University of Anbar

College of Science

Department of Applied Geology

First Year

General Physics

جامعة الانبار

كلية العلوم

قسم علوم الجيولجيا التطبيقية

المرحلة الاولى

الفيزياء العامة

Chapter Seven

PERIODIC MOTION

الفصل السابع

الحركة الدورية

(Part 2)

Dr. Israa Kamil Ahmed

د . اسراء كامل احمد

Part Two in Chapter seven

Total energy of the simple harmonic motion

The total mechanical energy of the mass-spring system is the sum of the kinetic energy and the potential energy

$$E = K + U$$

Since we consider the motion is frictionless therefore the total mechanical energy is conserved. The kinetic energy is

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \delta)$$

The potential energy is

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \delta)$$

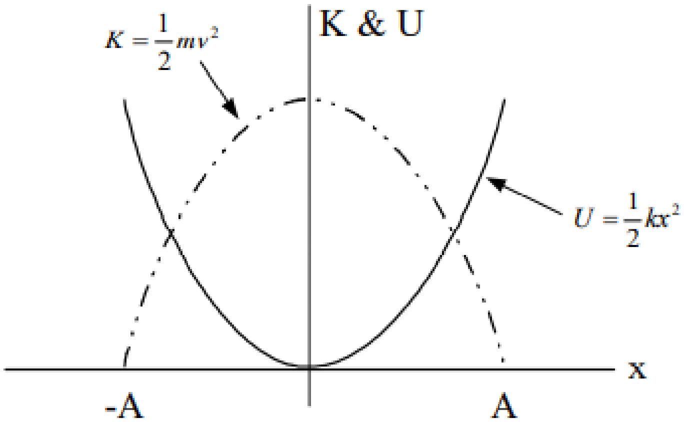
The total mechanical energy is

$$E = K + U = \frac{1}{2}kA^2\left[\sin^2(\omega t + \delta) + \cos^2(\omega t + \delta)\right]$$

Hence

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

نلاحظ أن الطاقة الميكانيكية الكلية ثابتة أي لا تتغير مع الزمن بينما الطاقة الحركية وطاقة الوضع يتغيران مع الزمن. ذلك لأن الطاقة الكلية تعتمد على ثابت الزنبرك وسعة الحركة وكلاهما ثابت.



كما يمكن إيجاد مقدار السرعة كدالة في الإزاحة من مبدأ المحافظة على الطاقة الكلية حيث أن الطاقة الكلية تعطى بالعلاقة

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}\left(A^2 - x^2\right)} = \omega\sqrt{\left(A^2 - x^2\right)}$$

Example3:

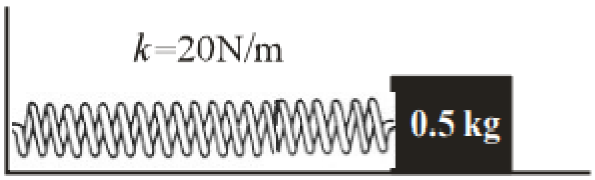
صندوق خشبي ذو كتلة 0.5Kg متصل بنابض ضوئي ذو ثابت القوة 20N/m

يتأرجح على سطح أفقي عديم الاحتكاك كما هو موضح في

الشكل احسب (أ) حساب الطاقة الكلية للنظام و السرعة القصوى للكتلة إذا كانت سعة الحركة 3 سم

ب) ما هي سرعة الكتلة عندما تكون الازاحة 2 سم ؟

(ج) حساب الطاقات الحركية والكامنة للنظام باكمله عندما تكون ازاحته 2 سم ؟



Solution

(a) $$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times (3 \times 10^{-2})^2 = 9 \times 10^{-3}\,J$$

