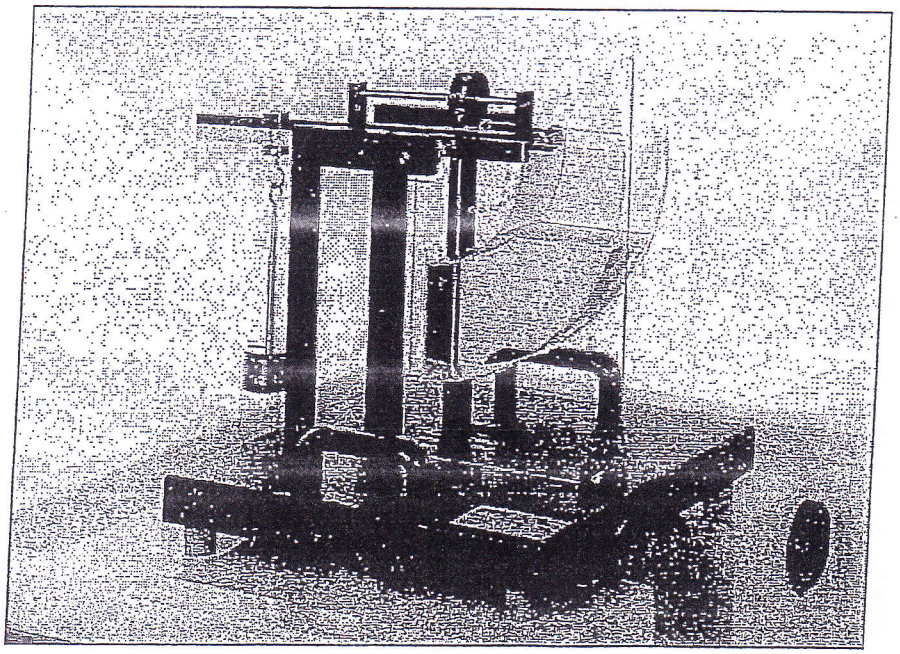
1 bar = 100 kPa
0.5 bar = 50 kPa

تجربة رقم (2)

مركز الضغط

Center of Pressure



تجربة رقم (2)

مركز الضغط

Center of Pressure

✓ مقدمة

يتعرض الجسم المغمور في سائل إلى قوة تتناسب مع ضغط السائل الذي يعتمد بدوره على ارتفاع عمود السائل والوزن النوعي له. ويمكن تعريف مركز الضغط بأنه تلك النقطة التي تؤثر فيها محصلة القوى الناتجة عن ضغط السائل المسلط على سطح الجسم المغمور.

إن تأثيرات الضغوط الناتجة من وزن المائع الساكن يجب أن تُؤخذ في الحُسبان عند تصميم التراكيب الغاطسة مثل السدود والبوابات وغيرها. كما يُعد التعرّف على نقاط تمَرْكُز الضغوط وتوزيعها على الأشكال الهندسية من المواضيع المُهمّة في التطبيقات الهندسية التي يمكن من خلالها تفادي فشل تلك السدود والبوابات التي تُستخدم لأغراض السقي ورفع منسوب المياه لأجل الاستفادة من طاقة المياه الكامنة. ومن أهم التطبيقات العملية التي تعتمد على حسابات مركز الضغط هي بناء البوابات والسدود، وتصميم الغواصات والسفن، والمنشآت المائية والخزانات المغمورة في الماء.

✓ الغرض من التجربة

1. دراسة وحساب القوة المؤثرة على صفيحة مستطيلة منتظمة مغمورة في الماء (جزئياً أو كلياً) في أوضاع مختلفة (عمودية، أو مائلة بزوايا عن المحور العمودي، أو أفقية).
2. حساب عزم الدوران الناتج من ضغط الماء المسلط على الصفيحة.
3. إيجاد مركز الضغط (نقطة تأثير محصلة القوة المسلطة على الصفيحة) في حالتي الغمر، وللأوضاع المختلفة أعلاه.

