

7- لشبكة الأعمال التالية ، أوجد المدة الزمنية المثلى لتنفيذ المشروع لتحقيق أقل كلفة ممكنة :

Act.	Normal		crash		Act.	normal		crash	
	$D_n$	$C_n$	$D_c$	$C_c$		$D_n$	$C_n$	$D_c$	$C_c$
1, 2	4	100	1	400	3, 7	14	120	12	140
1, 4	9	120	6	180	4, 5	15	500	10	750
1, 3	8	400	5	640	4, 7	10	200	6	220
1, 6	3	20	1	60	5, 6	11	160	8	240
2, 3	5	60	3	100	5, 7	8	70	5	110
2, 5	9	210	7	270	6, 7	10	100	2	180
3, 4	12	400	8	800	$\Sigma$	---	2460	--	4090

( ans.: 33 ; 3750 )

8- أوجد المدة المثلى لإنجاز المشروع التالي لتحقيق أقل كلفة ممكنة :

Act.	normal		crash	
	$D_n$	$C_n$	$D_c$	$C_c$
1, 2	5	1000	4	1400
1, 3	9	2000	7	3000
2, 3	7	2500	4	3400
2, 4	9	2800	7	3400
3, 5	5	2500	2	4600
3, 6	11	4000	7	7200
4, 6	6	3000	4	4200
5, 6	8	800	6	1400
$\Sigma$	--	18600	--	28600

( ans.: 16 ; 24600 )

## الفصل السابع

### نماذج التتابع <sup>[2]</sup> Sequencing models

تهدف نماذج التتابع ( التعاقب ) Sequencing models بصورة عامة إلى إيجاد التسلسل الأمثل لتنفيذ المهام المختلفة خلال مرورها بـ  $m$  من المكينات (إذ إن  $m = 1, 2, 3, \dots$ ) بالإضافة إلى الحصول على أقل وقت كلي للتنفيذ وإيجاد الوقت الضائع ( العاطل ) idle time لكل ملكنة من هذه المكينات .

أما الافتراضات العامة التي تعتمد عليها نماذج التتابع هي :

- 1- لكل مهمة بداية ونهاية .
- 2- يمكن إنجاز مهمة واحدة فقط على ملكنة معينة في وقت محدد .
- 3- يجب إكمال المهمة قبل أن يبدأ تنفيذ المهمة التي تليها .
- 4- وجود ملكنة واحدة فقط من كل نوع .
- 5- يجب تهيئة المهمة بالكامل عندما يحين وقت بداية تنفيذها .
- 6- يمكن إهمال الوقت المطلوب لنقل المهمة من ملكنة إلى أخرى .
- 7- يفترض عدم وجود أي عطل من شأنه أن يعطل أو يوقف العمل كإجراء صيانة أو تغيير رفق في وجبات العمل أو عدم توفر أي من عوامل الإنتاج .

لذا فهذه النماذج ستأخذ الحالات التالية :

#### 1-7- إنجاز $n$ من المهام على ملكنة واحدة Processing $n$ jobs through 1 machine :

يتم في هذه الحالة إنجاز  $n$  من المهام خلال مرورها بملكنة واحدة فقط ضمن الخوارزمية التالية:

- أ- ترتيب المهام حسب الزمن المستغرق تصاعدياً أو تنازلياً .
- ب- نجد أقصر وقت تشغيل (S.p.t.) بقسمة مجموع أوقات إنتهاء المهام للترتيب التصاعدي على عدد المهام .
- ج- نجد أطول وقت تشغيل (L.p.t.) بقسمة مجموع أوقات إنتهاء المهام للترتيب التنازلي على عدد المهام .

مثال-1 : ستة مهام تنجز على ملكنة واحدة وأوقاتها المستغرقة (ساعة) لكل مهمة هي :

Jobs	A	B	C	D	E	F
Time	8	6	2	7	10	4

أوجد أقل زمن مستغرق لإنجاز جميع المهام وفقاً لمقياسي :

(أ) أقصر وقت للتشغيل Spt ، (ب) أطول وقت للتشغيل Lpt .