The maximum speed v_{max} is when $x = 0$, $E = \frac{1}{2}mv_{max}^2$ therefore

$$E = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = 9 \times 10^{-3}\,J$$

$$\therefore v_{max} = \sqrt{\frac{18 \times 10^{-3}}{0.5}} = 0.19\,m/s$$

(b) The velocity of the mass when the displacement is 2cm is given by

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}\left(A^2 - x^2\right)}$$

$$v = 0.141 \text{ m/s}$$

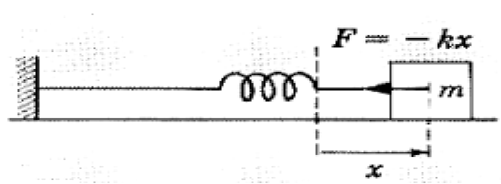
(c) The kinetic energy $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times 0.5\times 0.141 = 5\times 10^{-3}\,J$

The potential energy $U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\times 20\times (2\times 10^{-2})^2 = 4\times 10^{-3}\,J$

Example 4:

قالب كتلي ذو كتلة 2Kg موضوع على سطح افقي وبدون احتكاك كما موضح في الشكل لامس هاية زنبرك

يتم إزاحة القالب ازاحة مقدراها 5 سم يمينا من موضع اتزانها تحت تاثير قوة خارجية مقدارها 10N, احسب 1) ثابت قوة النابض 2) اذا تم انفكاك القالب الكتلي عن الزنبرك مامقدار فترة تذبذب القالب الكتلي 3) احسب مقدار الطاقة الجركية والطاقة الكامنه للزنبرك خلال فترة زمنية مقدارها $\frac{15}{\pi}$ ثانية ؟



Solution

(a) the spring's force constant k is

$$k = -\frac{F}{x} = -\frac{-10}{0.05} = 200\,N/m$$

(b) period of the block's oscillation is

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{200}} = \frac{\pi}{5}s$$

(c) the kinetic energy is

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \delta) = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega t + \delta)$$

since the motion started from rest at A=0.05m, then δ =0, therefore the kinetic energy at time t=π/15s

$$K = \frac{1}{2}200 \times (0.05)^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{\pi/5} \times \frac{\pi}{15}\right)$$
$$= 0.25\sin^2 120^\circ$$
$$= 0.19J$$

the potential energy of the spring at time t=π/15s is

$$U = \frac{1}{2}kA^2 - K$$
$$= \frac{1}{2} \times 200 \times (0.05)^2 - 0.19 = 0.06J$$

The simple pendulum

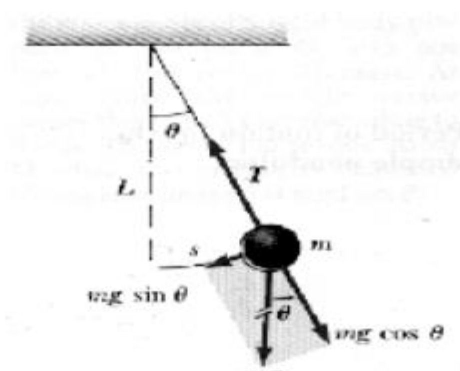
يتكون البندول البسيط من نقطة الكتلة **m** (كرة صغيرة جدا) معلقة بواسطة سلسلة خفيفة ذات طول **L** .

The simple pendulum consists of a point mass **m** suspended by a light string of length **L**.

إذا تم إزاحة الكتلة بزاوية صغيرة θ كما موضح في الشكل وتتارجح عموديا من اليسار الى اليمين تحت تاثير الجاذبية.

The force acting on the mass is the weight ***mg*** and the tension in the string ***T***.

The force ***mg*** has two component ***mgcosθ*** which is equal to the tension force ***T***, and the tangential component ***mgsinθ*** which is the restoring force F_r.



$$T = mg\cos\theta$$

$$F_r = -mg\sin\theta$$

تشير الاشارة السالبة ان قوة الاستعادة Fr تحاول سبحه او اعادته الى موضع التوازن ,

If θ is small angle the mass displacement along the circular arc can be approximated by the horizontal displacement s from the equilibrium position, therefore,

$$s = \theta\ l$$

For small θ

$$\frac{s}{l} \approx \sin\theta \approx \theta$$

Applying Newton's second law of motion

$$F_r = -mg\sin\theta = ma$$

$$-mg\frac{s}{l} = ma \qquad \rightarrow \qquad a = -\frac{g}{l}s$$

نلاحظ أن عجلة جسم تتناسب طردياً مع الإزاحة s وفي الاتجاه المعاكس وهذا يثبت أن حركة جسم معلق بسلك هي حركة توافقية بسيطة.