✓ نظرية التجربة

إن ضغط الهيدروستاتيكي للسائل (الماء مثلاً) (Hydrostatic Pressure) على سطح مغمور يزداد بزيادة الوزن المتمثل بارتفاع عمود السائل، ويمثل رياضياً بالمعادلة:

$$P_{hyd} = \rho g h$$

حيث أن:

ρ = كثافة الماء (kg/m^3)

g = التعجيل الأرضي = (m/s^2)

h = ارتفاع عمود السائل (m)

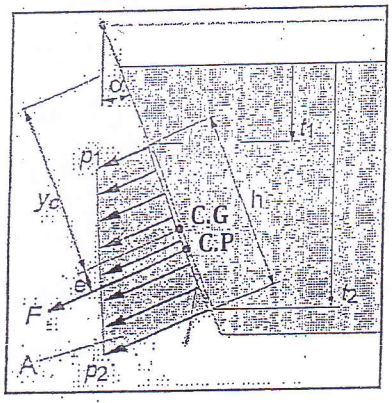
1. إيجاد مركز الضغط :

سيتم في الخطوات الآتية تمثيل الضغط المسلط على المساحة الفعلية بدلالة محصلة القوة المتركزة في نقطة تدعى مركز الضغط، وتحديد موقع هذا المركز على تلك المساحة.

يُظهر الشكل رقم (1) صفيحة مائلة مغمورة في سائل، ويُلاحظ فيه وضع توزيع القوة الناتجة من ضغط السائل، والتي تزداد بزيادة ارتفاع عمود السائل. كما يُلاحظ أن محصلة القوة (F) لا تتركز في مركز كتلة الشكل الهندسي المتمثل بالنقطة (C.G)، وإنما في نقطة تكون دائماً أدنى منها تدعى مركز الضغط ممثلة بالنقطة (C.P).

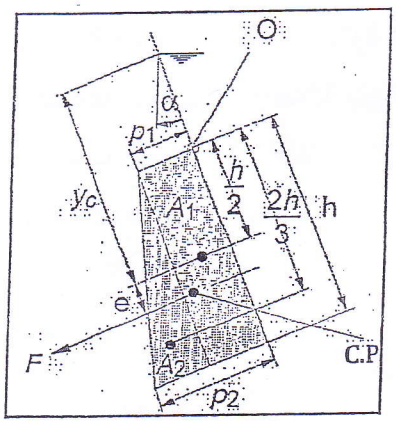
حيث أن: $\mathbf{C.G} \equiv Center\ of\ gravity$; $\mathbf{C.P} \equiv Center\ of\ pressure$

تمثل (e) الإزاحة بين النقطتين (C.G) و (C.P)، أي الإزاحة بين مركز الشكل الهندسي ومركز الضغط. ولإيجاد هذه الإزاحة يُمكن تصوّر وجود مساحة ولتكن (A) إلى الأمام من السطح المغمور فعلياً، يمكن تشكيلها بارتفاع (h) وعرض يمثله توزيع الضغط (Pressure Profile) مشكلاً ضلعين أحدهما الضغط (P_1) والثاني (P_2)، وهذه المساحة ستكون بشكل شبه منحرف (Trapezoidal shape).



شكل رقم (1)

يظهر من الشكل رقم (2) أن مركز الضغط (C.P) سيقع على المساحة (A) على امتداد محصلة القوة (F_p). والآن يُمكن تصوّر أن المساحة (A) سيتم تجزئتها إلى مساحتين هما (A_1) بشكل مستطيل، و (A_2) بشكل مثلث. وأن مركزي الشكل الهندسي لكلا المساحتين سيمثلان بالنقاط السوداء الممتلئة (Black dotes) إضافة إلى مركز الضغط الذي يُمثل مركز المساحة الكلية (A).



