:dispersion or variation Measure

تتصـــف الظواهر الحياتية بشـــكل عام بتفاوت قيمتها من مفردة الى اخرى داخل نفس المجموعة ومن مجموعه لأخرى. أما درجة التفاوت او التشـــتت بين القيم فأنها تعتمد على طبيعة المتغير والمفردات المشمولة بالدراسة. ومقاييس التشتت هي مقاييس لمدى تشتت قيم المشاهدات عن وسطها.

فعلى سبيل المثال لو اخذنا المجموعتين التاليتين من الارقام

المجموعة الاولى / 6 6 6 6 6 6 6 6 كغم

المجموعة الثانية / 2 3 4 5 6 4 4 20 كغم

فأن المتوسط الحسابي للمجموعتين = 6

لذا فان المتوســط الحســابي بمفرده لا يمكنه ان يشـخص او يميز بين المجموعات وعليه فنحن بحاجة الى مقياس اخر ولكي نميز المجموعات تمييز قاطع يجب ان نأخذ مقياســين احدهما مقياس نزعه مركزية والاخر مقياس تشتت وهنالك مقاييس للتشتت اهما: -

- **مقاييس التشتت المطلق**: - اي التي تكون وحداتها نفس وحدات القيم الاصلية واهمها:
- **المدى** the range
- **التباين** variance
- **الانحراف القياسي (المعياري)** standard deviation
- **مقاييس التشتت النسبي**: - وهذه تكون خالية وحدات القياس واهمها:
- **معامل الاختلاف** coefficient of variation

1-**المدى the range**: هو الفرق بين اعلى قيمة وادنى قيمة في مجموعه من القيم ويرمز له R وقانونه هو: $Y_{min} - Y_{max} = R$

مثال: -

(a)yi=12 , 6, 7, 3 , 15 , 10 , 18 , 5

(b)yi= 9 , 3 , 8 , 8 , 9 , 8 , 9 , 18

الحل: نلاحظ ان المدى بعد تطبيق القانون في كلا المجموعتين متساو ولكننا نلاحظ حقيقة ان الاختلاف في المجموعة الاولى (a) أكبر منه في المجموعة (b)

a)R=18-3=15)

b)R=18-3=15)

لأن قيمة المجموعة (b) تتألف معظمها من 8 و 9 . لذلك فأن المدى يكون احيانا مظلا لأنه يعتمد فقط على القيمتين الطرفيتين ((بعد ترتيب القيم تصاعديا او تنازليا)) اللتين كثيرا ما تكونان شاذتين لكن هذا القياس يتميز بسهولة حسابه واعطائه فكره سريعة ومبسطة عن درجه تشتت قيم المجموعة.

ومن عيوبه انه يهمل جميع قيم المجموعة عدا القيمتين العليا والدنيا، ولهذا السبب فأن هذا المقياس محدود الاستخدام مقارنة بالمقاييس الاخرى.

مثال: -
من خلال استخراج المدى كقياس تشتت نلاحظ انه في الحالة الاولى لا يوجد تشتت بينما في الحالة الثانية يوجد تشتت عالي.

المدى = هو أكبر فرق يمكن الحصول عليه بين البيانات

ملاحظة: من الصعب حساب المدى الحقيقي من جدول توزيع تكراري لعدم معرفة لقيمتي الطرفين

(a)

6	6	6	6	6	6	6	6

2	3	4	5	6	4	4	20

(b)

a)R= 6 – 6 = 0

B)R = 20 – 2 =18

2- التباين Variance

لكي يمكننا التغلب على مشكلة الاشارات عند جمع الانحرافات والتي تؤدي دائما لأن يكون مجموع الانحرافات لأي عينة عن وسطها الحسابي يساوي صفرا. نقوم بتربيع قيم الانحرافات وبذلك تصبح جميعها موجبة اي نحصل على مجموع مربعات الانحرافات sum of squares والتي يرمز لها (ss) وعلى ذلك فأن :-

$$ss = \sum(yi - \bar{Y})^2$$

التباين: - هو مقياس لمعرفة درجة التباين بين القيم اي اختلاف القيم عن بعضها.

والتباين يشتق على اساس تحديد الفروق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي لكل مجموعة.

ولكي نأخذ في الاعتبار حجم العينة حتى يمكن مقارنة العينات المختلفة الاحجام فأننا نقسم مجموع مربعات الانحرافات على درجات الحرية (n-1) وبذلك نحصل على ما يسمى بالتباين (s^2)

ويمكن التعبير عن ذلك رياضيا على النحو التالي:

تباين العينة $$s^2 = \frac{\sum(yi-\bar{Y})^2}{n-1}$$

ويمكن اعادة كتابة المعادلة اعلاه بشكل اخر مطابق لها جبريا اضافة الى انه يسهل استخدام الآلات الحاسبة في هذا المجال وهذه الصيغة مبينة في المعادلة:

$$s^2 = \frac{\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}}{n-1}$$ .... (هي الطريقة المختصرة)

نقسم القيمة كلها على (n-1) بدلا من n لأنه يعطي قيمة اكبر لأن (n-1) اصغر من n و (n-1) يعطي درجة حدية للقيم اكبر .

