ثالثا) التباين (variance)

ان مجموع انحرافات أي عينة عن وسطها الحسابي يساوي صفرا. وبدلا من اخذ القيمة المطلقة للانحرافات (أي بدون اشارات) فإننا نستطيع ان نتغلب على ذلك بتربيع قيم الانحرافات وبذلك تصبح جميعها موجبة أي نحصل على مجموع الانحرافات (summation of squares) والتي يرمز لها بالرمز **(S S)** وعلى ذلك فان: -

$$S\,S = \sum(Xi - \bar{X})^2 \quad \text{----------} \quad (1)$$

ولكي نأخذ حجم العينة في الاعتبار حتى نتمكن من مقارنة العينات المختلفة فإننا **نقسم مجموع الانحرافات على درجات الحرية** (degree of freedom) والتي تمثل بـ (n – 1) وبذلك نحصل على ما يسمى التباين (S^2).

مما سبق يمكن تعريف التباين كما يلي: -

١- بيانات غير مبوبة: -

إذا كانت لدينا (n) من المشاهدات **($X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$) فان التباين والذي يرمز له بالرمز (S^2) يكون كالاتي:**

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\bar{X})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{n} Xi)^2}{n}}{n-1} \quad \text{----------}(2)$$

ويلاحظ ان هذا القانون هو لحساب تباين العينة اما إذا كانت قيم المشاهدات تمثل المجتمع كله فان التباين للمجتمع ويرمز له ($^2\sigma$) ويلفظ (سيكما سكوير) ويحسب كالاتي: -

$$^2\sigma = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\bar{M})^2}{N} \quad \text{----------}(3)$$

حيث ان: -

M = الوسط الحسابي للمجتمع

N = عدد المفردات للمجتمع.

ومن الملاحظ في حالة إيجاد تباين العينة نقسم على (n – 1) أي على درجة الحرية وهو ما يعني ان مجموع الانحرافات عن الوسط الحسابي يساوي صفرا. لذلك فعند سحب عينة واحدة فان (n – 1) من المشاهدات هي قيم حرة.

رابعا) الانحراف القياسي (standard deviation)

ويسمى أيضا بالخطأ القياسي او الانحراف المعياري وهو اخذ الجذر التربيعي للتباين وذلك لإرجاع قيمة التباين الى وحداته الاصلية أي ان: -

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} Xi^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{n} Xi)^2}{n}}{n-1}} \quad \text{----------} \quad (4)$$

اما الانحراف المعياري للمجتمع (σ) فهو: -

$$\sigma = \sqrt{{}^{2}\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\bar{M})^2}{N}} \qquad \text{----------(5)}$$

مثال/ البيانات الاتية تبين عدد الأساتذة في خمسة اقسام. احسب التباين والانحراف القياسي لهذه القيم.

Xi = 9, 8, 6, 5, 7

الحل: -

يمكن حل هذا السؤال بطريقتين وكما يلي: -

أولا) الطريقة الأولى: -

١- نحسب الوسط الحسابي للقيم. حسب القانون: -

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n} = \frac{9+8+6+5+7}{5} = 7$$

٢- نطرح كل قيمة من قيم المشاهدات من وسطها الحسابي.

٣- نربع القيم المطروحة من الوسط. وكما مبين في الجدول التالي.

Xi	$\bar{X}$	$(Xi - \bar{X})$	$(Xi - \bar{X})^2$
9	7	2	4
8	7	1	1
6	7	-1	1
5	7	-2	4
7	7	0	0
$\sum_{i=1}^{5} Xi = 35$			$\sum_{i=1}^{5}(Xi - \bar{X})^2 = 10$

٤- نطبق القانون: -

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-\bar{X})^2}{n-1} = \frac{10}{5-1} = \frac{10}{4} = 2.5 \qquad \text{(التباين)}$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{2.5} = 1.58 \qquad \text{(الانحراف القياسي)}$$

ثانيا) الطريقة الثانية

١- نربع قيم المشاهدات مباشرة ونحسب مجموعهما. وكما مبين في الجدول التالي: -

Xi	Xi^2
9	81
8	64
6	36
5	25
7	35
$\sum_{i=1}^{5} Xi = 35$	$\sum_{i=1}^{5} Xi^2 = 225$

٢- نطبق القانون الاتي: -

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{n} Xi)^2}{n}}{n-1} = \frac{225 - \frac{35}{5}}{4} = 2.5$$ (التباين)

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{2.5} = 1.58$$ (الانحراف القياسي)