شكل رقم (2)

وبأخذ عزوم المساحات حول النقطة (O) سيكون:

$$\sum M_{(O)} = 0$$

$$A\left(\frac{h}{2} + e\right) = A_1 \frac{h}{2} + A_2 \frac{2h}{3} \qquad (1)$$

where: $A_1 = P_1 h$, $A_2 = \frac{P_2 - P_1}{2} h$ and $A = A_1 + A_2$

بالتعويض في المعادلة (1) نحصل على:

$$e = \frac{1}{6} h \frac{P_2 - P_1}{P_2 + P_1} \qquad (2)$$

وبحساب الضغوط وتعويضها في المعادلة (2) نحصل على المعادلة (3):

$$P_1 = \rho g \cos\alpha . (y_c - \frac{h}{2}) \quad \text{and} \quad P_2 = \rho g \cos\alpha . (y_c + \frac{h}{2})$$

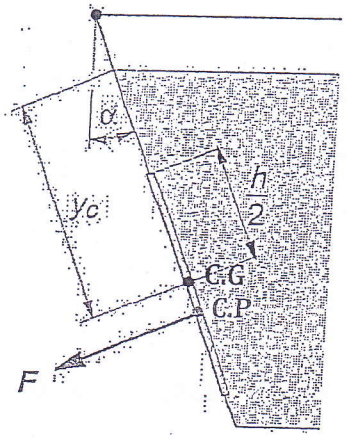
حيث تُمثل (y_c) البعد من المركز الهندسي للصفيحة إلى مستوى سطح الماء الحر. وبذلك نحصل على الإزاحة (e) بين مركز الشكل الهندسي ومركز الضغط:

$$e = \frac{1}{12} \frac{h^2}{y_c} \qquad (3)$$

2. **إيجاد محصلة القوة (F) :**

إن الضغط المسلط على المساحة الفعلية المغمورة في الماء سيتم تمثيله كمحصلة القوة (F).

ونتيجة للتوزيع الخطي للضغط على الصفيحة فإن محصلة الضغط ستتركز في مركز الشكل الهندسي (منتصف الصفيحة) أي عند النقطة (C.G)، وعليه فإن ضغط الماء عند النقطة (C.G) سيكون:



$$P_c = \rho g y_c \cos\alpha$$

حيث يُمثل $(y_c \cos\alpha)$ البعد العمودي من مركز الصفيحة المائلة إلى مستوى سطح الماء.

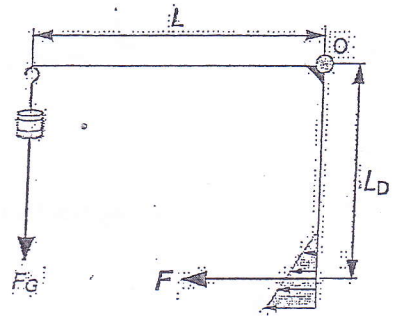
وعليه فان محصلة القوة ستكون:

$$F = P_c A_{act}$$

حيث تُمثل (A_{act}) المساحة الفعلية (Actual area) المعرضة لضغط الماء.

ملاحظة: تُحسب قيمة محصلة القوة عند مركز المساحة (C.G) نتيجة تمركز الضغط فيها، أما موقع محصلة القوة فيكون عند مركز الضغط (C.P).

3. إيجاد العزم (M) :



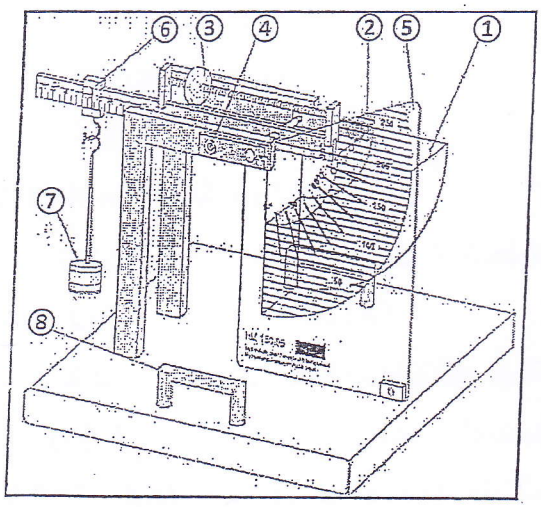
لحساب العزم الذي تولده محصلة القوة (F)، سيتم أخذ عزوم القوى حول النقطة (O):

$$\sum M_{(O)} = 0 = F_g L = F L_D$$

حيث تُمثل (F_g) القوة المسلطة نتيجة الوزن، و (F) محصلة القوة المتركزة في نقطة مركز الضغط (C.P) نتيجة ضغط الماء. أما (L) و (L_D) فيمثل كل منهما البعد العمودي من نقطة تأثير القوة إلى المركز (O).