الحل :

أ) حسب الترتيب التصاعدي :

sequence	jobs	time	Processing	
			Start	Finish
1	C	2	0	2
2	F	4	2	6
3	B	6	6	12
4	D	7	12	19
5	A	8	19	27
6	E	10	27	37
$\Sigma$				103

$$Spt = 103/6 = 17.16 \text{ hrs.}$$

ب) حسب الترتيب التنازلي :

Sequence	jobs	time	Processing	
			Start	Finish
1	E	10	0	10
2	A	8	10	18
3	D	7	18	25
4	B	6	25	31
5	F	4	31	35
6	C	2	35	37
$\Sigma$				156

$$Lpt = 156/6 = 26 \text{ hrs}$$

ملاحظة : يمكن إيجاد التتابع الأمثل للمهام إذا كانت هناك ترجيحات مختلفة لكل مهمة وذلك بإيجاد الزمن المعدل من خلال قسمة الزمن المستغرق لكل مهمة  $t_i$  على الترجيحات المقابلة لتلك المهمة  $W_i$  والترتيب التصاعدي للزمن المعدل هو التتابع الأمثل .

مثال-2 : أوجد التتابع الأمثل للمهام التالية المنجزة على ملكة واحدة وأوقات تشغيلها (ساعة) هي :

Jobs	A	B	C	D	E	F
Time $t_i$	10	6	5	4	2	8
Weight $W_i$	5	10	5	1	3	5

الحل : الزمن المعدل  $\bar{t}$  هو :

$\bar{t}$	Jobs
$10/5 = 2$	A
$6/10 = 0.6$	B
$5/5 = 1$	C
$4/1 = 4$	D
$2/3 = 0.67$	E
$8/5 = 1.6$	F

وعليه فالتتابع الأمثل هو :  $B - E - C - F - A - D$  .

## 2-7- إنجاز $n$ من المهام على مكننتين *Processing n jobs through 2 machines*

تأخذ هذه الحالة الخوارزمية التالية :

- 1- يحدد الزمن الأقل من كل مهمة .
  - 2- يبدأ بتسلسل المهام حسب التسلسل الزمني التصاعدي للماكنة الأولى (أي من الزمن الأقل إلى الزمن الأعلى ) وفي حالة تساوي أقل زمنين نختار أولاً الزمن الذي له فرق أكبر مع زمنه الآخر للماكنة الثانية أو نختار الزمن الذي له أقل فرق مع زمنه الآخر للماكنة الأولى .
  - 3- نستمر بتسلسل المهام حسب التسلسل الزمني التنازلي للماكنة الثانية ( أي من الزمن الأكبر إلى الزمن الأقل).
  - 4- إستناداً لتسلسل المهام نجد زمن البداية والنهاية لكل مهمة للماكنة الأولى .
  - 5- لنفس تسلسل المهام نجد زمن البداية والنهاية لكل مهمة للماكنة الثانية إذ يعتمد زمن البداية على القيمة الأكبر بين نهاية المهمة السابقة على الماكنة الثانية ونهاية المهمة الحالية على الماكنة الأولى .
  - 6- يحسب أقل زمن كلي مستغرق لإنجاز جميع المهام على المكننتين هو زمن إنجاز المهمة الأخيرة على الماكنة الثانية .
  - 7- الزمن الضائع (العاطل) *idle time* للماكنة الأولى هو الفرق بين زمني الإنتهاء على كلتا المكننتين . أما الزمن الضائع للماكنة الثانية هو مجموع الفروق بين وقت بداية ونهاية كل مهمة على الماكنة الثانية .
- مثال-3 :** ستة مهام تنجز على مكننتين  $A, B$  وتسلسل العمل هو  $A$  ثم  $B$  ، الزمن المستغرق (ساعة) لكل مهمة هو :

Jobs	1	2	3	4	5	6
Mach. A	3	12	5	2	9	11
Mach. B	8	10	9	6	3	1

المطلوب : إيجاد التتابع الأمثل بأقل زمن كلي مستغرق لإنجاز جميع المهام وكذلك إيجاد الوقت الضائع لكلتا المكننتين .

**الحل :**

1	2	3	4	5	6			
2	<u>3</u>	12	3	<u>5</u>	1	<u>2</u>	9	11
8	4	<u>10</u>	9	6	5	<u>3</u>	6	<u>1</u>

**The optimal sequencing is : 4 - 1 - 3 - 2 - 5 - 6**

jobs	Mach. A			Mach. B			
	Time	Start	Finish	time	Start	Finish	Idle
4	2	0	2	6	2	8	2
1	3	2	5	8	8	16	0
3	5	5	10	9	16	25	0
2	12	10	22	10	25	35	0
5	9	22	31	3	35	38	0
6	11	31	42	1	42	43	4
$\Sigma$							6

أقل زمن كلي مستغرق لإنجاز جميع المهام هو 43 ساعة .

