 4 * 60 = 920

بالإمكان تقليص الزمن الكلي للإنجاز شهر واحد فقط ، إذ يمكن تقليص زمن إنجاز النشاط *(2,5)* إلى *5* أشهر ولكن هذا يؤدي إلى إن المسار الحرج سيتغير ما لم نغير من أنشطة المسار الحرج الآخر

بنفس كمية التقليص ، ولإختيار النشاط الذي سيقلص منه شهر واحد يتم إستخراج الميل للنشاط *(2,5)* مضافاً له ميل كل نشاط من أنشطة المسار الحرج الاخر ، ويؤخذ الأقل أي :

activity	*Slope*
(2,5) , (1,3)	*60 + 100 = 160*
(2,5) , (3,4)	*60 + 25 = 85*
(2,5) , (4,5)	*60 +10 =70 min.*

لذا سيقلص شهر واحد من زمن النشاطين *(2,5) , (4,5)* والمسار الحرج الجديد سيكون :



C.P. is (1,2) , (2,5) and (1,3) ,(3,4) , (4,5)
*T.C. = 920 + 1 * 70 = 990*

لذا فالمشروع قلّص زمنه من *18* إلى *11* وإرتفعت كلفة إنجازه من *580* إلى *990* وهو أقل من الكلفة المتوقعة للتقليص والتي كانت *1340* .

تمارين الفصل السادس

1- إرسم المخطط الشبكي للأنشطة التالية :

أ- الأنشطة A , B , C هي أنشطة بداية المشروع وتبدأ بشكل آني .

ب- الأنشطة D , E , F تبدأ بعد النشاط A مباشرةً .

ج- النشاطان $I . G$ يبدأن بعد إنتهاء النشاطين B , D .

د- النشاط H يبدأ بعد إنتهاء النشاطين C , G .

هـ .- النشاطان K , L يعقبان النشاط I .

و- النشاط J يعقب كلٍ من النشاطين E , H .

ز- النشاطان M , N يعقبان النشاط F ولكن لا يبدءان إلا بعد أن ينتهي النشاطين E , H .

ح- النشاط O يعقب النشاطين M , I .

ط- النشاط P يعقب الأنشطة J , L , O .

ي- الأنشطة K , N , P هي أنشطة نهائية للمشروع .

2- أوجد المسار الحرج لشبكة الإعمال الآتية :

activity	*Pre. Act.*	*Duration*		*activity*	*Pre. Act.*	*Duration*
R	----	*24*		*D*	*C , B*	*6*
E	*R*	*16*		*C*	*A*	*8*
H	*G*	*16*		*B*	*A*	*16*
N	*P, Q, U, S*	*8*		*U*	*F*	*8*
M	*L , K*	*8*		*Q*	*E*	*12*
K	*H*	*16*		*A*	*R*	*16*
P	*E , D*	*36*		*F*	*R*	*40*
S	*T , M*	*16*		*G*	*R*	*24*
L	*H*	*24*		*T*	*G*	*4*

(ans.: R , G , H , L , M , S , N ; 120)

3-أوجد المسار الحرج لشبكة الإعمال التالية :

activity	*Pre. Act.*	*Duration*		*Activity*	*Pre. Act.*	*Duration*
A	----	*10*		*J*	*F*	*5*
B	----	*28*		*K*	*E , G , H*	*1*
C	*A*	*2*		*L*	*I , J*	*6*
D	*C*	*1*		*M*	*J , L*	*2*
E	*D*	*2*		*N*	*K , M*	*1*
F	*D*	*30*		*O*	*K , M*	*4*
G	*D*	*45*		*P*	*N*	*1*
H	*B , D*	*1*		*Q*	*N, O*	*1*
I	*E , H*	*6*		*R*	*P , Q*	*1*

(ans.: A , C , D , G , K , O , Q , R ; 65)

4- الجدول التالي يمثل فعاليات مشروع صناعي ، المطلوب إيجاد إحتمالية إنجاز المشروع خلال *39* إسبوعاً وإن الإنحراف المعياري هو *1.9* :