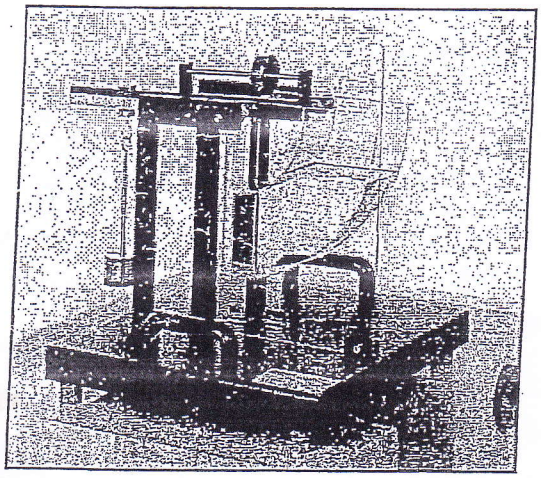
✓ وصف جهاز التجربة

يتألف جهاز التجربة (المبين في المخطط والصورة) من عتلة تحوي في أحد أطرافها حامل للأثقال، وفي الطرف الأخر وعاء على شكل مجرى ربع دائري مقطعه مستطيل، مُغلق من إحدى نهايتيه ومفتوح من الجهة الأخرى لغرض ملئه بالماء (أو أي سائل). يوجد أمام الوعاء لوح شفاف مدرّج لغرض قراءة مستوى الماء في الوعاء إضافة إلى تدريجات زاويّة لغرض تغيير زاوية ميل الوعاء. ويتألف جهاز التجربة من الأجزاء الآتية:



مخطط لجهاز التجربة

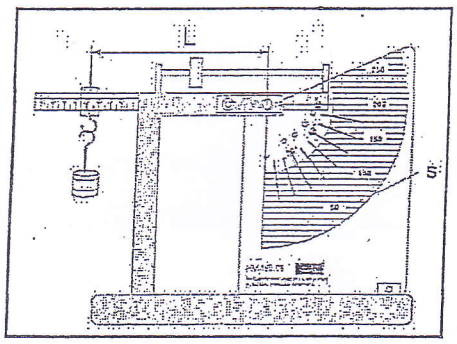
1. وعاء الماء (Water vessel)
2. الماسكة (Detent)
3. المنزلق (Slider)
4. مسمار الإيقاف (Stop pin)
5. مقياس مستوى الماء والزوايا (Water level scale)
6. الراكب المنزلق (Rider)
7. الأوزان (Weights)
8. المقابض (Handles)