الوقت الضائع للماكينة A هو :  $43 - 42 = 1 \text{ hr.}$

الوقت الضائع للماكينة B هو :  $6 \text{ hrs.}$

مثال-4 : سبعة مهام تنجز على مكنتين A ثم B ، الزمن المستغرق (ساعة) هو :

jobs	1	2	3	4	5	6	7
Mach. A	3	12	15	6	10	11	9
Mach. B	8	10	10	6	12	1	3

المطلوب : حدد التتابع الأمثل لتقليل الزمن الكلي المستغرق لإنجاز المهام مع تحديد الوقت الضائع

لكلا المكنتين .

الحل :

	1	2	3	4	5	6	7
1	<u>3</u>	12	15	2	<u>6</u>	3	<u>10</u>
	8	5	<u>10</u>	4	<u>10</u>	6	12
						7	<u>1</u>
							6
							<u>3</u>

The optimal sequencing is : 1 - 4 - 5 - 3 - 2 - 7 - 6

jobs	Mach. A			Mach. B			
	time	Start	finish	time	Start	finish	idle
1	3	0	3	8	3	11	3
4	6	3	9	6	11	17	0
5	10	9	19	12	19	31	2
3	15	19	34	10	34	44	3
2	12	34	46	10	46	56	2
7	9	46	55	3	56	59	0
6	11	55	66	1	66	67	7
$\Sigma$							17

أقل زمن كلي مستغرق لإنجاز جميع المهام هو 67 ساعة .

الوقت الضائع للماكينة A هو :  $67 - 66 = 1 \text{ hr.}$

الوقت الضائع للماكينة B هو :  $17 \text{ hrs.}$

3-7- إنجاز  $n$  من المهام على ثلاثة مكائن *Processing n jobs through 3 machines* :

في هذه الحالة يجب تحقق أحد الشرطين على الأقل :

أ- أقل وقت على الماكينة الأولى  $\leq$  أكبر وقت على الماكينة الثانية .

أو ب- أقل وقت على الماكينة الثالثة  $\leq$  أكبر وقت على الماكينة الثانية .

أما خوارزمية الحل فتكون :

1. نقوم بتحويل الثلاثة مكائن إلى ملكنتين وهميتين  $G, H$  أوقات إشتغالهما تكون :

$$H_i = B_i + C_i , \quad G_i = A_i + B_i$$

2. نجد التتابع الأمثل للمكنتين  $H, G$  .

3. نعتد تسلسل المهام حسب التتابع الأمثل ونجد وقت بداية ونهاية كل عملية لكل ملكنة من

المكائن الأصلية وحسب الطريقة السابقة .

4. إن الزمن الضائع لكلا الملكنتين الأولى والثالثة تحتسب بنفس الطريقة السابقة ، ولكن

الإختلاف هو في حساب الوقت الضائع على الماكينة  $B$  ، إذ تحتسب من العلاقة :

زمن إنتهاء المهمة الأخيرة ( حسب التسلسل الأمثل للمهام ) على الماكينة الثالثة - زمن

إنتهاء المهمة الأخيرة على الماكينة الثانية + الوقت الضائع المحتسب للماكينة الثانية .

مثال-5 : ستة مهام تنجز على ثلاثة مكائن  $A, B, C$  ، حسب التسلسل  $ABC$  . أوجد التتابع

الأمثل لإنجاز المهام بأقل وقت كلي مستغرق والوقت الضائع لكل ملكنة ، إذا علمت إن

الزمن المستغرق لكل عملية على كل ملكنة (ساعة) هو :

Jobs	1	2	3	4	5	6
Mach. A	3	12	5	2	9	11
Mach. B	8	6	4	6	3	1
Mach. C	13	14	9	12	8	13

الحل : تحقق الشرط الثاني : أقل وقت على الماكينة الثالثة  $\leq$  أكبر وقت على الماكينة الثانية .