Compare with

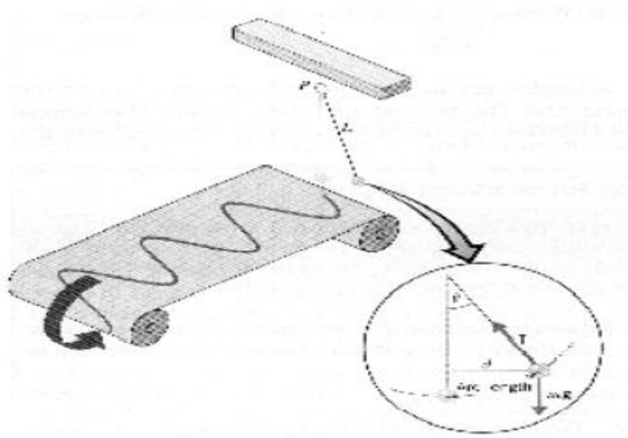
$$a = -\omega^2 x$$

$$\omega^2 = \frac{g}{l}$$

Therefore,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$



نلاحظ أن كلاً من الزمن الدوري والتـــردد لا يعتمدان على كتلة الجسم ولكن يعتمدان علـــى طول السلك l وعلى عجلة الجاذبية الأرضية. كما أن الزمن الدوري يزداد بزيـــادة طـــول السلك.

لاحظ أيضاً أن الزمن الدوري يعتمـــد علـــى عجلة الجاذبية الأرضية إذا كان البندول على سطح الأرض وفي حالة نقل البنـــدول إلـــى سطح القمر مثلاً فإن الزمن الـــدوري لـــنفس البندول سوف يزداد لأن عجلة جاذبية القمـــر أقل من الأرض.

Example 5:

Determine the length of a simple pendulum that will swing back and forth in simple harmonic motion with a period of 1.00s?

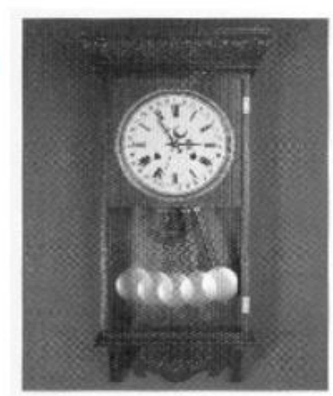
Solution

From the period of the pendulum we can obtain the length of the pendulum

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Solving for l

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8\times(1)^2}{4\pi^2} = 0.248m$$



وهذا هو الطول المطلوب لبندول الساعة.

Example 6:

A simple pendulum has a mass of 0.25kg and a length of 1m. It is displaced through an angle of 15o and then released. What are (a) the maximum speed, (b) the maximum angular acceleration, and (c) the maximum restoring force?

Solution

Since $\theta = 15^{\circ}$ is small enough that we can treat this motion as simple harmonic motion. The angular frequency characterizing this motion is

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{9.8}{1}} = 3.13 \text{ rad/s}$$

The amplitude of the motion is

$$A = L\,\theta = 1 \times 0.262 = 0.262 \text{ m}$$

(a) The maximum speed is

$$v_{max} = \omega A = 3.13 \times 0.262 = 0.82 \text{ m}$$

(b) $a_{max} = \omega^2 A = (3.13)^2 \times 0.262 = 2.57 \text{ m/s}^2$

The maximum angular acceleration is

$$\alpha = \frac{a}{r} = \frac{2.57}{1} = 2.57 \text{ rad/s}^2$$

(c) $F = ma = 0.25 \times 2.57 = 0.641 \text{ N}$

REFERENCE

1- Based Physics I by Jeffrey W. Schnick Copyright 2005-2008, Jeffrey W. Schnick, Creative Commons Attribution Share-Alike License 3.0. You can copy, modify, and rerelease this work under the same license provided you give attribution to the author. See http://creativecommons

2- FUNDAMENTALS OF PHYSICS HALLIDAY & RESNICK 9th EDITION Jearl Walker Cleveland State University