صورة لجهاز التجربة

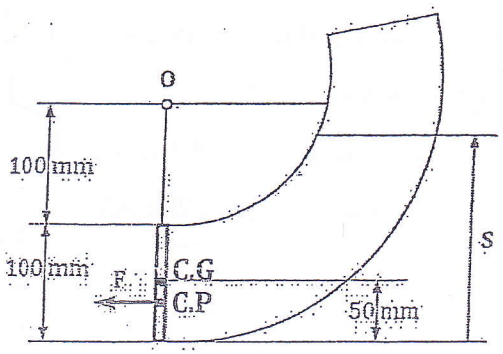
✓ الخطوات العملية

1. في البداية يجب التأكد من كون الجهاز في وضع أفقي باستخدام مقياس ضبط المستوى الأفقي، وذلك لضمان دقة القراءات من لوحة القياس.
2. يتم ضبط الوعاء على الزاوية المطلوبة عن طريق الماسكة. أي ضبط زاوية ميل الصفيحة عن المحور العمودي. ويمكن تغيير الزوايا بين $(\alpha = 0^\circ - 90^\circ)$ بمعنى ميل الصفيحة من الوضع العمودي إلى الوضع الأفقي.
3. يتم ضبط بعد القوة المسلطة نتيجة الأوزان عن نقطة الارتكاز عن طريق الراكب المنزلق على مسطرة مدرّجة.
4. نقوم بعد ذلك بموازنة الوعاء قبل تعليق حامل الأوزان وذلك عن طريق تدوير منزلق الموازنة، وتتحقق الموازنة عندما يصبح مسمار الإيقاف خراً في مركز الثقب.
5. نقوم بتعليق حامل الأوزان (باعتباره الوزن الأول) في مكانه، ثم نقوم بسكب الماء في الوعاء تدريجياً حتى الوصول إلى الموازنة التي تم تحقيقها في الحالة الحرّة قبل تعليق الوزن.
6. نسجّل ارتفاع مستوى الماء في الوعاء من خلال قراءته على اللوح المدرّج الشفاف الموجود أمام الوعاء. ثم نكرر العملية مع إضافة كل وزن. بعدها نقوم باختيار زاوية ميل أخرى بعد تفريغ الماء ونكرر الخطوات أعلاه.



✓ الحسابات النظرية

سيتم تحديد مركز الضغط، محصلة القوة، والعزم الناتج من هذه القوة للحالات المختلفة أدناه اعتماداً على وضع الصفيحة. ويتطلب ذلك معرفة الأبعاد الحقيقية لجهاز التجربة والرموز والقيم المستخدمة في التجربة والحسابات، وهي كالآتي:



ارتفاع الصفيحة = (100 mm)

عرض الصفيحة = $(b = 75\ \text{mm})$

ρ = كثافة الماء = $(1000\ \text{kg/m}^3)$

g = التعجيل الأرضي = $(9.81\ \text{m/s}^2)$

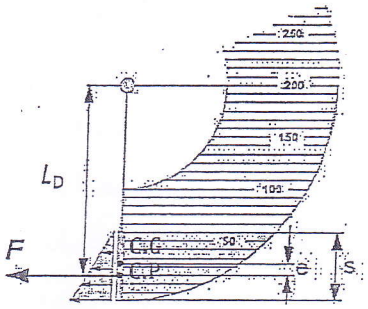
S = ارتفاع السائل في الوعاء (mm)

الحالة الأولى: عندما تكون الصفيحة في وضع عمودي ($\alpha = 0^\circ$)

ستكون هناك حالتان للحسابات اعتماداً على مستوى غمر الصفيحة في الماء (جزئياً أو كلياً) وكالآتي:

1. الصفيحة مغمورة جزئياً ($S < 100\ mm$)

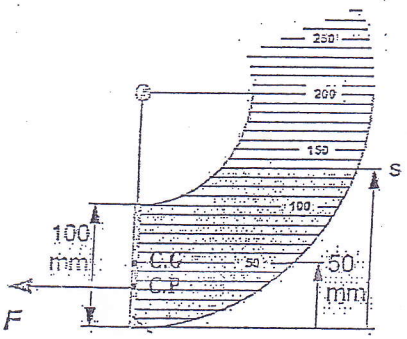
سيكون مستوى ارتفاع الماء في هذه الحالة أدنى من ارتفاع الصفيحة، أي أدنى من (100 mm)، كما سيكون وضع توزيع الضغط بشكل مثلث. ويتم حساب الآتي:



- الإزاحة بين مركز الصفيحة ومركز الضغط (e):	$e = \frac{1}{6} S$
- الإزاحة بين مركز تأثير محصلة القوة ونقطة الارتكاز (L_D):	$L_D = 200\ \text{mm} - \frac{1}{3} S$
- محصلة ضغط الماء عند مركز الصفيحة (P_c):	$P_c = \rho\, g\, \frac{1}{2} S$
- المساحة الفعلية المغمورة (A_{act}):	$A_{act} = S.b$
- محصلة القوة النظرية (F):	$F = P_c.A_{act}$
- العزم النظري لمحصلة القوة (M):	$M = F.L_D$

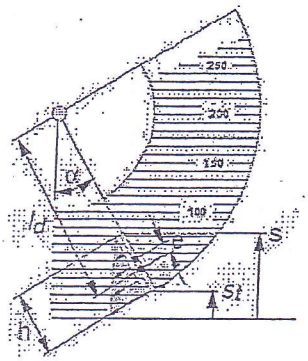
2. الصفيحة مغمورة كلياً ($S \geq 100\ mm$)