لذا يمكننا حل النموذج باستخدام الخوارزمية أعلاه :

بافتراض إن :

$$H_i = B_i + C_i , \quad G_i = A_i + B_i$$

jobs	1	2	3	4	5	6					
Mach. G	11	3	18	5	9	2	8	1	12	4	12
Mach. H	21	20	13	18	11	6	14				

The optimal sequencing is : 4 - 3 - 1 - 6 - 2 - 5

jobs	Mach. A			Mach. B				Mach. C			
	t.	S.	F.	t.	S.	F.	I.	t.	S.	F.	I.
4	2	0	2	6	2	8	2	12	8	20	8
3	5	2	7	4	8	12	0	9	20	29	0
1	3	7	10	8	12	20	0	13	29	42	0
6	11	10	21	1	21	22	1	13	42	55	0
2	12	21	33	6	33	39	11	14	55	69	0
5	9	33	42	3	42	45	3	8	69	77	0
$\Sigma$							17				8

- أقل زمن ممكن لإنجاز جميع المهام هو : 77 hrs .  
الوقت الضائع على الماكينة A هو :  $77 - 42 = 35$  hrs .  
الوقت الضائع على الماكينة B هو :  $77 - 45 + 17 = 49$  hrs .  
الوقت الضائع على الماكينة C هو : 8 hrs .

#### 4-7 - إنجاز $n$ من المهام على $m$ مكانين Processing $n$ jobs through $m$ machines

يعالج هذا النموذج حالات تتضمن إنجاز  $n$  من المهام على  $m$  من المكانين بحيث يكون  $m \geq 4$  وهو إمتداد للحالة السابقة ، لذا يجب أن يتحقق أحد الشرطين أو كليهما :  
أ- أقل زمن على الماكينة الأولى  $\leq$  أكبر زمن على المكانين الوسطية .  
أو ب- أقل زمن على الماكينة الأخيرة  $\leq$  أكبر زمن على المكانين الوسطية .  
تطبق نفس الخوارزمية السابقة (عندما يكون لدينا ثلاثة مكانين) وذلك بتحويل  $m$  من المكانين إلى مكنيتين وهميتين  $H, G$  بحيث أوقاتها تكون :

$$G_i = M_1 + M_2 + \dots + M_{m-1} \quad , \quad H_i = M_2 + M_3 + \dots + M_m$$

مثال-6 : أربعة مهام تنجز على خمسة مكانين حسب التسلسل  $ABCDE$  ، أوقاتها (ساعة) هي :

jobs	machines				
	A	B	C	D	E
1	7	5	2	3	9
2	6	6	4	5	10
3	5	4	5	6	8
4	8	3	3	2	6

أوجد أقل زمن كلي مستغرق لإنجاز المهام الأربعة وكذلك الوقت الضائع لكل ماكينة .

الحل : تحقق الشرط الثاني لأن :

$$\text{Min. } \{ E \} = 6 \geq \text{max. } \{ B, C, D \} = 6$$

لذا تحول المكان الخمسة إلى مكنيتين  $H, G$  :

$$G_i = A_i + B_i + C_i + D_i \quad \text{and} \quad H_i = B_i + C_i + D_i + E_i$$

	G	H
1	17	19

2	<u>21</u>	3	25
3	<u>20</u>	2	23
4	<u>16</u>		<u>14</u>

The optimal sequencing is : 1 – 3 – 2 – 4

Job	Mach. A			Mach. B				Mach. C				Mach. D				Mach. E						
	t.	S.	F.	t.	S.	F.	I.	t.	S.	F.	I.	t.	S.	F.	I.	t.	S.	F.	I.			
1	7	0	7	5	7	12	7	2	12	14	12	3	14	17	14	9	17	26	17			
3	5	7	12	4	12	16	0	5	16	21	2	6	21	27	4	8	27	35	1			
2	6	12	18	6	18	24	2	4	24	28	3	5	28	33	1	10	35	45	0			
4	8	18	26	3	26	29	2	3	29	32	1	2	33	35	0	6	45	51	0			
Σ							11					18					19					18

أقل زمن كلي مستغرق لإنجاز المهام الاربعة هو : 51 hrs.

الوقت الضائع للماكينة A هو :  $51 - 26 = 15$  hrs.

الوقت الضائع للماكينة B هو :  $51 - 29 + 11 = 33$  hrs.

الوقت الضائع للماكينة C هو :  $51 - 32 + 18 = 37$  hrs.

الوقت الضائع للماكينة D هو :  $51 - 35 + 19 = 35$  hrs.

الوقت الضائع للماكينة E هو : 18 hrs.