* ويلاحظ ان القانون السابق هو لحساب تباين العينة اما اذا كانت قيم المشاهدات تمثل المجتمع كله فان التباين يرمز له في هذه الحالة $\sigma^2 = \frac{\sum(yi-\mu)^2}{N}$ وتلفظ sigma square

حيث ان : M= الوسط الحسابي للمجتمع ------- N= عدد مفردات المجتمع

او:

$$\sigma^2 = \frac{\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{N}}{N}$$

يلاحظ بأن التباين يقيس التشتت بوحدات مربعة مثل او وهكذا حسب طبيعة البيانات وغيرها والحل لهذه الحالة ولكي نرجع (وحدات القياس) الى أصلها فأننا نأخذ الجذر التربيعي للتباين لنحصل على قيمة (S) اي ان وهو ما يسمى بالانحراف القياسي او المعياري والذي يكون مقاسا بالوحدات الاصلية في الحالات السابقة بال (سم) و (كغم) او الدينار او العامل وهكذا.

الانحراف القياسي (المعياري) standard deviation :

عبارة عن الجذر التربيعي للتباين

الحالة الاولى الانحراف المعياري للمجتمع (σx)

$$\sigma x = \sqrt{\sigma x^2} = \sqrt{\frac{\sum(yi-\mu)^2}{N}}$$

الحالة الثانية الانحراف المعياري العينة (Sx)

$$Sx = \sqrt{S_x^2}$$

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum(yi-\bar{Y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}}{n-1}}$$

مثال: جد قيمة التباين للقيم التالية التي تمثل وزن اللحم الصافي ل(6) رؤوس من الغنم تمثل عينة :-

32 , 37 , 38 , 40 , 34 , 35

الوزن yi	الفرق $yi-\bar{Y}$	$(yi-\bar{Y})^2$
32	32 – 36= -4	16
37	= +1	1
38	= + 2	4
40	= +4	16
34	= - 2	4
35	= - 1	1
	0	$\sum(yi-\bar{Y})^2 = 42$

$$\bar{Y}_i = \frac{\sum yi}{n} = \frac{32+37+\ldots+35}{6} = 36 \text{ كغم}$$

$$S_{\bar{Y}}^2 = \frac{42}{6-1} = \frac{42}{5} = 8.4 \text{ كغم}^2$$

اما الانحراف المعياري لهذا المثال هو :

$$Sy = \sqrt{S_{\bar{y}}^2} = \sqrt{8.4} = 2.89 \text{ كغم}$$

(أ) بيانات غير مبوبة: -

مثال: البيانات التالية تمثل كمية المحصــول للقطعة (كغم) لمحصــول القطن في خمســة مزارع احســب الانحراف المعياري القياسي لها: - **Yi= 9 , 8 , 6 , 5 , 7**

الحل: - 1-طريقة حساب الوسط الحسابي او طريقة التعريف وتسمى احيانا بالطريقة المطولة.

yi	Yi - $\bar{Y}$	$(yi-\bar{Y})^2$
9	+2	4
8	+1	1
6	-1	1
5	-2	4
7	0	0
∑yi=35 $\bar{Y}$=7	0	10

$$\bar{Y} = \frac{\sum yi}{n} = \frac{9+\ldots+7}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

$$\bar{Y} = 7$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum(yi-\bar{Y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{10}{4}}$$

$$S = \sqrt{2.5} = 1.58\ kg\backslash m^2$$

(1) طريقة تربيع البيانات (وتسمى بالطريقة المختصرة)

yi	yi^2
9	81
8	64
6	36
5	25
7	49
$\sum yi = 35$	$\sum yi^2 = 255$

Ss=sum of squares

S= الانحراف القياسي

$$S = \sqrt{\frac{\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}}{n-1}} = \sqrt{\frac{255 - \frac{(35)^2}{5}}{5-1}}$$

$$S = \sqrt{\frac{255 - \frac{1225}{5}}{4}} = \sqrt{\frac{255 - 245}{4}}$$

$$S = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{2.5} = 1.58 \text{ Kg}\backslash\text{m}^2$$

*اما التباين لهذه القيم فهو مربع الانحراف القياسي اي نرفع الجذر التربيعي

$$S^2 = \frac{10}{4} = 2.5\ (\text{kg}\backslash\text{m}^2)^2$$

(ب)البيانات المبوبة :

اذا كانت Y1 , Y2 , ..., Yn تمثل مراكز الفئات في جدول التوزيع التكراري وان تكراراتها هي F1 , f2 , ... , fnعلى التوالي فان الانحراف القياسي لها هو:

$$s = \sqrt{\frac{\sum fi(yi - \bar{Y})^2}{\sum fi - 1}} = \sqrt{\frac{\sum fiyi^2 - \frac{(\sum fiyi)^2}{\sum fi}}{\sum fi - 1}}$$

مثال: - احسب الانحراف القياسي والتباين لجدول التوزيع التكراري التالي:

1-طريقة حساب الوسط الحسابي او طريقة التعريف (وتسمى احيانا الطريقة المطولة)