Act.	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*
Pre.act.	---	---	*A*	*A,B*	*A,B*	*C,D*	*A*	*C,D,G*	*E,F,H*
Duration	*5*	*7*	*6*	*8*	*7*	*5*	*6*	*9*	*10*

(ans.: 99.6%)

5- لتنفيذ مشروع صناعي أنشطته موضحة في الجدول التالي :

Act.	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*
Pre.act.	---	---	*A,B*	*A,B*	*B*	*D,E*	*C,F*	*D,E*	*G,H*
Duration	*6*	*5*	*7*	*8*	*4*	*6*	*7*	*4*	*X*

المطلوب:أ- أوجد قيمة *X* للنشاط *I* ، إذا علمت إن الدرجة المعيارية للأنشطة الحرجة *Z = 1.5* محسوبة على أساس إحتمالية إنجاز المشروع خلال *34* إسبوعاً والإنحراف المعياري = *2* .

ب- إذا كان النشاط *H* يمثل عملية مد أنابيب بقطر *25* سم وقد أبلغ مورد الأنابيب الشركة بأن عملية تجهيز الأنابيب تتم بعد *16* أسبوعاً من بدء العمل بالمشروع . ما تأثير عملية التأخير؟ وهل ستتحمل الشركة خسائر علماً إن تكاليف التأخير عن المدة المقررة لإنجاز المشروع لكل يوم هي *50000* ديناراً ، بإعتبار أيام العمل بالإسبوع *6* أيام ؟

ج- قدم إقتراح للشركة لتقليص مدة تنفيذ النشاط *C* إلى *5* أسابيع بدلاً من *7* أسابيع على أن تدفع الشركة *25000* ديناراً عن كل يوم تقليص ، هل تقبل الشركة بهذا الإقتراح ؟ علماً إن الربح الذي تحققه الشركة عن الإسراع بتنفيذ المشروع لكل يوم هو *30000* ديناراً .

(ans.: a) 4 ; b) 600000 ; c)- 300000)

6- إذا كانت أنشطة مشروع صناعي كالآتي :

Act.	*(a,b,m)*		*Act.*	*(a,b,m)*
1 , 2	*5 , 7 , 6*		*3 , 6*	*3 , 5 , 4*
1 , 4	*1 , 5 , 3*		*4 , 6*	*4 , 9 , 8*
1 , 5	*2 , 6 , 4*		*4 , 7*	*4 , 8 , 6*
2 , 3	*4 , 6 , 5*		*5 , 6*	*9 , 14 , 10*
2 , 5	*6 , 10 , 8*		*5 , 7*	*4 , 8 , 6*
2 , 6	*8 , 13 , 9*		*6 , 7*	*3 , 5 , 4*
3 , 4	*5 , 10 , 9*			

ما هو إحتمال إنجاز المشروع في مدة *34* إسبوعاً ؟

(ans.: 98.9%)

7- لشبكة الأعمال التالية ، أوجد المدة الزمنية المثلى لتنفيذ المشروع لتحقيق أقل كلفة ممكنة :

	Normal		crash	
Act.	D_n	C_n	D_c	C_c
1 , 2	4	100	1	400
1 , 4	9	120	6	180
1 , 3	8	400	5	640
1 , 6	3	20	1	60
2 , 3	5	60	3	100
2 , 5	9	210	7	270
3 , 4	12	400	8	800

	normal		crash	
Act.	D_n	C_n	D_c	C_c
3 , 7	14	120	12	140
4 , 5	15	500	10	750
4 , 7	10	200	6	220
5 , 6	11	160	8	240
5 , 7	8	70	5	110
6 , 7	10	100	2	180
∑	---	2460	--	4090

(ans.: 33 ; 3750)

8- أوجد المدة المثلى لإنجاز المشروع التالي لتحقيق أقل كلفة ممكنة :

	normal		crash	
Act.	D_n	C_n	D_c	C_c
1 , 2	5	1000	4	1400
1 , 3	9	2000	7	3000
2 , 3	7	2500	4	3400
2 , 4	9	2800	7	3400
3 , 5	5	2500	2	4600
3 , 6	11	4000	7	7200
4 , 6	6	3000	4	4200
5 , 6	8	800	6	1400
∑	--	18600	--	28600

(ans.: 16 ; 24600)