ملاحظة : في حالة مجموع أوقات الماكائن الوسطية (أي ماعدا الأولى والأخيرة) لكل مهمة يكون

متساوي ، لذا لا نحتاج إلى إستخدام ملكنتين وهميتين ويمكن إعتبار المسألة مكونة من

ماكنتين أصليتين هما الماكينة الأولى والماكينة الأخيرة ، وكما موضحة في المثال التالي :

مثال-7 : اربعة مهام تنجز على اربعة مكائن حسب الترتيب ABCD ، أوقات التشغيل (ساعة) هي:

job	machines			
	A	B	C	D
1	58	14	14	48
2	30	10	18	32
3	28	12	16	44
4	64	16	12	42

أوجد أقل زمن كلي مستغرق لإنجاز المهام الأربعة والوقت الضائع لكل ماكينة .

الحل : تحقق الشرطان لأن :

$$\text{Min. } \{ A \} = 28 \geq \max \{ B, C \} = 18 \quad \text{and} \quad \text{min. } \{ D \} = 32 \geq \max \{ B, C \} = 18$$

وكذلك فإن :

$$B_1 + C_1 = B_2 + C_2 = B_3 + C_3 = B_4 + C_4 = 28$$

لذا نأخذ الماكنتين الأولى A والأخيرة D فقط :

job	machines	
	A	D
1	58	48 <sub>3</sub>
2	30 <sub>2</sub>	32
3	28 <sub>1</sub>	44
4	64	42 <sub>4</sub>

The optimal sequencing is : 3 – 2 – 1 – 4

job	Mach. A			Mach. B				Mach. C				Mach. D					
	t.	S.	F.	t.	S.	F.	I.	t.	S.	F.	I.	t.	S.	F.	I.		
3	28	0	28	12	28	40	28	16	40	56	40	44	56	100	56		
2	30	28	58	10	58	68	18	18	68	86	12	32	100	132	0		
1	58	58	116	14	116	130	48	14	130	144	144	48	144	192	12		
4	64	116	180	16	180	196	50	12	196	208	52	42	208	250	16		
Σ							144					148					84

الزمن الكلي المستغرق لإنجاز المهام الأربعة هو : 250 hrs.

الوقت الضائع للماكينة A هو :  $250 - 180 = 70$  hrs.

الوقت الضائع للماكينة B هو :  $250 - 196 + 144 = 198$  hrs.

الوقت الضائع للماكينة C هو :  $250 - 208 + 148 = 190$  hrs.

الوقت الضائع للماكينة D هو : 84 hrs.

5-7- إنجاز  $n$  من المهام على مكننتين في ورشة ذات مسالك تكنولوجية (عشوائية الإسياب) :

إذ يتم تجزئة هذه المهام إلى أربعة مجاميع :

- المجموعة الأولى تنجز على الماكينة A فقط .

- المجموعة الثانية تنجز على الماكينة B فقط .

- المجموعة الثالثة تنجز على كلا المكننتين حسب التسلسل AB .

- المجموعة الرابعة تنجز على كلا المكننتين حسب التسلسل BA .

ومنها نجد التتابع الأمثل لكل مجموعة ، وكما موضحة في المثال الآتي :

مثال-8 : عشرة مهام تنجز على مكننتين في ورشة عمل عشوائية الإسياب وحسب البيانات أدناه التي

تمثل وقت التشغيل لكل عمل على الماكينة :

jobs		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Operating order	1	A	A	A	A	B	B	B	B	B	A
	2	B	---	---	B	A	---	A	---	A	B
Operating Time	1	4	3	4	5	1	1	7	3	6	2
	2	6	---	---	2	2	---	8	---	7	4

المطلوب : إيجاد التتابع الأمثل والوقت المستغرق والوقت الضائع لكل ماكينة .