الفئات	Fi	Yi	fiyi	$yi - \bar{Y}$	$(yi - \bar{Y})^2$	$fi(yi - \bar{Y})^2$
60-62	5	61	305	- 6.45	41.6025	208.0125
63-65	18	64	1152	- 3.45	11.9025	214.245
66-68	42	67	2814	- 0.45	0.2025	8.505
69-71	27	70	1890	+ 2.55	6.5025	175.5675
72-74	8	73	584	+ 5.55	30.8025	246.42
	100		$\sum fiyi = 6745$			$\sum fi(yi - \bar{Y})^2 = 852.75$

$$\bar{Y} = \frac{\sum fiyi}{\sum fi} = \frac{6745}{100} = 67.45$$

$$\bar{Y} = 67.45$$

مجموع المربعات ss هو $ss = \sum fi(yi - \bar{Y})^2 = 852.7500$

اما التباين فهو $s^2 = \frac{ss}{\sum fi - 1} = \frac{852.75}{99} = 8.6$

اما الانحراف القياسي فهو $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{8.6} = 2.93$

(2) طريقة التربيع (وتسمى بالطريقة المختصرة)

الفئات	Fi	Yi	Fiyi	yi^2	$fiyi^2$
60-62	5	61	305	3721	18605
63-65	18	64	1152	4096	73728
66-68	42	67	2814	4489	188538
69-71	27	70	1890	4900	132300
72-74	8	73	584	5329	42632
	100		6745		$\sum fiyi^2$

$$ss = \sum fiyi^2 - \frac{(\sum fiyi)^2}{\sum fi}$$

$$s^2 = \frac{ss}{\sum fi - 1} = \frac{\sum fiyi^2 - \frac{(\sum fiyi)^2}{\sum fi}}{\sum fi - 1} = \frac{455803 - \frac{(6745)^2}{100}}{100 - 1}$$

$$s^2 = \frac{455803 - 454950.25}{99} = \frac{852.75}{99} = 8.6$$

الانحراف القياسي : $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{8.6} = 2.9$

مقاييس التشتت النسبي

ان مقاييس التشـــتت النســـبي لها اهميتها عند مقارنة تشـــتت مجموعتين او أكثر تختلف في وحدات القياس لقيمتها. لان مقاييس التشتت النسبي تكون خالية من وحدات القياس واهم مقاييس التشتت النسبي هي:

معامل الاختلاف Coefficient of variation:

اذا كان S و $\bar{Y}$ هما الانحراف القياســـي والوســـط الحســـابي لمجموعه من القيم على التوالي فان معامل الاختلاف يرمز له **C.V.**

ويحسب وفق المعادلة التالية :— $C.V. = \frac{S}{\bar{Y}} \times 100$

مثال: - نتائج الامتحان النهائي لدرسي الاحصاء والكيمياء للصف الاول كانتا كالاتي:

ففي اي الموضوعين كان لتشتت الدرجات أكثر؟

$$c.v. = \frac{s}{\bar{Y}} \times 100$$

	الاحصاء	الكيمياء
	78	73
	8	7.6
الاحصاء $= \frac{8}{78} \times 100 = 10.25\%$		
الكيمياء $= \frac{7.6}{73} \times 100 = 10.41\%$		

اي ان التشتت لدرجات الكيمياء كان أكثر.

لاحظ بان لو قارنا التشتت بمقياس الانحراف القياسي مكان التشتت في الاحصاء اكبر منه في الكيمياء.

مثال: - اجريت تجربة لدراسة طول (سم) وكمية المحصول (كغم) ل (150) نبات من الذرة فكانت النتائج كالاتي: :- قارن بين تشتت الصفتين

	الطول	كمية المحصول
الوسط الحسابي $\bar{Y}$	200	800
الانحراف القياسي s	16	36

صفة الطول $c.v._{\text{الطول}} = \frac{S}{\bar{Y}} = \frac{16}{200} \times 100 = 8\%$

صفة كمية المحصول $C.V._{\text{المحصول}} = \frac{36}{800} \times 100 = 4.5\%$

التشتت كان أكبر في صفة الطول من صفة كمية الحصول.

المصادر References:

1- الراوي، خاشع محمود .1979. المدخل الى علم الإحصاء. مديرية دار الكتب للطباعة والنشر. جامعة الموصل.

2- منصور، عوض وعزام صبري وعلي قوقزة. 1999. علم الإحصاء الوصفي المبرمج. دار الصفاء للنشر والتوزيع. عمان. الأردن.

3- بول. ج. هويل. 1985. المبادئ الأولية في الإحصاء. ترجمة د. بدرية شوقي عبد الوهاب. دار جون وايلي وابناءه للنشر. نيويورك.

4- كاظم، فوزي عبد الحميد وناظم يونس عبد ونعيم مطلك عبد الله. 2016. اساسيات علم الإحصاء. دار الكتب والوثائق. بغداد. العراق.

5- Scarisbrick, D. H. and A .G. Clewer. 2013. Practical statistical and Experimental Design for plant crop scince. Wiley