سيكون مستوى ارتفاع الماء في هذه الحالة مساوياً أو أعلى من ارتفاع الصفيحة، كما سيكون وضع توزيع الضغط بشكل شبه منحرف. ويتم حساب الآتي:



- الإزاحة بين مركز الصفيحة ومركز الضغط (e):	$e = \frac{1}{12} \frac{(100\ \text{mm})^2}{S - 50\ \text{mm}}$
- الإزاحة بين مركز تأثير محصلة القوة ونقطة الارتكاز (L_D):	$L_D = 150\ \text{mm} + e$
- محصلة ضغط الماء عند مركز الصفيحة (P_c):	$P_c = \rho\, g\, (S - 50\ \text{mm})$
- المساحة الفعلية المغمورة (A_{act}):	$A_{act} = 100\ \text{mm}\, .b$
- محصلة القوة النظرية (F):	$F = P_c.A_{act}$
- العزم النظري لمحصلة القوة (M):	$M = F.L_D$

الحالة الثانية: عندما تكون الصفيحة في وضع مائل ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)



1. الصفيحة مغمورة جزئياً

في هذه الحالة سيتم تسجيل قراءتين لارتفاع مستوى الماء من لوح القياس المدرّج، وكالآتي:

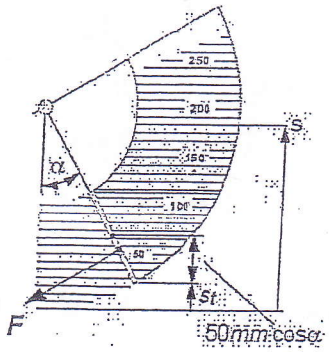
S_t = مستوى الماء عند أدنى نقطة من الصفيحة (أو الوعاء) (mm)

S = ارتفاع السائل في الوعاء (mm)

وتكون الحسابات كالآتي:

- ارتفاع الجزء المغمور من الصفيحة (h): $h = \frac{S - S_t}{\cos\alpha}$
- الإزاحة بين مركز الصفيحة ومركز الضغط (e): $e = \frac{1}{6}\,h$
- الإزاحة بين مركز تأثير محصلة القوة ونقطة الارتكاز (L_D): $L_D = 200\ \text{mm} - \frac{1}{3}\,h$
- محصلة ضغط الماء عند مركز الصفيحة (P_c): $P_c = \rho\, g\, \frac{S - S_t}{2}$
- المساحة الفعلية المغمورة (A_{act}): $A_{act} = h\,.\,b$
- محصلة القوة النظرية (F): $F = P_c\,.\,A_{act}$
- العزم النظري لمحصلة القوة (M): $M = F.L_D$

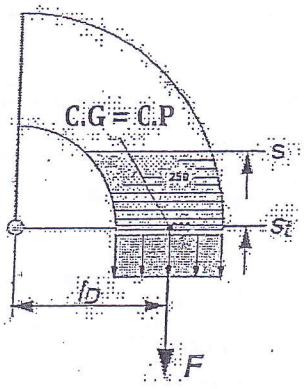
2. الصفيحة مغمورة كلياً



تكون الحسابات كالآتي:

- الإزاحة بين مركز الصفيحة ومركز الضغط (e): $e = \frac{1}{12}\,\frac{(100\ \text{mm})^2}{\frac{S - S_t}{\cos\alpha} - 50\ \text{mm}}$
- الإزاحة بين مركز تأثير محصلة القوة ونقطة الارتكاز (L_D): $L_D = 150\ \text{mm} + e$
- محصلة ضغط الماء عند مركز الصفيحة (P_c): $P_c = \rho\, g\,(S - S_t - 50\ \text{mm}\,.\cos\alpha)$
- المساحة الفعلية المغمورة (A_{act}): $A_{act} = 100\ \text{mm}\,.\,b$
- محصلة القوة النظرية (F): $F = P_c\,.\,A_{act}$
- العزم النظري لمحصلة القوة (M): $M = F.L_D$

الحالة الثالثة: عندما تكون الصفيحة في وضع أفقي ($\alpha = 90^{\circ}$)