**الحل :** المهام التي تنجز على الماكينة  $A$  فقط هي  $\{2, 3\}$  ، بالإستناد إلى زمن التشغيل الأقل يكون التتابع الأمثل هو 2 ثم 3 ، المهام التي تنجز على الماكينة  $B$  فقط هي  $\{6, 8\}$  والتتابع الأمثل هو 6 ثم 8 ، المهام التي تنجز على الماكينة  $A$  ثم الماكينة  $B$  هي  $\{1, 4, 10\}$  ويكون التتابع الأمثل هو 10 ثم 1 ثم 4 إستناداً إلى :

jobs	A	B
1	2	<u>4</u>
4		5
10	1	<u>2</u>

أما المهام التي تنجز على الماكينة  $B$  ثم الماكينة  $A$  هي  $\{5, 7, 9\}$  ويكون التتابع الأمثل هو 5 ثم 9 ثم 7 ، إستناداً إلى :

jobs	B	A
5	<u>1</u>	2
7	<u>7</u>	3
9	<u>6</u>	2

وعليه التتابع الكلي المنجز على الماكينة  $A$  حسب الترتيب  $AB$  ثم  $A$  ثم  $BA$  سيكون :

$$10 - 1 - 4 - 2 - 3 - 5 - 9 - 7$$

أما التتابع الكلي المنجز على الماكينة  $B$  حسب الترتيب  $BA$  ثم  $B$  ثم  $AB$  سيكون :

$$5 - 9 - 7 - 6 - 8 - 10 - 1 - 4$$

Mach. A				Mach. B				Idle time	
job	t.	S.	F.	job	t.	S.	F.	job	وقت الإنتظار قبل التنفيذ
10	2	0	2	5	1	0	1	1	$2 + 22 - 6 = 18$
1	4	2	6	9	6	1	7	2	11
4	5	6	11	7	7	7	14	3	14
2	3	11	14	6	1	14	15	4	$28 - 11 + 6 = 23$
3	4	14	18	8	3	15	18	5	$18 - 1 = 17$
5	2	18	20	10	4	18	22	6	14
9	7	20	27	1	6	22	28	7	$27 - 14 + 7 = 20$
7	8	27	35	4	2	28	30	8	15
								9	$20 - 7 + 1 = 14$
								10	$18 - 2 = 16$

الوقت الضائع للماكينة  $A$  هو صفر .

أما الوقت الضائع للماكينة  $B$  هو :  $35 - 30 = 5$  .

## تمارين الفصل السابع

1- خمسة مهام تنجز على ملكة واحدة وأوقاتها المستغرقة ( دقيقة ) لكل مهمة هي :

<i>job</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
<i>time</i>	4	3	5	2	6

أوجد أقصر وقت للتشغيل *Spt* وأطول وقت للتشغيل *Lpt* . (ans. : 10 , 14)

2- خمسة مهام تنجز على ملكتين *A* ثم *B* ، الزمن المستغرق (ساعة) هو :

<i>Job</i>	1	2	3	4	5
<i>Mach. A</i>	5	1	9	3	10
<i>Mach. B</i>	2	6	7	8	4

حدد التتابع الأمثل لتقليل الزمن الكلي لإنجاز المهام مع تحديد الوقت الضائع لكلا الملكتين .  
( ans.: 2-4-3-5-1 , 2 , 3 )

3- خمسة مهام تنجز على ملكتين *A* ثم *B* ، الزمن المستغرق (ساعة) هو :

<i>Job</i>	1	2	3	4	5
<i>Mach. A</i>	4	5	2	6	1
<i>Mach. B</i>	3	2	5	4	2

حدد الوقت الضائع لكلا الملكتين للتتابع الأمثل في تقليل الزمن الكلي للإنجاز .  
( ans.: 5-3-4-1-2 , 2 , 4 )

4- خمسة مهام تنجز على ثلاثة مكائن *A* ثم *B* ثم *C* ، الزمن المستغرق (ساعة) للإشتغال هو:

<i>Job</i>	1	2	3	4	5
<i>Mach. A</i>	3	8	7	5	4
<i>Mach. B</i>	4	5	1	2	3
<i>Mach. C</i>	7	9	5	6	10

أوجد التتابع الأمثل ثم الوقت الضائع لكل ملكة . (ans.: 4-1-5-2-3 ; 17 , 29 , 7)

5- ثمانية مهام تنجز على ثلاثة مكائن *A* ثم *B* ثم *C* ، الزمن المستغرق (دقيقة) للإشتغال هو:

<i>Job</i>	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>Mach. A</i>	5	6	2	3	4	9	15	11
<i>Mach. B</i>	4	6	7	4	5	3	6	2
<i>Mach. C</i>	8	10	7	8	11	8	9	13

أوجد التتابع الأمثل ثم الوقت الضائع لكل ملكة . (ans.: 4-1-3-5-2-8-7-6 ; 26 , 44 , 7)