يُمثل ميل الصفيحة بزاوية ($\alpha = 90^{\circ}$) الحالة الخاصة، حيث يتوزع الضغط عند كلّ نقطة على سطح الصفيحة المغمورة بصورة متساوية. وعليه فإن مركز الضغط سيقع تماماً عند مركز الصفيحة، أي أن (C.G = C.P). لذا ستكون الحسابات في هذه الحالة كالآتي:

- الإزاحة بين مركز الصفيحة ومركز الضغط (e):	$e = 0$
- الإزاحة بين مركز تأثير محصلة القوة ونقطة الارتكاز (L_D):	$L_D = 150 \text{ mm}$
- محصلة ضغط الماء عند مركز الصفيحة (P_c):	$P_c = \rho g (S - S_t)$
- المساحة الفعلية المغمورة (A_{act}):	$A_{act} = 100 \text{ mm} . b$
- محصلة القوة النظرية (F):	$F = P_c . A_{act}$
العزم النظري لمحصلة القوة (M):	$M = F . L_D$

✓ حساب القوة والعزم الحقيقيين

يتم حساب القوة الحقيقية (F_g) المسلطة نتيجة إضافة الأوزان من المعادلة:

$$F_g = \sum m . g$$

حيث أن:

F_g = القوة الحقيقية (N)

m = الكتلة الكلية المسلطة (kg)

g = التعجيل الأرضي = (9.81 m/s^2)

كما يتم حساب عزم الدوران الحقيقي للقوة حول نقطة الارتكاز من المعادلة:

$$\bar{M} = F_g . L$$

حيث أن:

L = البعد العمودي للقوة المسلطة عن المرتكز (أي ذراع القوة العملي) وسيتم اختياره = (250 mm)

✓ القراءات والنتائج

يتم إدراج القراءات لكل حالة حسب الجدول أدناه:

جدول القراءات

- **الحالة الأولى:** الصفيحة في وضع عمودي ($\alpha = 0^\circ$)

$\sum F_g$ (N)	1	1.5	2.5	3.5	5.5
S (mm)					

- **الحالة الثانية:** الصفيحة في وضع مائل ($\alpha = 30^\circ$)

$S_t =$ mm

$\sum F_g$ (N)	1	1.5	2.5	3.5	5.5
S (mm)					

- **الحالة الثالثة:** الصفيحة في وضع أفقي ($\alpha = 90^\circ$)

$S_t =$ mm

$\sum F_g$ (N)	1	1.5	2.5	3.5	5.5
S (mm)					

أما النتائج فيتم حسابها وإدراجها لكل حالة من الحالات الثلاث في جدول مستقل كما مبين أدناه:

جدول النتائج

- **الحالة الأولى:** الصفيحة في وضع عمودي ($\alpha = 0^\circ$)

رقم القراءة	القوة الحقيقية F_g (N)	العزم الحقيقي M (N m)	ارتفاع مستوى الماء S (m)	محصلة القوة النظرية F (N)	ذراع القوة النظري L_D (m)	العزم النظري M (N m)

- **الحالة الثانية:** الصفيحة في وضع مائل ($\alpha = 30^\circ$)

رقم القراءة	القوة الحقيقية F_g (N)	العزم الحقيقي M (N m)	ارتفاع مستوى الماء S (m)	محصلة القوة النظرية F (N)	ذراع القوة النظري L_D (m)	العزم النظري M (N m)

- **الحالة الثالثة:** الصفيحة في وضع أفقي ($\alpha = 90^\circ$)

رقم القراءة	القوة الحقيقية F_g (N)	العزم الحقيقي M (N m)	ارتفاع مستوى الماء S (m)	محصلة القوة النظرية F (N)	العزم النظري M (N m)

✓ المخططات والمناقشة

1. تُرسم العلاقات التالية لحساب الخطأ في القيمة النظرية والحقيقية للقوة والعزم، لكل حالة من وضع الصفيحة:
   - محصلة القوة النظرية (F)، مع محصلة القوة الحقيقية (F_g).
   - عزم الدوران النظري (M)، مع العزم الحقيقي $(\bar{M})$.
2. ما أهمية معرفة مركز الضغط؟